

# Physique

4<sup>ème</sup> année de l'enseignement secondaire  
**Sciences expérimentales**

**Sous la direction de :**  
**Abdelhamid BAATOUT**

Inspecteur général de l'éducation

## Les auteurs

**Abdelhamid BAATOUT**  
Inspecteur général de l'éducation

**Mohamed Arbi BEN DAAMAR**  
Inspecteur des collèges et des lycées

**Abdessattar HRICHI**  
Inspecteur des collèges et des lycées

**Taoufik BACCARI**  
Professeur principal

**Abdelaziz DHAOUADI**  
Professeur principal

**Mouldi TAALOUCHE**  
Inspecteur des collèges et des lycées

## Les évaluateurs

**Mohamed OMMEZZINE**  
Professeur universitaire

**M'hammed EL GHADHAB**  
Inspecteur des collèges et des lycées

**Ardhaoui KOUAS**  
Inspecteur des collèges et des lycées

## EDITION MISE A JOUR ET ADAPTÉE

par

**Abdelhamid BAATOUT**  
Inspecteur général de l'éducation

**Zouhaier OUESLATI**  
Inspecteur des collèges et des lycées

**Taoufik BACCARI**  
Professeur principal

## Les évaluateurs

**Aïd FEJRAOUI**  
Inspecteur des collèges et des lycées

**Imed MESSAOUDI**  
Inspecteur des collèges et des lycées



# AVANT PROPOS

Cet ouvrage de physique est conforme au programme officiel de 4<sup>e</sup> année Sciences Expérimentales, publié en septembre 2009.

Avec un découpage en onze chapitres développant les trois thèmes du programme (Evolution de systèmes - Ondes - Physique atomique et nucléaire), ce manuel a été conçu pour être élaboré avec une approche centrée sur l'élève afin que celui-ci s'y retrouve et puisse en tirer le maximum de profit dans sa préparation à l'examen de baccalauréat, à côté de ce qu'il réalise avec ses pairs et son professeur en classe.

Effectivement, les différents contenus sont construits dans l'esprit de permettre à l'élève une exploitation optimale du livre, que ce soit avant la classe pour essayer de faire tout seul son cours ou après dans le but de consolider ses acquis.

Dans cette perspective, les onze chapitres du livre sont présentés avec une logique visant la stimulation de la motivation de l'élève et facilitant son implication dans le développement de leur contenu scientifique.

Avec les objectifs fixés et le prérequis précisé en début de chapitre, des questionnements tirés du vécu quotidien sont cités pour donner du sens à l'étude proposée.

Après position du problème, un ensemble d'activités proposées le plus souvent sous forme d'une manipulation réalisable dans une séance de classe (cours ou travaux pratiques) est suivi de questions posées sur les observations et les constatations indiquées, sur les mesures faites, voire sur leur exploitation graphique ou analytique afin d'entraîner l'apprenant à la pratique de la démarche scientifique expérimentale.

Outre les conclusions, les analyses et les interprétations théoriques développées par les auteurs viennent par la suite pour rassurer l'apprenant et l'aider à s'autoévaluer.

Les connaissances fondamentales construites par le traitement du chapitre sont reformulées dans une rubrique intitulée "L'Essentiel" et insérée à la fin du cours.

Un ensemble de questions de contrôle rapide des acquis, d'exercices d'application et de synthèse dont les réponses figurent en fin d'ouvrage est précédé d'un exercice entièrement résolu, présenté comme un autre support d'aide à l'autoévaluation.

En fin de chapitre, sont proposées une fiche technique comme complément facilitateur de l'étude ou une rubrique intitulée "En savoir plus" dont le contenu est un sujet de lecture qui peut servir à un certain approfondissement des connaissances du lecteur et à l'éclairer davantage sur leur importance dans la compréhension du monde physique moderne.

Enfin, nous espérons que cet ouvrage aura le mérite, comme nous avons souhaité lors de sa rédaction, d'être un support clair, pratique et attrayant pour son premier public que sont les élèves de terminale et tous ceux qui penseront à y recourir.

Les auteurs

# SOMMAIRE

## ÉVOLUTION DE SYSTÈMES

### LE CONDENSATEUR LE DIPÔLE RC

1



L'écarter lumineux de très forte puissance d'une lampe flash d'un appareil photo se produit grâce à un condensateur.

- Le condensateur est un composant électrique connu comme un réservoir d'énergie. De quelle forme d'énergie s'agit-il et qu'est-ce qui confère au condensateur cette propriété ?
- Quel est le principe de fonctionnement du flash d'un appareil photo ?

11

### LA BOBINE LE DIPÔLE RL

2



Même les gros transformateurs utilisent des bobines.

- Pourquoi, les transformateurs ne peuvent pas être utilisés en courant continu ?
- Comment fonctionnent les ralentisseurs électromagnétiques des véhicules "poids lourd" ?

43

### OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES LIBRES

3



Le quartz impose sa fréquence propre aux oscillations : une montre électronique y gagne en précision.

- Que désigne-t-on par les expressions "oscillations électriques", "oscillateur électrique", "circuit oscillant..." ?
- Est-ce que le courant alternatif est un phénomène oscillatoire ?

79

### OSCILLATIONS FORCÉES EN RÉGIME SINUSOÏDAL

4



La guitare électrique est munie d'une caisse et croquée à laquelle sont reliés des micros électromagnétiques. Grâce à la résonance électrique, le son amplifié pousse sur le spectre naturel de la caisse.

- En quoi consiste la recherche manuelle ou automatique d'une chaîne radio ou d'un canal de télévision ?
- Que veut-on dire par "résonance électrique" dont les applications sont très nombreuses ?

111

### OSCILLATIONS LIBRES D'UN PENDULE ÉLASTIQUE

5



En évitant le balancement des anneaux, le gymnaste démontre tout sa force que son équilibre.

Avec son amortisseur à ressort, le VTT (Vélo Tout Terrain) TS (tout suspendu) donne au cycliste un confort d'utilisation supérieur dans une configuration de descente d'une montagne.

- Les geysers, le cœur humain et le balancier d'une horloge sont, entre beaucoup d'autres exemples, des systèmes oscillants. Pourquoi ?
- Quelle est l'origine du ronflement continu que l'on entend souvent à proximité de fils électriques ou téléphoniques aériens ?
- À quoi est due la catastrophe naturelle connue sous le nom de tsunami ?

145

### OSCILLATIONS FORCÉES D'UN PENDULE ÉLASTIQUE EN RÉGIME SINUSOÏDAL

6



Les marées sont des oscillations périodiques. À quoi sont-elles dues et en quoi diffèrent-elles des tsunamis ?

Le violoniste fait vibrer les cordes de son instrument en les frottant avec l'archet pour produire un son avec des notes plus ou moins hautes.

Clarinettes "grenou" offrent une musique très impressionnante.

- Pourquoi ces formes particulières des instruments de musique comme le violon, le violoncelle, le contre basse, la clarinette... ?
- Dans certaines voitures, on entend parfois des bruits inconfortables de la carrosserie. À quoi sont-ils dus et pourquoi à des vitesses bien déterminées et non pas à d'autres ?
- Pourquoi a-t-on interdit à (même non suspendu) au pas de soldats de traverser un pont ?

169

# ONDES

## ONDES MECANIKES PROGRESSIVES

7



Les vagues constituent un exemple de propagation d'une onde dans un milieu élastique.

- D'où provient l'énergie des vagues ?
- Le déplacement des vagues correspond-il à un déplacement de matière ou d'énergie ?
- Nos oreilles perçoivent des sons. Qu'est-ce qui fait qu'ils nous parviennent et pourquoi les sons émis et ceux qu'on perçoit sont les mêmes ?

191

## NATURE ONDULATOIRE DE LA LUMIÈRE

8

Image obtenue par photographie goniométrique de photographie en trois dimensions



Certaines couleurs d'un papillon sont dues à des phénomènes physiques lumineux.

- Lorsqu'il rencontre sur son trajet un fil très fin ou un cheveu, un faisceau de lumière laser subit un phénomène avec lequel on mesure les diamètres de tels obstacles. Qu'est-ce que ce phénomène ?
- Est-il possible de faire subir à une lumière laser le phénomène de dispersion ? Pourquoi ?

227

# PHYSIQUE ATOMIQUE ET NUCLÉAIRE

## SPECTRE ATOMIQUE

9



L'analyse de la lumière émise par les corps célestes est un moyen d'investigation précieuse en astrophysique. Les couleurs de cette image de la nébuleuse ont été révélées à nature physique.

- L'analyse de la lumière émise par un objet quelconque peut-elle nous renseigner sur sa composition chimique, sa température ou sa vitesse s'il est en mouvement ?
- Comment peut-on identifier un élément chimique à partir de l'analyse de son spectre lumineux ?
- On dit que le spectre d'émission d'un atome constitue sa carte d'identité. Pourquoi ?

247

## LE NOYAU ATOMIQUE

10



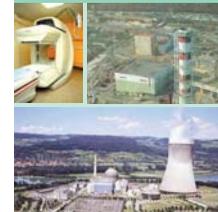
Le cyclotron est un exemple d'accélérateur de particules utilisé au laboratoire pour le développement des recherches sur le noyau atomique.

- Que signifie la formule emblématique  $E=mc^2$  chère couramment pour évoquer Einstein ?
- Qu'est-ce qui rend certains noyaux atomiques naturels plus ou moins stables que d'autres ?
- Qu'est-ce qui fait de l'uranium un élément chimique précieux dans le domaine du nucléaire ?

271

## REACTION NUCLÉAIRES

11



En même temps que le "nucléaire" est utilisé à des fins pacifiques, comme pour produire de l'électricité ou pour faire de l'imagerie médicale, il peut aussi être utilisé catastrophiquement pour la nature et l'humanité.

- Quel est le principe de datation des éruptions volcaniques ainsi que des moines pharaoniques ?
- En quoi diffère la centrale d'électricité thermique d'une centrale nucléaire classique ?
- Qu'est-ce qu'un réacteur nucléaire ?
- En quoi consistait l'accident survenu le 26 avril 1986 dans la centrale nucléaire de la ville de Tchernobyl en Ukraine ? En quoi consiste la gravité de cet accident et quelles sont ses conséquences néfastes pour le considérer jusqu'à maintenant comme étant la plus grande catastrophe du nucléaire civil ?

285

# STRUCTURE DU LIVRE

## Présentation d'un thème du livre

Intitulé du thème à étudier



### ÉVOLUTION DE SYSTÈMES



Photographies illustrant le thème



### ÉVOLUTION DE SYSTÈMES



Chapitres constituant le thème

## Présentation d'un chapitre du thème

Objectifs visés par le traitement du chapitre



Prérequis indispensables à l'étude du chapitre, en termes de connaissances spécifiques aux sciences physiques



Connaissances déclaratives (définitions, concepts, modèles, lois...)



Connaissances procédurales (capacités d'utiliser des connaissances déclaratives dans des situations particulières du domaine théorique et du domaine expérimental)

Intitulé du chapitre à étudier



Photographie illustrant le chapitre



Stimuli sous forme de questionnements tirés du vécu quotidien



# Contenu scientifique du chapitre traité

Intitulé de la leçon

Introduction à l'étude proposée

Manipulation réalisable dans une séance de cours ou de travaux pratiques

Questions sur la manipulation

Analyse des résultats expérimentaux trouvés

Etude détaillée visant l'interprétation théorique des résultats expérimentaux

Notions et concepts essentiels mis en évidence expérimentalement ou théoriquement par l'étude faite

**LE DIPÔLE RC**

**1. RÉPONSE D'UN DIPÔLE RC À UN ÉCHELON**

**1.1. ÉTUDE EXPÉRIMENTALE**

**Manipulation**

On réalise le montage de la figure 12 avec un condensateur de capacité C, un résistor de résistance R et un générateur de tension continue montés tous en série. Les deux entrées Y<sub>1</sub> et Y<sub>2</sub> d'un oscilloscope numérique à mémoire sont branchées comme c'est indiqué sur la figure 13.

En mettant le commutateur dans la position 1, l'oscilloscope enregistre les oscillogrammes de la figure 14 tracés à l'échelle indiquée par la tension u délivrée par le générateur et la tension u<sub>C</sub> aux bornes du condensateur.

**Questions**

1) Décrire la courbe obtenue sur la voie Y<sub>1</sub> de l'oscilloscope.

2) La charge du condensateur est-elle instantanée ?

**Interprétation**

Avant la fermeture du circuit la tension aux bornes du condensateur est nulle. Lorsque le commutateur est en position 1, le générateur fournit la tension constante U. La tension u<sub>C</sub> aux bornes du condensateur croît jusqu'à devenir égale à U. Comme q = C u<sub>C</sub>, la charge du condensateur évolue de manière similaire à u<sub>C</sub>.

**Conclusion**

La réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension n'est pas instantanée, elle est retardée.

**3-2. INFLUENCE DE LA CAPACITÉ**

On réalise la même expérience, mais avec des condensateurs de capacités différentes mesurées sur la figure 10. On obtient les courbes de la figure 14. On constate que la charge du condensateur est plus rapide pour une capacité plus petite que pour une capacité plus grande.

**QUESTIONS**

1) Décrire en quelques mots les durées T<sub>1</sub> et T<sub>2</sub> de la fonction u<sub>C</sub>(t) et exprimer ces durées en fonction de R et C.

2) À l'aide des résultats trouvés, proposer qualitativement l'influence de la valeur de la capacité C du condensateur sur la durée T de la charge du condensateur. Justifier en montrant que la durée T est proportionnelle à la capacité C.

**Remarque**

Les mêmes expériences, faites avec le déchargement du condensateur, conduisent aux mêmes résultats.

**3-3. CONSTATE DE TEMPS D'UN DIPÔLE RC**

**Notion de constante de temps**

On veut de trouver une bonne valeur de la charge q d'un condensateur est atteinte au bout d'une durée T. Cette durée T est proportionnelle à C. On appelle constante de temps τ le produit RC, car on voit que ce produit est proportionnel à la durée de charge q.

On sait que R a la dimension du quotient d'une tension par un courant. Donc, la dimension du produit RC est la dimension d'une charge par une intensité, c'est-à-dire un temps. On dit que RC est la constante de temps.

**Question**

1) Quel est le sens de la charge u<sub>C</sub> au cours de la décharge u<sub>C</sub>(t) est une fonction exponentielle du temps d'exposition E (t) ? En déduire que τ = RC ne peut pas avoir effectivement que la dimension d'un temps.

**L'essentiel**

Un condensateur est un ensemble de deux plaques conductrices séparées isolées. Sa charge totale est égale à la somme des charges positives et négatives qui se trouvent sur les plaques.

La capacité C est une grandeur mesurable caractérisant la faculté d'un condensateur à stocker une charge q sous une tension U, on a :

$$C = \frac{q}{U}$$

La capacité C est une grandeur mesurable caractérisant la faculté d'un condensateur à stocker une charge q sous une tension U, on a :

$$C = \frac{q}{U}$$

La capacité C est une grandeur mesurable caractérisant la faculté d'un condensateur à stocker une charge q sous une tension U, on a :

$$C = \frac{q}{U}$$

La constante de temps τ = RC est le temps caractéristique de la charge et de la décharge du condensateur.

# Evaluation et consolidation des acquis

Exercice proposé avec une solution détaillée en vue de s'entraîner à la résolution scientifique d'un problème

Exercices dont la résolution ne demande pas plus que la capacité d'appliquer

Exercices visant le contrôle immédiat de ses propres acquis

Exercices dont la résolution demande la capacité de pratiquer la démarche scientifique

**Exercice résolu**

**Enoncé**

Pour étudier la charge d'un condensateur on réalise le montage de la figure 1. À l'aide d'un condensateur, d'un capteur et d'une interface de données, on suit l'évolution temporelle de la tension u<sub>C</sub> aux bornes du condensateur.

1) En plaçant le commutateur dans la position 1, on enregistre la courbe u<sub>C</sub>(t) de la figure 2.

2) Pour cela on suppose que le condensateur est complètement déchargé.

3) On bascule le commutateur dans la position 2, le condensateur se charge. La courbe u<sub>C</sub>(t) est représentée sur la figure 3.

4) Interpréter l'allure de la courbe u<sub>C</sub>(t) obtenue lors de la charge du condensateur.

5) Déterminer graphiquement la constante de temps τ du condensateur.

6) Déterminer la valeur de la résistance R.

**Exercices à résoudre**

**1. Exercices rapides ou faciles**

Évaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- Un condensateur chargé sous une tension U emmagasine une charge q = QU.
- Un condensateur est caractérisé par sa capacité C.
- Un condensateur ne restitue jamais la même quantité d'énergie emmagasinée.
- Un condensateur se charge plus vite si la tension U est plus élevée.
- La charge q portée par un condensateur est proportionnelle à la tension U.

**2. Questions à Choix Multiples**

Préciser pour chacune des questions suivantes, la proposition qui est vraie.

- Un condensateur chargé pendant 10 s avec un générateur de tension constante U = 12 V emmagasine une charge Q égale à :
  - a) 120 C
  - b) 12 C
  - c) 1200 C
- La charge q portée par un condensateur de capacité C sous une tension U est caractérisée par :
  - a) la constante de temps τ = RC
  - b) la capacité C
  - c) la tension U

**Exercices d'application**

1) Soit un condensateur de capacité C = 10 μF chargé sous une tension U = 10 V. Calculer la charge q et l'énergie emmagasinée E.

2) Un condensateur de capacité C = 100 μF est chargé sous une tension U = 5 V. Calculer la charge q et l'énergie emmagasinée E.

3) Un condensateur de capacité C = 10 μF est chargé sous une tension U = 10 V. Calculer la charge q et l'énergie emmagasinée E.

4) Un condensateur de capacité C = 100 μF est chargé sous une tension U = 5 V. Calculer la charge q et l'énergie emmagasinée E.

5) Un condensateur de capacité C = 10 μF est chargé sous une tension U = 10 V. Calculer la charge q et l'énergie emmagasinée E.

6) Un condensateur de capacité C = 100 μF est chargé sous une tension U = 5 V. Calculer la charge q et l'énergie emmagasinée E.

7) Un condensateur de capacité C = 10 μF est chargé sous une tension U = 10 V. Calculer la charge q et l'énergie emmagasinée E.

8) Un condensateur de capacité C = 100 μF est chargé sous une tension U = 5 V. Calculer la charge q et l'énergie emmagasinée E.

9) Un condensateur de capacité C = 10 μF est chargé sous une tension U = 10 V. Calculer la charge q et l'énergie emmagasinée E.

10) Un condensateur de capacité C = 100 μF est chargé sous une tension U = 5 V. Calculer la charge q et l'énergie emmagasinée E.

# Approfondissement

## En fin de chapitre :

- ◆ Rubrique "Fiche technique" : complément d'aspect pratique
- ◆ Rubrique intitulée "En savoir plus" : sujet de lecture pouvant intéresser les élèves par son originalité et le sens qu'il ajoute à l'étude faite et à ses applications

## A la fin du livre :

- ◆ Réponses aux questions des exercices proposés
- ◆ Références intéressantes (Adresse de sites web ayant trait aux thèmes traités).

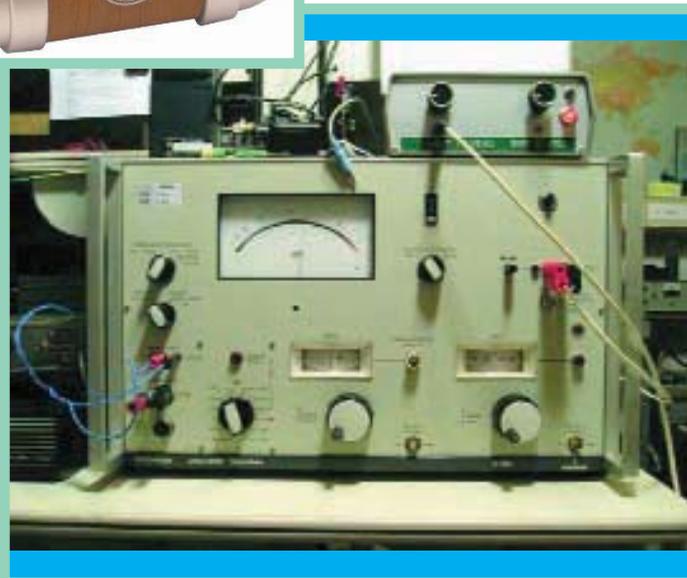
# ÉVOLUTION DE SYSTÈMES

Sous chaque touche de certains claviers se trouve un condensateur dont la capacité varie lors de la frappe. La variation des grandeurs électriques qui en découle est détectée par une puce.



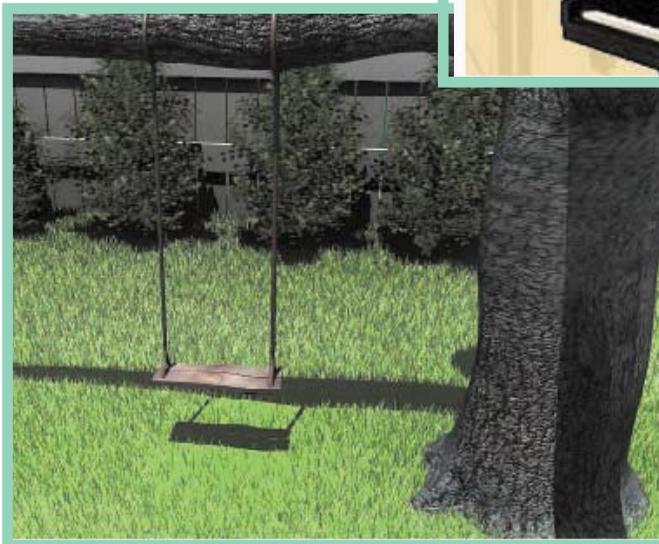
Grâce à une bobine inductive, on peut amplifier le volume sonore d'un combiné téléphonique.

Pour l'émission et la réception radio, on utilise des circuits électriques oscillants.



# ÉVOLUTION DE SYSTÈMES

La plupart des instruments de musique tirent parti du phénomène de résonance qui est recherché dans leur conception afin d'émettre le son le plus puissant.



La conception d'une balançoire utilise les manifestations impressionnantes de la résonance mécanique.

## SOMMAIRE

### I- Evolution de systèmes électriques

1- Le condensateur ; le dipôle RC

2- La bobine ; le dipôle RL

3- Oscillations électriques libres

4- Oscillations électriques forcées en régime sinusoïdal

### II- Evolution d'un système mécanique :

Le pendule élastique

1- Oscillations libres d'un pendule élastique

2- Oscillations forcées d'un pendule élastique en régime sinusoïdal

## Objectifs

- ◆ Réaliser la charge et la décharge d'un condensateur.
- ◆ Reconnaître que l'intensité  $i$  du courant électrique est une grandeur algébrique.
- ◆ Déterminer à l'aide de la courbe de charge d'un condensateur, la valeur de la capacité  $C$ .
- ◆ Déterminer graphiquement la constante de temps  $\tau = RC$  d'un dipôle RC, à partir des courbes de réponse  $u_C(t)$  ou  $i(t)$ .
- ◆ Établir l'équation différentielle régissant, au cours du phénomène de charge d'un condensateur :
  - la charge instantanée  $q(t)$  du condensateur,
  - la tension  $u(t)$  à ses bornes,
  - l'intensité  $i(t)$  du courant transitoire parcourant le circuit.
- ◆ Calculer l'énergie emmagasinée par un condensateur.

## Prérequis

| SAVOIR  | SAVOIR FAIRE  |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Définir :               <ul style="list-style-type: none"> <li>- l'intensité du courant électrique,</li> <li>- la tension ( ou d.d.p) électrique,</li> <li>- la quantité d'électricité,</li> <li>- un résistor.</li> </ul> </li> <li>◆ Ecrire la relation <math>Q = I.\Delta t</math></li> <li>◆ Enoncer :               <ul style="list-style-type: none"> <li>- la loi des mailles,</li> <li>- la loi des noeuds,</li> <li>- la loi d'Ohm relative à un résistor,</li> <li>- la loi d'Ohm relative à un générateur.</li> </ul> </li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Distinguer entre une tension continue et une tension variable.</li> <li>◆ Utiliser un oscilloscope bicourbe.</li> <li>◆ Calculer la quantité d'électricité transportée par un courant continu d'intensité <math>I</math> pendant une durée <math>\Delta t</math> : <math>Q = I.\Delta t</math>.</li> <li>◆ Reconnaître une tension variable alternative.</li> <li>◆ Reconnaître une tension en créneaux.</li> <li>◆ Appliquer la loi d'Ohm pour un résistor.</li> <li>◆ Appliquer la loi d'Ohm pour un générateur.</li> <li>◆ Appliquer la loi des mailles.</li> </ul> |

# LE CONDENSATEUR LE DIPÔLE RC

1



L'éclair lumineux de très forte intensité d'une lampe flash d'un appareil photo se produit grâce à un condensateur.

- ◆ Le condensateur est un composant électrique connu comme un réservoir d'énergie. De quelle forme d'énergie s'agit-il et qu'est-ce qui confère au condensateur cette propriété ?
- ◆ Quel est le principe de fonctionnement du flash d'un appareil photo ?

# LE CONDENSATEUR

Le condensateur est un terme introduit en 1782 par Volta (physicien italien, 1745-1827) après avoir constaté que l'électricité "se condense" sur les surfaces en regard de deux conducteurs quand on les approche l'un de l'autre.

## 1 DÉFINITION ET EXEMPLES

### 1.1- DÉFINITION ET SYMBOLE

Un condensateur est un composant électrique constitué de deux plaques conductrices très faiblement espacées et séparées par un isolant électrique. Les plaques sont désignées par les armatures du condensateur et le matériau isolant est appelé diélectrique.

Le condensateur est symboliquement représenté par deux traits parallèles qui représentent les armatures (Fig.1).

La petite distance qui les sépare représente l'épaisseur du diélectrique, celui-ci peut être de l'air, une feuille de papier imbibée d'huile de paraffine, de la céramique formée d'un mélange d'oxyde de titane et de titanates, du mica, du téflon, du polyéthène, de l'alumine ...

Étant un dipôle électrocinétique, le condensateur a deux bornes reliées directement à ses armatures. Dans le cas où les armatures sont planes et parallèles, le condensateur est dit plan.

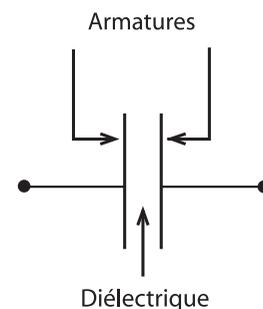


Fig.1 : Symbole du condensateur

### 1.2- EXEMPLES DE CONDENSATEURS USUELS

Actuellement, dans le commerce et comme le montre la photographie de la figure 2, on trouve des modèles de condensateurs de formes et de dimensions diverses. Exemples :

- ♦ Les condensateurs à air où le diélectrique est l'air.
- ♦ Les condensateurs à diélectrique solide dans lesquels les feuilles métalliques, minces, sont roulées. Ils sont généralement de forme cylindrique.
- ♦ Les condensateurs électrochimiques dans lesquels les armatures sont en aluminium et le diélectrique est une mince couche d'alumine déposée par électrolyse.



Fig.2 : Quelques condensateurs usuels

## 2 CHARGE ET DÉCHARGE D'UN CONDENSATEUR

### Manipulation

On réalise le montage de la figure 3 qui comprend un générateur de force électromotrice  $E$ , un galvanomètre balistique  $G$ , un résistor de résistance  $R$  et un commutateur  $K$ .

On commence par mettre le commutateur  $K$  dans la position 2, rien ne se produit.

En plaçant le commutateur  $K$  en position 1, l'aiguille du galvanomètre  $G$  dévie d'un angle  $\alpha$  dans le sens 1 indiqué sur la figure 4.a puis revient à zéro.

Lorsqu'on ouvre le circuit et on le ferme de nouveau, on n'observe plus de déviation, on dit que le condensateur est chargé. Quand on bascule le commutateur en position 2, l'aiguille du galvanomètre dévie du même angle  $\alpha$  que précédemment mais dans le sens 2 puis elle revient lentement à zéro (Fig.4.b)

Lorsqu'on ouvre le circuit et on le ferme de nouveau, on n'observe plus de déviation, on dit que le condensateur est déchargé.

### Questions

1°) Peut-on décharger un condensateur non chargé ? préciser, parmi les observations faites, celle qui justifie la réponse.

2°) Expliquer les phénomènes de charge et de décharge d'un condensateur et en déduire si l'on peut recharger un condensateur déchargé.

### Interprétation

#### ♦ Commutateur en position 1

Quand le commutateur  $K$  est en position 1, les armatures  $A$  et  $B$  initialement neutres du condensateur se trouvent reliées directement et respectivement au pôle (+) et au pôle (-) du générateur.

Des déplacements d'ensemble d'électrons s'effectuent alors dans les fils conducteurs de l'armature  $A$  vers le pôle (+) et du pôle (-) vers l'armature  $B$  jusqu'à ce que  $A$  soit au même potentiel que le pôle (+) et  $B$  au même potentiel que le pôle négatif. En d'autres termes, un courant électrique circule du pôle (+) vers  $A$  et de  $B$  vers le pôle (-) jusqu'à ce qu'il apparaisse une charge  $+q$  sur l'armature  $A$  et une charge  $-q$  sur l'armature  $B$  (Fig.4a) créant une différence de potentiel ( $V_A - V_B$ ) égale à

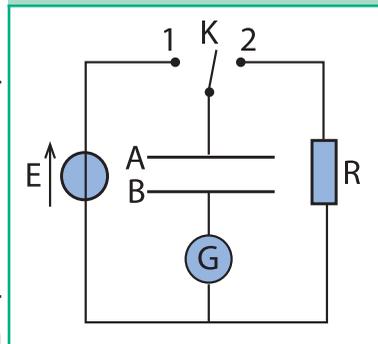


Fig.3 : Montage de charge et de décharge d'un condensateur

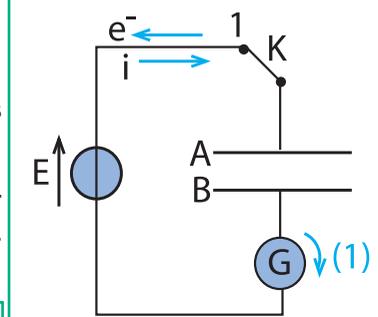


Fig.4a : Déviation de l'aiguille du galvanomètre dans le sens (1)

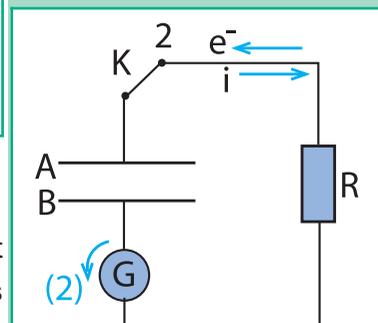


Fig.4b : Déviation de l'aiguille du galvanomètre dans le sens (2)

celle délivrée aux bornes du générateur. Ainsi le condensateur est chargé.

### ♦ Commutateur en position 2

Malgré le fait que le générateur de tension ne soit plus dans le circuit (Fig.4b), on note la circulation d'un courant bref dans celui-ci. En fait, lorsque K est en position 2, les armatures A et B portant les charges antagonistes  $+q$  et  $-q$  se trouvent reliées l'une à l'autre à travers le résistor, l'attraction entre  $+q$  et  $-q$  provoque un mouvement d'ensemble d'électrons de B vers A dans les fils conducteurs à travers le résistor, c'est-à-dire la circulation d'un courant électrique dans le sens contraire, un courant qui cesse dès que les armatures A et B se retrouvent de nouveau neutres. Ainsi, le condensateur est déchargé.

### Conclusion

Le condensateur est un composant électrique capable de stocker des charges électriques.

## 3 CHARGE D'UN CONDENSATEUR ET INTENSITÉ DU COURANT

### 3.1- CARACTÈRE ALGÈBRE DE L'INTENSITÉ DU COURANT

#### Manipulation

On réalise le montage de la figure 5 avec un générateur de tension idéal de f.e.m.  $E$ , un résistor de résistance  $R$ , un condensateur, un commutateur K et deux diodes électroluminescentes  $D_1$  et  $D_2$ .

On enregistre à l'aide d'un oscilloscope à mémoire ou d'un système informatique d'acquisition de données, la tension  $u_R$  aux bornes du résistor lorsque le commutateur K est respectivement en position 1 et en position 2 (Fig.6).

#### Questions

1°) Montrer que lorsque le commutateur K est dans la position 1, la diode  $D_1$  seulement s'allume, tandis que lorsqu'il est dans la position 2, c'est seulement  $D_2$  qui s'allume.

2°) L'enregistrement de la figure 6 montre que la tension  $u_R$  est positive lorsque K est en 1, négative quand il est en 2. Sachant que  $u_R = Ri$ , montrer graphiquement que  $i$  est positive et décroissante pendant la charge, négative et croissante pendant la décharge.

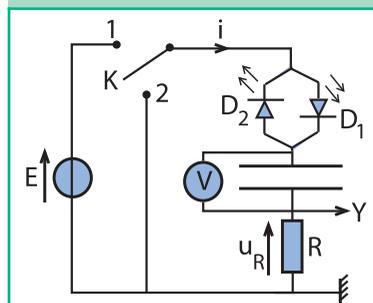


Fig.5 : Montage de charge et de décharge d'un condensateur

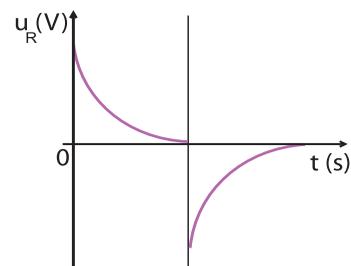


Fig.6 : Caractère algébrique de l'intensité du courant

### Interprétation

En choisissant comme sens positif du courant, celui indiqué sur la figure 5, on voit que l'intensité  $i$  est positive lorsque  $K$  est sur la position 1, c'est-à-dire pendant la charge du condensateur. La diode  $D_1$ , passante, s'allume. Par contre pendant la décharge, le courant électrique circule dans le sens contraire du sens positif choisi, ce qui explique le signe négatif de son intensité et la luminescence de la diode  $D_2$ .

### Conclusion

L'intensité du courant électrique est une grandeur algébrique. Elle est positive si le courant circule dans le sens arbitraire choisi et négative si le courant circule dans le sens contraire.

### 3.2- CHARGE $q$ D'UN CONDENSATEUR

On choisit arbitrairement un sens positif pour l'intensité du courant, celui indiqué sur la figure 7 par exemple.

Soit  $i$  l'intensité algébrique du courant,  $i > 0$  si le courant circule dans le sens indiqué sur la figure 7 et  $i < 0$  s'il circule dans le sens contraire.

### Définition

On appelle charge  $q$  d'un condensateur  $\ominus$ , la charge de l'une de ses armatures choisie conventionnellement, celle vers laquelle est orienté le sens positif du courant.

### 3.3- RELATION ENTRE INTENSITÉ $i$ DU COURANT ET CHARGE $q$ D'UN CONDENSATEUR

Les grandeurs  $i$  et  $q$  sont variables au cours du temps. Entre les instants  $t$  et  $t + \Delta t$ , le courant circulant dans le sens positif, transporte la quantité d'électricité  $\Delta q > 0$ , ce qui fait augmenter la charge de l'armature A de  $\Delta q$ .

L'intensité du courant étant la quantité d'électricité transportée (ou traversant une section droite) par unité de temps, on a :

$$i(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

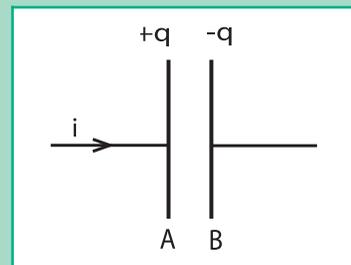


Fig.7 : Charge du condensateur

$\ominus$  Ne pas confondre entre la charge  $q$  d'un condensateur et le phénomène de charge

## 4 RELATION ENTRE LA CHARGE $q$ ET LA TENSION $u_c$

### Manipulation

On réalise le montage de la figure 8 avec un générateur de courant, un interrupteur  $K_1$ , un ampèremètre et un condensateur montés tous en série, un voltmètre numérique et un

interrupteur  $K_2$  branchés aux bornes du condensateur.

Étant idéal, le générateur de courant débite dans le circuit de charge un courant continu d'intensité  $I$ .

La charge  $q$  étant proportionnelle à la durée  $t$ , on a  $q = I.t$ .

Étudier  $q$  en fonction de la tension  $u_C$  aux bornes du condensateur revient à étudier  $u_C$  en fonction du temps.

Avant toute mesure, on ferme l'interrupteur  $K_2$ , puis on l'ouvre et on le maintient ainsi durant toute l'expérience.

Simultanément, on ferme  $K_1$  et on déclenche le chronomètre.

Avec un chronomètre, on mesure toutes les 5 secondes la tension  $u_C = u_{AB}$

Pour  $I = 0,144$  mA par exemple, on obtient les résultats consignés dans le tableau suivant :

|           |   |     |    |     |     |     |     |
|-----------|---|-----|----|-----|-----|-----|-----|
| t (s)     | 0 | 5   | 10 | 15  | 20  | 25  | 30  |
| $u_C$ (V) | 0 | 1,5 | 3  | 4,6 | 6,1 | 7,6 | 9,2 |

### Questions

1°) Que se passe-t-il quand on ferme  $K_2$  ? Quelle est l'indication du voltmètre ?

2°) Avant de fermer  $K_2$ , le voltmètre peut indiquer une tension non nulle. Expliquer cette possibilité.

3°) A l'aide du tableau des mesures dressé, montrer que la charge  $q$  augmente avec  $u_C$ .

4°) Comme courbe d'évolution de la tension  $u_C$  aux bornes du condensateur en fonction de la durée de charge, on obtient le tracé de la figure 9 ci contre.

Montrer graphiquement que  $u_C = kt$  où  $k$  est une constante que l'on calculera.

5°) Déterminer la relation entre la charge  $q$  du condensateur et la tension  $u_C$  à ses bornes.

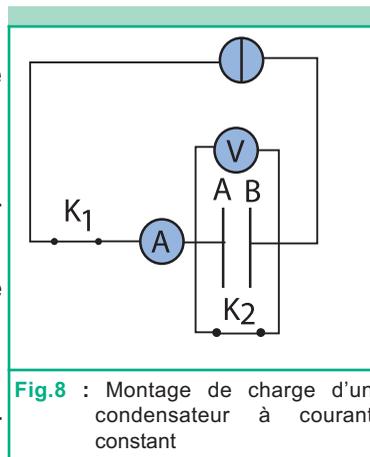


Fig.8 : Montage de charge d'un condensateur à courant constant

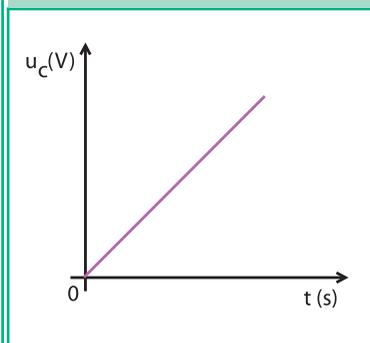


Fig.9 : Courbe d'évolution de la tension  $u_C$  au cours du temps

### Interprétation

#### ♦ Relation de proportionnalité entre $q$ et $u_C$

La courbe  $u_C = f(t)$  est une droite qui passe par l'origine (Fig.9).

$u_C = kt$  avec  $k = 0,3$  V.s<sup>-1</sup>. On en déduit que la tension  $u_C$  est proportionnelle à la durée  $t$  de passage du courant de charge.

Compte tenu de la relation  $q = It$ , il vient :

$$u_C = k \frac{q}{I}, \text{ d'où : } q = \frac{I}{k} u_C.$$

Comme  $I$  est constant, le quotient  $\frac{I}{k}$  est une constante notée  $C$ .

On a ainsi :

$$q = C u_C$$

### Remarque

Si on refait la même expérience avec un autre condensateur, on aboutit à la même relation de proportionnalité mais avec une autre valeur pour la constante C.

#### ♦ Capacité d'un condensateur

La charge  $q$  d'un condensateur est proportionnelle à la tension  $u_C$  à ses bornes :  $q = C u_C$ . Le facteur de proportionnalité  $C$  est une grandeur qui caractérise l'aptitude du condensateur à emmagasiner une charge électrique  $q$  lorsqu'il est soumis à une tension  $u_C$ , appelée capacité du condensateur.

$C$  ne dépend que des caractéristiques géométriques du condensateur et de la nature du diélectrique.

#### ♦ Unité et ordres de grandeur

La capacité  $C$  d'un condensateur est une grandeur mesurable. Dans le système international d'unités, elle s'exprime en Farad (F)<sup>⊙</sup>. Le farad est la capacité d'un condensateur qui, soumis à une différence de potentiel de 1 V, prend une charge de 1 C.

La valeur de la capacité des condensateurs usuels varie selon l'usage dans un vaste domaine mais tout en restant très inférieure au farad. Autrement dit, le farad est une grande unité de capacité. On préfère alors utiliser des sous multiples du farad :

- le millifarad :  $1 \text{ mF} = 10^{-3} \text{ F}$
- le microfarad :  $1 \text{ } \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$
- le nanofarad :  $1 \text{ nF} = 10^{-9} \text{ F}$
- le picofarad :  $1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$
- le femtofarad :  $1 \text{ fF} = 10^{-15} \text{ F}$

Voici quelques exemples d'ordres de grandeurs de C :

| Type du condensateur            | Ordre de grandeur de C                                 |
|---------------------------------|--|
| Condensateur électrochimique    | $\mu\text{F} - \text{F}$                               |
| Condensateur au mica, céramique | $\text{pF} - \text{nF}$                                |
| Condensateur au papier          | $\mu\text{F}$  |
| Condensateur au tantale         | $0,1 \text{ } \mu\text{F} - 0,01 \text{ } \mu\text{F}$ |
| Condensateur au polypropylène   | $\text{nF} - \mu\text{F}$                              |

⊙ Le nom de l'unité de capacité est dédié à Michael Faraday (physicien et chimiste anglais, 1791-1867)

## 5

## CAPACITÉ D'UN CONDENSATEUR PLAN

La capacité d'un condensateur plan est proportionnelle à la surface  $S$  des armatures en regard et inversement proportionnelle à l'écartement  $e$  de ses armatures (Fig.10).

On peut écrire :

$$C = \varepsilon \frac{S}{e}$$

Le facteur de proportionnalité  $\varepsilon$  est une constante qui ne dépend que de la nature du diélectrique, on l'appelle permittivité absolue du diélectrique. Dans le système international d'unités,  $\varepsilon$  s'exprime en farads par mètre. La permittivité  $\varepsilon_0$  du vide est :

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} \quad (\text{F.m}^{-1})$$

La permittivité de l'air est pratiquement égale à celle du vide. Tous les autres diélectriques ont une permittivité absolue plus grande que celle du vide.

Pour des raisons de commodité de travail, on définit aussi la permittivité relative  $\varepsilon_r$  d'un diélectrique comme étant le rapport de sa permittivité absolue sur la permittivité du vide :

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \quad \text{d'où} \quad C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{S}{e}$$

Le tableau suivant donne des exemples de valeurs de la permittivité absolue  $\varepsilon$  et de la permittivité relative  $\varepsilon_r$  :

| Diélectrique     | $\varepsilon_r$ | $\varepsilon$ ( $10^{-11}$ F.m $^{-1}$ ) |
|------------------|-----------------|--|
| Vide , air       | 1               | 0,885                                    |
| Papier paraffiné | 2 - 2,5         | 1,8 - 2,2                                |
| Polystyrène      | 2 - 3           | 1,8 - 2,7                                |
| Verre            | 4 - 7           | 3,5 - 6,2                                |
| Mica             | 5 - 8           | 4,4 - 7,1                                |
| Céramique        | 15 - 2500       | 13,2 - 2200                              |

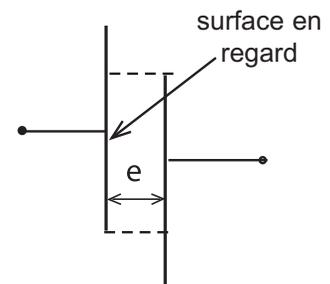


Fig.10 : Condensateur plan

## 6 TENSION DE SERVICE ET TENSION DE CLAQUAGE

En plus de la valeur de la capacité du condensateur, le constructeur indique généralement sur le boîtier deux valeurs différentes de tensions électriques, que représentent-elles?

La charge  $q = C.u$  d'un condensateur ne peut pas augmenter indéfiniment avec la tension  $u$  à ses bornes car celle-ci ne doit pas atteindre une valeur limite qui entraîne un dysfonctionnement (perte des propriétés) du composant.

En fait, lorsque la tension  $u$  est très élevée, les charges  $+q$  et  $-q$  portées par les armatures du condensateur font jaillir des étincelles à travers le diélectrique qui sera à son tour troué quand il est autre que l'air ou le vide et perdra alors son caractère isolant. Dans ces conditions, on entend généralement un crépitement et on dit que le condensateur a claqué : il est détérioré, d'où le nom de tension de claquage ou de rupture.

### Définition

On appelle tension de claquage d'un condensateur la plus petite tension (en valeur absolue) faisant jaillir une étincelle entre les armatures du condensateur.

Ainsi, pour éviter de détériorer un condensateur, il faut éviter d'appliquer à ses bornes une tension de valeur absolue voisine de la valeur de la tension de claquage indiquée par le constructeur.

La deuxième valeur de tension indiquée sur le boîtier d'un condensateur est appelée tension de service, elle est d'une valeur nettement inférieure à celle de claquage, c'est la tension nominale du composant.

## 7 ÉNERGIE EMMAGASINÉE PAR UN CONDENSATEUR

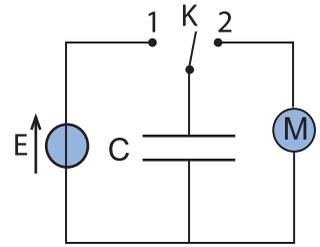
### 7.1- LE CONDENSATEUR EST UN RÉSERVOIR D'ÉNERGIE

On sait qu'un courant électrique ne circule dans une portion de circuit, que lorsqu'il existe entre ses bornes une différence de potentiel non nulle. Ainsi, la circulation du courant de décharge dans les expériences décrites précédemment, en l'absence de tout générateur prouve que c'est le condensateur chargé qui a joué, pendant quelques instants, le rôle de générateur. Donc, le condensateur est un réservoir d'énergie.

**Expérience complémentaire**

On réalise le montage de la figure 11 : il comporte un générateur délivrant une tension continue  $E$  réglable, un condensateur de très grande capacité  $C$ , un petit moteur électrique  $M$  et un commutateur  $K$ .

On place le commutateur  $K$  dans la position 1 puis on le bascule sur la position 2, le moteur se met à tourner, puis s'arrête spontanément.



**Fig.11** : La décharge d'un condensateur peut mettre en marche un moteur.

**Questions**

- 1°) Qu'est ce qui montre dans cette expérience que le condensateur est un réservoir d'énergie?
- 2°) Quelle est l'opération avec laquelle le condensateur est devenu ce réservoir d'énergie?.
- 3°) Expliquer la petite durée de rotation du moteur.

**Conclusion**

Le condensateur est un réservoir d'énergie potentielle électrique (ou électrostatique).

Cette énergie se manifeste, lors de la décharge du condensateur, en se transformant en énergie thermique dans les différents conducteurs, en énergie cinétique dans un moteur, en énergie lumineuse dans une diode LED par exemple...

**7.2- EXPRESSION DE L'ÉNERGIE EMMAGASINÉE**

L'énergie électrostatique emmagasinée par un condensateur de capacité  $C$ , chargé sous une tension  $u$ , s'exprime par :

$$E_C = \frac{1}{2} C u^2$$

Avec  $C$  en farad et  $u$  en volt,  $E_C$  s'exprime en joule.

En utilisant la relation  $q = C.u$ , on obtient d'autres expressions de  $E_C$  soit :

$$E_C = \frac{1}{2C} q^2 = \frac{1}{2} q u$$

# LE DIPÔLE RC

Le dipôle RC est constitué d'un résistor de résistance  $R$  associé en série avec un condensateur de capacité  $C$ . On se propose d'étudier la variation de la charge  $q$  du condensateur en fonction du temps dans un tel dipôle lorsque la tension à ses bornes passe brusquement de zéro à une valeur constante  $E$  ou inversement. L'évolution brusque de la tension constitue l'échelon de tension.

## 1 RÉPONSE D'UN DIPÔLE RC À UN ÉCHELON DE TENSION

### 1.1- ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

#### Manipulation

On réalise le montage de la figure 12 avec un condensateur de capacité  $C$ , un résistor de résistance  $R$  et un générateur de tension continue montés tous en série. Les deux entrées  $Y_1$  et  $Y_2$  d'un oscilloscope numérique à mémoire sont branchées comme c'est indiqué sur la figure 13.

En mettant le commutateur dans la position 1, l'oscilloscope enregistre les oscillogrammes de la figure 14 traduisant les variations de la tension  $u$  délivrée par le générateur et la tension  $u_c$  aux bornes du condensateur.

#### Questions

- 1°) Identifier la courbe obtenue sur la voie  $Y_1$  de l'oscilloscope et celle obtenue sur la voie  $Y_2$ .
- 2°) La charge du condensateur est-elle instantanée ?

#### Interprétation

Avant la fermeture du circuit la tension aux bornes du condensateur est nulle. Lorsque le commutateur  $K$  est fermé dans la position 1, le générateur fournit la tension constante  $E$  au dipôle RC ; donc  $u_{DB} = E$ .

La tension  $u_{AB}$  aux bornes du condensateur croît progressivement jusqu'à devenir égale à  $E$ . Comme  $q = Cu_{AB}$ , la charge du condensateur évolue de manière similaire à  $u_{AB}$ .

#### Conclusion

La réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension est la charge du condensateur. N'étant pas instantanée, celle-ci constitue un phénomène transitoire.

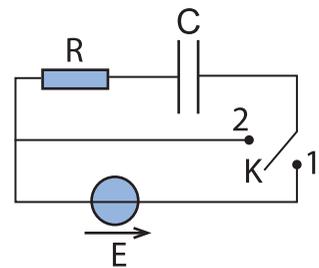


Fig.12 : Montage de réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension

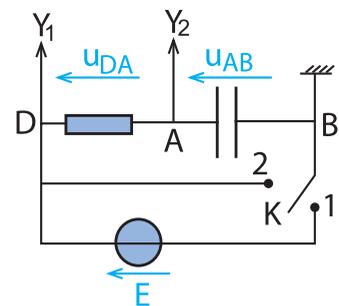


Fig.13 : Montage de visualisation de la réponse d'un dipôle RC

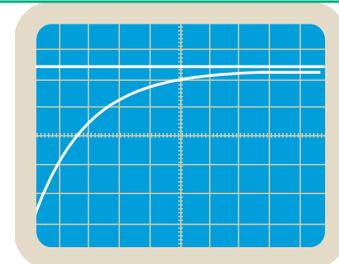


Fig.14 : Evolution de la réponse en tension au cours du temps

## 1.2- ÉTUDE THÉORIQUE

### Mise en équation

En régime transitoire et pendant que le condensateur se charge, le circuit de la figure 12 est équivalent à celui de la figure 15. Appliquons la loi des mailles à ce circuit :

$$u_{DA} + u_{AB} - E = 0, \text{ soit : } Ri + u_C - E = 0.$$

$$\text{Or, } i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}, \text{ d'où : } u_C + RC \frac{du_C}{dt} = E \quad (1)$$

$$\text{ou bien : } \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C = \frac{E}{\tau} \quad \text{avec } \tau = RC,$$

équation différentielle en  $u_C$  avec second membre non nul.

Avec  $u_C = \frac{q}{C}$  et  $i = \frac{dq}{dt}$ , la même équation différentielle s'écrit :

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{\tau} q = \frac{E}{R} \quad (2) \quad \text{ou} \quad i + \frac{1}{\tau} \int i dt = \frac{E}{R} \quad (3).$$

### Expression de $u_C(t)$

La solution de l'équation différentielle (1) est de la forme :

$u_C(t) = B + Ae^{-\alpha t}$  où  $A$ ,  $B$  et  $\alpha$  sont des constantes à déterminer.

A  $t = 0$ ,  $u_C = A + B = 0$ , d'où  $B = -A$ .

Il vient  $u_C(t) = A(e^{-\alpha t} - 1)$ .

La dérivée de  $u_C(t)$  par rapport au temps s'écrit :

$$\frac{du_C}{dt} = -\alpha A e^{-\alpha t}.$$

En remplaçant  $\frac{du_C}{dt}$  par son expression dans l'équation (1),

on trouve :  $A(e^{-\alpha t} - 1) - \alpha \tau A e^{-\alpha t} = E$  ; ce qui donne :

$$-A + (1 - \alpha \tau) A e^{-\alpha t} = E.$$

En égalisant membre à membre cette équation qui doit être satisfaite pour toute valeur de  $t$ , on obtient :

$$A = -E \text{ et } 1 - \alpha \tau = 0 \text{ d'où } \alpha = \frac{1}{\tau}.$$

Ainsi, avec  $A = -E$  et  $\alpha = \frac{1}{\tau}$ , la tension aux bornes du condensateur s'écrit :

$$u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}).$$

La courbe représentative de la fonction  $u_C(t)$  est celle de la figure 16.

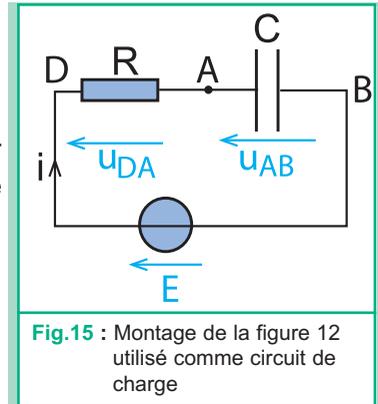


Fig.15 : Montage de la figure 12 utilisé comme circuit de charge

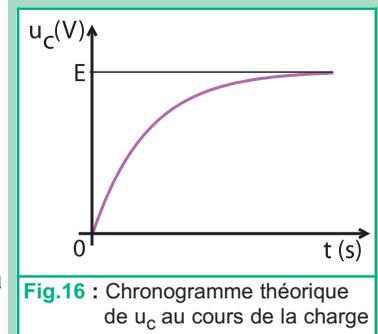


Fig.16 : Chronogramme théorique de  $u_C$  au cours de la charge

### Remarque

En l'absence d'oscilloscope à mémoire ou d'un système informatique d'acquisition de données, on peut utiliser dans le montage de la figure 12 un générateur basse fréquence délivrant une tension en créneaux à la place du générateur de tension continue.

### Expression de $q(t)$

L'expression de la charge  $q$  du condensateur est  $q(t) = C \cdot u_C(t)$ , d'où :  $q(t) = Q_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  avec  $Q_0 = CE$ .

La courbe  $q(t)$  présente une allure analogue à celle de  $u_C(t)$  (Fig.17). Lorsque  $t$  tend vers l'infini  $u_C(t)$  tend vers  $E$  et  $q$  vers  $Q_0$ , le condensateur porte sa charge maximale.

### Expression de $i(t)$

On a  $i = \frac{dq}{dt}$ . En remplaçant  $q$  par son expression,

on trouve  $i(t) = \frac{Q_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$  ou encore :

$$i(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ avec } I_0 = \frac{E}{R}$$

La courbe de la figure 18 représente les variations de l'intensité  $i$  du courant dans le circuit au cours du temps. L'intensité  $i$  du courant est alors positive au cours de la charge du condensateur, résultat attendu du fait que le sens positif du courant est orienté vers l'armature située dans le circuit du côté du pôle positif du générateur.

On peut visualiser simultanément l'évolution de la tension  $u_C(t)$  et l'intensité  $i(t)$  lors de la charge en réalisant l'expérience de la figure 19 avec un montage comprenant un générateur de tension de masse flottante (ou branché au secteur via un transformateur d'isolement), de f.e.m.  $E$ , un interrupteur  $K$  et un dipôle RC associés en série. À l'aide de l'interrupteur  $K$  on ferme le circuit.

Un oscilloscope à mémoire permet d'enregistrer :

- sur la voie  $Y_1$ , la tension  $u_{DA} = Ri$  aux bornes du résistor.
- sur la voie  $Y_2$ , la tension  $u_{AB}$  aux bornes du condensateur au lieu de  $u_{BA}$  et ce, en appuyant sur le bouton **INV**.

On obtient les oscillogrammes (1) et (2) de la figure 20.

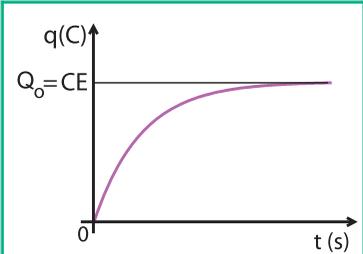


Fig.17 : Chronogramme théorique de  $q$  au cours de la charge

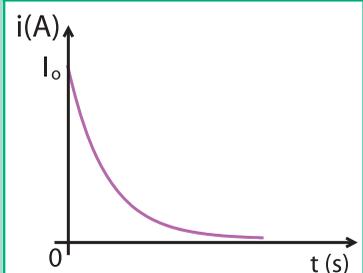


Fig.18 : Chronogramme théorique de  $i$  au cours de la charge

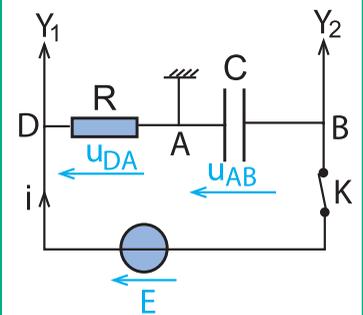


Fig.19 : Branchement pour visualiser simultanément  $u_C(t)$  et  $i(t)$

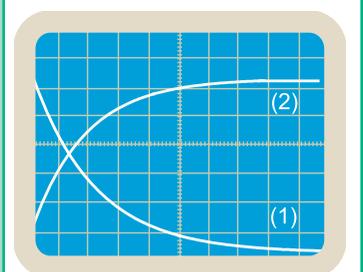


Fig.20 : Chronogrammes de  $u_C$  et de  $u_R$

## Questions

Dans la figure 20, montrer que l'oscillogramme (1) représente la tension  $u_{DA}$  aux bornes du résistor et que l'oscillogramme (2) représente la tension  $u_{AB}$  aux bornes du condensateur.

# 2

## DÉCHARGE D'UN CONDENSATEUR DANS UN RÉSISTOR

### 2.1- ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

#### Manipulation

On utilise le même montage que celui de la figure 13.

Le condensateur étant préalablement chargé, on bascule le commutateur dans la position 2. Le condensateur se trouve directement fermé sur le résistor de résistance  $R$ .

Sur la voie  $Y_2$  de l'oscilloscope à mémoire, on enregistre l'oscillogramme de la figure 21 traduisant  $u_C(t)$ .

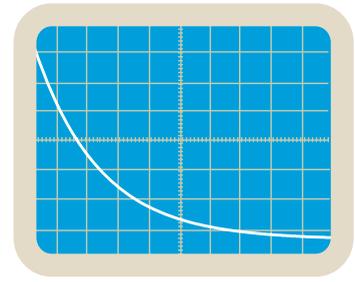


Fig.21 : Chronogramme de  $u_C$  au cours de la décharge

## Questions

- 1°) Expliquer l'allure de  $u_C(t)$ .
- 2°) La décharge du condensateur est-elle instantanée?

#### Interprétation

Avant la mise du commutateur  $K$  dans la position 2, la tension  $u_C$  aux bornes du condensateur était égale à  $E$ . Par la suite  $u_C$  décroît du fait que l'énergie emmagasinée par le condensateur pendant la charge, est progressivement dissipée dans le résistor. La tension  $u_C$  décroît jusqu'à s'annuler.

Comme  $q = Cu_C$ , la charge du condensateur évolue, au cours du temps, de la même manière que  $u_C$ . La charge  $q$  s'annule lorsque le condensateur est complètement déchargé.

#### Conclusion

Dans un dipôle RC, un condensateur chargé se décharge progressivement dans le résistor.

### 2.2- ÉTUDE THÉORIQUE

#### Mise en équation

Le condensateur étant initialement chargé, à l'instant  $t = 0$ , la tension à ses bornes est égale à  $E$ . Le circuit est équivalent à celui de la figure 22.

Avec l'orientation choisie pour le circuit, on peut écrire :

$$u_C + u_R = 0 \text{ et } u_R = Ri \text{ d'où } u_C + Ri = 0.$$

$$\text{Or, } i = \frac{dq}{dt} \text{ et } q = Cu_C, \text{ on aura :}$$

$$u_C + RC \frac{du_C}{dt} = 0 \text{ ou bien } \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C = 0 \quad (4).$$

On obtient une équation différentielle en  $u_C$  sans second membre. On obtient aussi les équations différentielles (5) et (6) respectivement en  $q$  et en  $i$  :

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{\tau} q = 0 \quad (5) ; i + \frac{1}{\tau} \int i dt = 0 \quad (6).$$

### Expression de $u_C(t)$

La solution de l'équation différentielle (4) est de la forme :

$u_C(t) = A e^{-\alpha t}$  où les constantes  $A$  et  $\alpha$  sont déterminées par les conditions initiales :  $A t = 0, u_C = E$ , d'où  $A = E$ .

En remplaçant  $u_C$  et  $\frac{du_C}{dt}$  par leurs expressions dans (4),

on obtient :  $-\alpha A e^{-\alpha t} + \frac{1}{\tau} A e^{-\alpha t} = 0$ , ce qui entraîne :

$$\left(-\alpha + \frac{1}{\tau}\right) A e^{-\alpha t} = 0 \quad \forall t. \text{ D'où } -\alpha + \frac{1}{\tau} = 0, \text{ ce qui donne : } \alpha = \frac{1}{\tau}.$$

Il vient finalement :  $u_C(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}}$

La courbe représentative de la fonction  $u_C(t)$  au cours de la décharge est celle de la figure 23

### Expression de $q(t)$

L'évolution de la charge  $q$  du condensateur au cours du temps est donnée par la relation  $q(t) = C u_C(t)$ . D'où :

$$q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ avec } Q_0 = CE$$

La courbe  $q(t)$  présente une allure analogue à celle de  $u_C(t)$  (Fig.24). Lorsque  $t$  tend vers l'infini,  $q$  tend vers zéro ; le condensateur est déchargé.

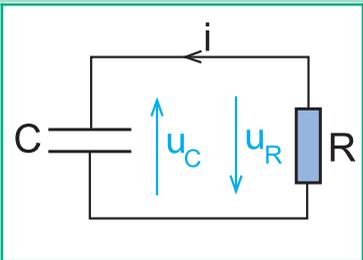


Fig.22 : Montage de la figure 12 utilisé comme circuit de décharge

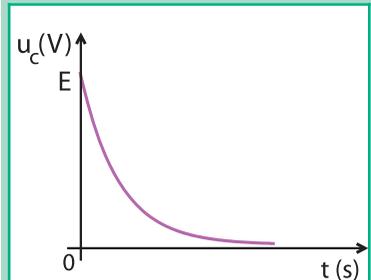


Fig.23 : Chronogramme théorique de  $u_C$  au cours de la décharge

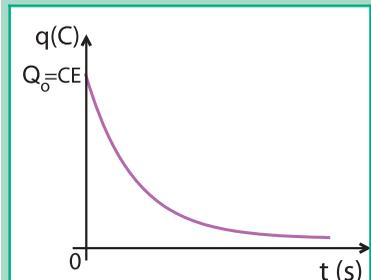


Fig.24 : Chronogramme théorique de  $q$  au cours de la décharge

## Expression de $i(t)$

On a :  $i = \frac{dq}{dt}$ , donc :  $i(t) = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$  ou encore :

$$i(t) = -I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ avec } I_0 = \frac{E}{R}$$

On note bien pour  $i(t)$  le signe contraire de celui de l'intensité du courant de charge, c'est à dire que le courant de décharge circule dans le sens contraire de celui de charge (Fig.25).

## Remarque

On peut visualiser simultanément l'évolution de la tension  $u_c(t)$  et l'intensité  $i(t)$  lors de la décharge en réalisant l'expérience de la figure 26.

Le montage comprend un générateur<sup>⊙</sup> de tension de f.e.m.  $E$  pour charger au préalable le condensateur, un dipôle RC et un commutateur  $K$ .

Le condensateur ayant été chargé, on bascule le commutateur  $K$  sur la position 2. Un oscilloscope à mémoire permet d'enregistrer :

- sur la voie  $Y_1$ , l'oscillogramme (1) de la figure 27 qui représente la tension  $u_{DA}$  aux bornes du résistor, positive lors de la charge, est devenue négative.
- sur la voie  $Y_2$ , l'oscillogramme (2) de la figure 27 qui représente la tension  $u_{AB}$  aux bornes du condensateur qui n'est autre que la tension  $u_{BA}$  changée de signe. Cette tension  $u_{AB}$ , tout en restant positive, diminue progressivement jusqu'à s'annuler.

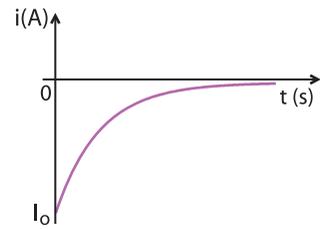


Fig.25 : Chronogramme théorique de  $i$  au cours de la décharge

⊙ Pour que l'opération soit possible, le générateur doit être à masse flottante.

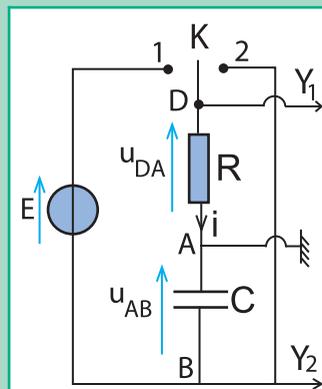


Fig.26 : Branchements pour visualiser simultanément  $u_c(t)$  et  $i(t)$

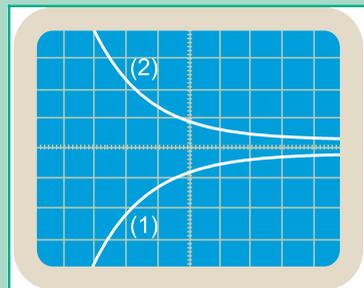


Fig.27 : Chronogramme de  $u_{AB}$  et de  $u_{DA}$  au cours de la décharge

# 3

## INFLUENCE DES GRANDEURS CARACTÉRISTIQUES D'UN DIPÔLE RC SUR LA DURÉE DE CHARGE OU DE DÉCHARGE D'UN CONDENSATEUR

### 3.1- INFLUENCE DE LA RÉSISTANCE $R$

#### Manipulation

On reprend le montage de la figure 13, mais en reliant le point  $B$  à la masse de l'oscilloscope à mémoire et le point  $A$  à

son entrée  $Y_1$  (Fig.28) afin de visualiser  $u_C(t)$  et le point D à son entrée  $Y_2$  afin de visualiser  $u_{DB}(t)$

En chargeant le même condensateur plusieurs fois avec le générateur de f.e.m  $E = 6V$ , mais en l'associant à chaque fois avec un résistor différent des autres, on obtient une série d'oscillogrammes comme celles de la figure 29 visualisés avec  $C = 1\mu F$  et respectivement avec  $R_1 = 5k\Omega$ ,  $R_2 = 10k\Omega$ ,  $R_3 = 15k\Omega$ ,  $R_4 = 20k\Omega$  ; les sensibilités étant réglées horizontalement à  $5ms/div$  et verticalement à  $1V/div$ .

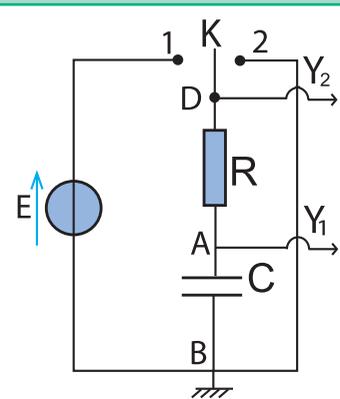


Fig.28 : Branchements pour visualiser à la fois  $u_{AB}(t)$  et  $u_{DB}(t)$

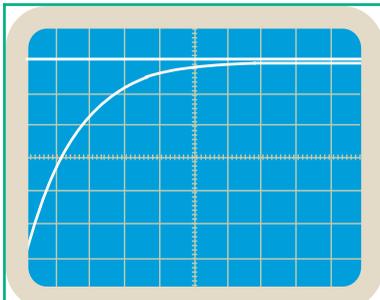


Fig.29a : Oscillogramme obtenu pour  $R_1 = 5 k\Omega$

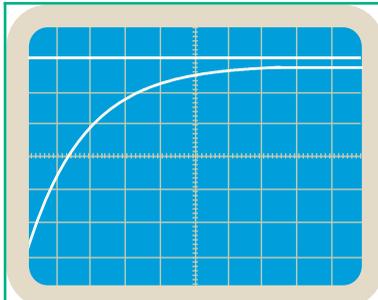


Fig.29b : Oscillogramme obtenu pour  $R_2 = 10 k\Omega$

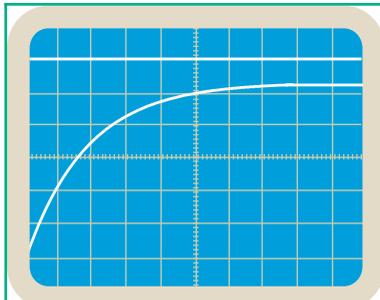


Fig.29c : Oscillogramme obtenu pour  $R_3 = 15 k\Omega$

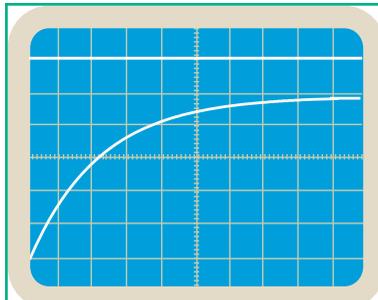


Fig.29d : Oscillogramme obtenu pour  $R_4 = 20 k\Omega$

## Questions

1°) Dresser un tableau consignnant les durées  $t$  au bout des quelles la tension  $u_C(t)$  a atteint la valeur  $4V$  par exemple.

| R (kΩ) | 5 | 10 | 15 | 20 |
|--------|---|----|----|----|
| t (ms) |   |    |    |    |

2°) À l'aide des résultats trouvés :

- ♦ préciser qualitativement l'influence de la valeur de la résistance sur la durée  $t$  de la charge du condensateur.
- ♦ montrer que la durée  $t$  est proportionnelle à  $R$ .

### 3.2- INFLUENCE DE LA CAPACITÉ C

On refait la même expérience, mais cette fois avec des condensateurs de capacités différentes associés respectivement avec le même résistor; on obtient alors les oscillogrammes de la figure 30 avec  $R = 10\text{k}\Omega$  et respectivement avec  $C_1 = 0,5 \mu\text{F}$ ,  $C_2 = 2\mu\text{F}$ ,  $C_3 = 5\mu\text{F}$  et  $C_4 = 10\mu\text{F}$ ; la sensibilité verticale étant maintenue toujours à la valeur  $1\text{V/div}$ .

#### Questions

1°) Dresser un tableau consignait les durées  $t$  au bout desquelles la tension  $u_C(t)$  a atteint la valeur  $4\text{ V}$  par exemple.

|                    |     |   |   |    |
|--------------------|-----|---|---|----|
| C( $\mu\text{F}$ ) | 0,5 | 2 | 5 | 10 |
| t (ms)             |     |   |   |    |

2°) À l'aide des résultats trouvés :

- ♦ préciser qualitativement l'influence de la valeur de la capacité  $C$  du condensateur sur la durée  $t$  de sa charge.
- ♦ montrer que la durée  $t$  est proportionnelle à la capacité  $C$ .

#### Remarque

Les mêmes expériences, faites avec la décharge d'un condensateur, conduisent aux mêmes résultats.

### 3.3- CONSTANTE DE TEMPS D'UN DIPÔLE RC

#### Notion de constante de temps

On vient de montrer que toute valeur de la charge  $q$  d'un condensateur est atteinte au bout d'une durée  $t$  :

- proportionnelle à  $R$  lorsque  $C$  est gardée constante;
- proportionnelle à  $C$  lorsque  $R$  est gardée constante.

Donc, la durée de charge ou de décharge est proportionnelle au produit  $RC$ , ce qui confère à ce produit la dénomination de constante de temps, notée  $\tau$ .

On sait que  $R$  a la dimension du quotient d'une tension par une intensité de courant et  $C$  a la dimension du quotient d'une charge par une tension. Donc, le produit  $RC$  a la dimension d'une charge par une intensité, c'est-à-dire un temps, ce qui justifie encore sa dénomination de constante de temps.

$$\tau = RC : \text{constante de temps}$$

#### Question

Tant au cours de la charge qu'au cours de la décharge,  $u_C(t)$  est une fonction exponentielle du temps d'exposant  $(-t/\tau)$ . En déduire que  $\tau = RC$  ne peut avoir effectivement que la dimension d'un temps.

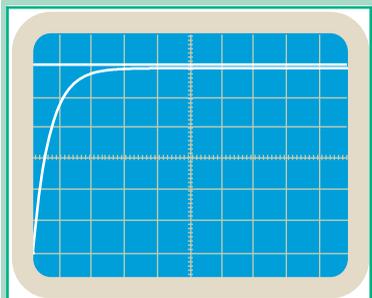


Fig.30a : Oscillogramme obtenu pour  $C = 0,5 \mu\text{F}$  avec une sensibilité horizontale de  $5\text{ms/div}$

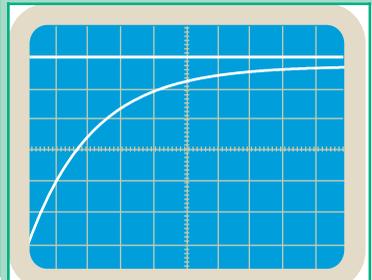


Fig.30b : Oscillogramme obtenu pour  $C = 2 \mu\text{F}$  avec une sensibilité horizontale de  $5\text{ms/div}$

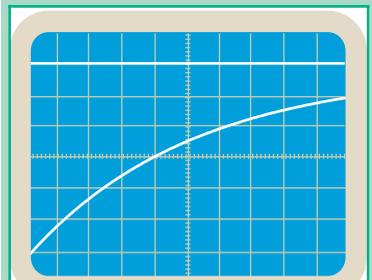


Fig.30c : Oscillogramme obtenu pour  $C = 5 \mu\text{F}$  avec une sensibilité horizontale de  $50\text{ms/div}$

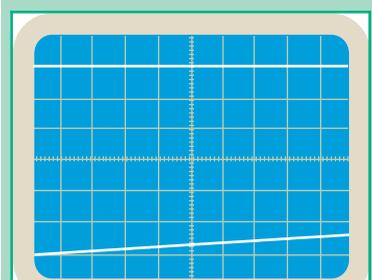


Fig.30d : Oscillogramme obtenu pour  $C = 10 \mu\text{F}$  avec une sensibilité horizontale de  $50\text{ms/div}$

**Définition**

La constante de temps  $\tau$  est une grandeur caractéristique du dipôle RC, elle renseigne sur la rapidité avec laquelle s'établit la tension  $u_C = E$  entre les armatures du condensateur. La charge et la décharge du condensateur sont d'autant plus rapides que la constante de temps  $\tau$  est plus petite.

**Détermination de la constante de temps  $\tau$** **♦ Par calcul direct**

Connaissant les valeurs de C et de R, on peut calculer directement la valeur de la constante de temps  $\tau = RC$ .

**♦ Détermination graphique ( première méthode)**

Pour déterminer  $\tau$ , on trace la tangente à la courbe de charge ou de décharge  $u_C(t)$  au point d'abscisse  $t = 0$ .

Cette tangente a pour équation  $u_C = a t$ ,  $a$  étant son coefficient directeur dont la valeur est donnée par :

$$a = \left( \frac{du_C}{dt} \right)_{t=0}. \text{ Or : } \frac{du_C}{dt} = \frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}, \text{ alors } \left( \frac{du_C}{dt} \right)_{t=0} = \frac{E}{\tau}.$$

Finalement, l'équation de la tangente s'écrit :  $u_C = E \frac{t}{\tau}$ .

L'intersection de cette tangente avec la droite  $u_C = E$  donne  $t = \tau$  (fig.31).

**Remarque**

La même méthode de détermination graphique de  $\tau$  s'applique à la courbe de décharge. L'intersection de la tangente à la courbe  $u_C(t)$  à l'origine avec l'axe des abscisses donne  $t = \tau$  (fig.32).

**♦ Détermination graphique (deuxième méthode)**

Dans le cas de la charge du condensateur, en remplaçant  $t$  par  $\tau$  dans l'expression de  $u_C(t)$ , on obtient :

$$u_C = E(1 - e^{-1}) = 0,63 E.$$

Donc, par lecture graphique de l'abscisse du point de la courbe  $u_C(t)$  d'ordonnée  $0,63E$ , on obtient la valeur de  $\tau$  (Fig.33).

$\tau$  correspond donc au temps nécessaire pour charger un condensateur à 63%.

Dans le cas de la décharge, en remplaçant  $t$  par  $\tau$  dans l'expression de  $u_C(t)$ , on obtient  $u_C = E e^{-1} = 0,37E$ .

$\tau$  est alors l'abscisse du point de la courbe  $u_C(t)$  d'ordonnée  $0,37E$  (Fig.34).

**Remarque**

On peut déterminer  $\tau$  en traçant la tangente à la courbe  $i(t)$  au point d'abscisse  $t = 0$ .

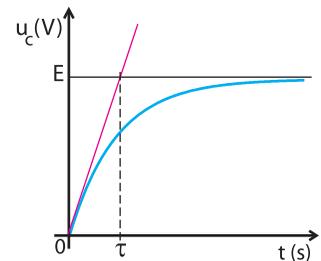


Fig.31 : Détermination de  $\tau$  à partir de la courbe de charge

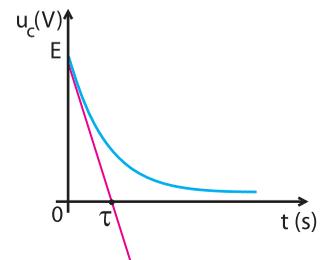


Fig.32 : Détermination de  $\tau$  à partir de la courbe de décharge

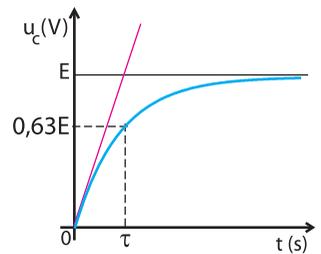


Fig.33 : Détermination de  $\tau$  par lecture directe sur la courbe de charge

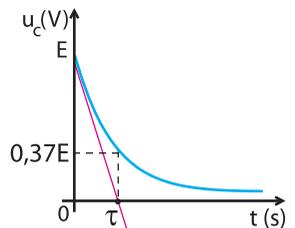


Fig.34 : Détermination de  $\tau$  par lecture directe sur la courbe de décharge

### Question

Montrer que l'intersection de la tangente à la courbe  $i(t)$  avec l'axe des abscisses donne  $t = \tau$  (Fig.35a et Fig.35b)

#### Intérêt pratique de la constante de temps $\tau$

La tension  $u_C$  aux bornes du condensateur, étant donnée par l'expression  $u_C(t) = E (1 - e^{-t/\tau})$  pendant la charge et par l'expression  $u_C(t) = E e^{-t/\tau}$  pendant la décharge, atteint respectivement les valeurs  $u_C = E$  et  $u_C = 0$  au bout des durées  $t$  infinies respectivement de charge et de décharge, ce qui n'est pas physiquement pratique.

On admet alors que le condensateur est complètement chargé ou déchargé quand la différence relative entre la valeur atteinte par  $u_C$  et la valeur asymptotique  $E$  (pour la charge) ou zéro (pour la décharge) ne dépasse pas 1%.

Pour la charge par exemple :

$$\frac{E - u_C}{E} \leq 1\% \text{ ce qui signifie que } E - u_C \leq 0,01 E$$

d'où  $u_C \geq 0,99 E$ . Or,  $u_C = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ . Donc, pour

$$t_c = t_{\text{charge}}, \text{ on a : } 0,99E = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \text{ d'où } 0,99 = (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}),$$

ce qui entraîne  $e^{-\frac{t}{\tau}} = 0,01$ , d'où  $\text{Log } e^{-\frac{t}{\tau}} = \text{Log } 0,01$  ou bien

$$\frac{t_c}{\tau} = 2\text{Log}10 = 4,6, \text{ d'où } t_c \simeq 5\tau.$$

Quand l'étude se veut plus précise, on exige une erreur relative ne dépassant pas 1‰. Avec un calcul semblable au précédent, on aboutit à  $t_c = 6,9 \tau \simeq 7 \tau$  pour avoir  $u_C = 0,999 E$ .

### Question

Montrer que les mêmes durées  $4,6 \tau$  et  $6,9 \tau$  sont indispensables pour décharger complètement un condensateur respectivement à 1‰ et à 1‰ près.

#### Récapitulation

|          | Durée $t$ | 0 | $\tau$ | $4,6 \tau$ | $6,9 \tau$ |
|----------|-----------|---|--------|------------|------------|
| Charge   | $u_C$     | 0 | 0,63 E | 0,99 E     | 0,999 E    |
| Décharge | $u_C$     | E | 0,37 E | 0,01 E     | 0,001 E    |

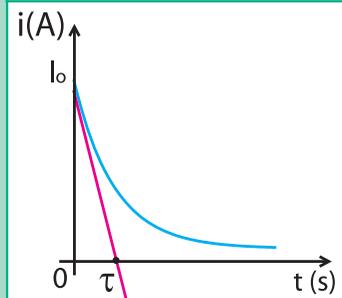


Fig.35a : Méthode de la tangente à l'origine (charge)

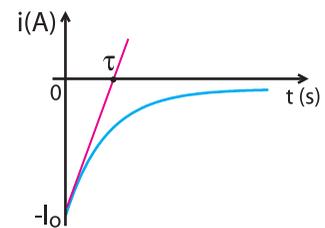


Fig.35b : Méthode de la tangente à l'origine (décharge)

# L'essentiel

■ Un condensateur est un ensemble de deux plaques conductrices séparées par un isolant. Il se charge lorsqu'on établit entre ses bornes une tension continue et se décharge lorsqu'on le ferme sur un récepteur.

■ En désignant par  $q$  la charge portée par l'armature du condensateur vers laquelle est orienté le sens positif du courant, on a :

$$i = \frac{dq}{dt}$$

■ La capacité  $C$  est une grandeur mesurable caractérisant la faculté d'un condensateur à stocker une charge  $q$  sous une tension  $u$  :

$$q = C \cdot u$$

■ La capacité  $C$  d'un condensateur plan est proportionnelle à la surface  $S$  en regard des armatures et inversement proportionnelle à la distance  $e$  qui les sépare :

$$C = \epsilon \frac{S}{e}$$

où  $\epsilon$  est la permittivité absolue du diélectrique.

■ Sous une tension  $u$ , un condensateur de capacité  $C$  emmagasine une énergie potentielle électrique :

$$E_c = \frac{1}{2} C u^2$$

■ Toute décharge d'un condensateur s'explique par une restitution d'énergie emmagasinée.

■ Un dipôle RC soumis à un échelon de tension  $E$  répond par une évolution de la tension  $u_c$  aux bornes du condensateur régie par la loi :

$$u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

où  $\tau = RC$  est la constante de temps du dipôle.

■ Quand un dipôle RC chargé est fermé sur lui même, la tension  $u_c$  aux bornes du condensateur, initialement égale à  $E$ , évolue selon la loi :

$$u_c(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}}$$

■ La constante de temps  $\tau = RC$  renseigne sur la rapidité de la charge et de la décharge du condensateur.

# Exercices

## Exercice résolu

### ÉNONCÉ

Pour étudier la charge d'un condensateur ou sa décharge dans un résistor, on réalise le montage de la figure 1.

À l'aide d'un ordinateur, d'un capteur et d'une interface de saisie de données, on suit l'évolution temporelle de la tension  $u_C$  aux bornes du condensateur.

1°) En plaçant le commutateur dans la position 1, on obtient la courbe  $u_C(t)$  de la figure 2.

a) Interpréter l'allure de la courbe  $u_C(t)$  de la figure 2.

b) Déterminer graphiquement le temps mis par le condensateur pour se charger.

Pour cela on suppose que le condensateur est complètement chargé quand  $u_C = E$  à 1% près.

2°) On bascule le commutateur dans la position 2, le condensateur se décharge complètement dans le résistor de résistance  $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$  au bout d'une durée  $t = 250 \text{ ms}$ . La courbe de décharge  $u_C(t)$  est représentée sur la figure 3.

a) Interpréter l'allure de la courbe  $u_C(t)$  obtenue lors de la décharge du condensateur à travers le résistor de résistance  $R_2$ .

b) Déterminer graphiquement la constante de temps  $\tau_2$  et en déduire la valeur de la capacité  $C$  du condensateur.

3°) Déterminer la valeur de la résistance  $R_1$ .

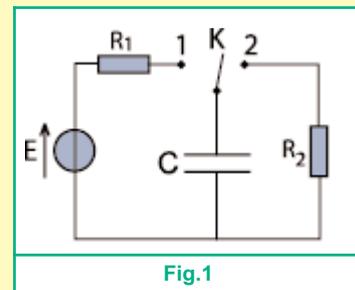


Fig.1

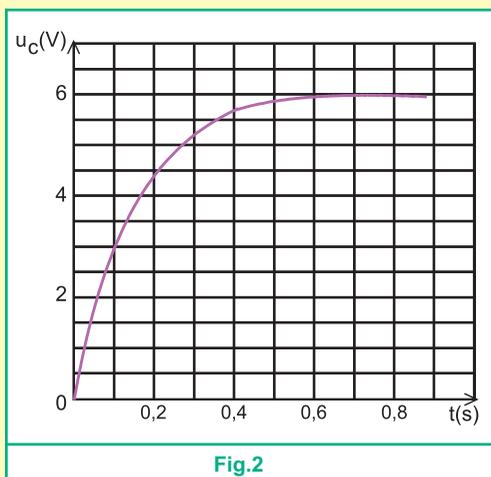


Fig.2

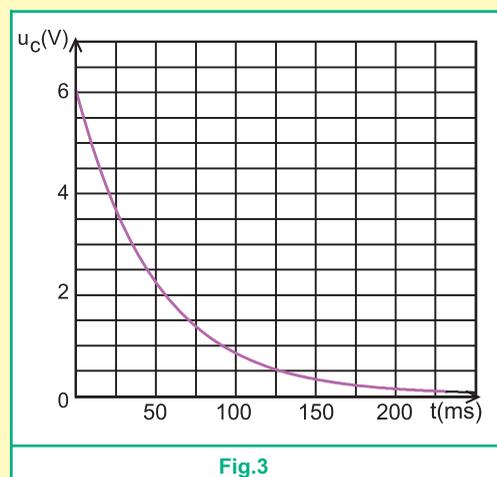


Fig.3

**SOLUTION**

1°) a) Quand le commutateur K est en position 1, c'est le circuit schématisé ci-contre qui est fermé.

Dans ce cas, la loi des mailles s'écrit :  $u_C + u_{R_1} - E = 0$ .

Avec  $u_{R_1} = R_1 i$ ,  $u_C = \frac{q}{C}$  et  $i = \frac{dq}{dt}$ . On a :  $\tau_1 \frac{du_C}{dt} + u_C = E$ , où  $\tau_1 = R_1 C$ .

On sait qu'une telle équation différentielle admet comme solution :

$u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}})$ . A l'instant  $t = 0$ ,  $e^{-\frac{t}{\tau_1}} = 1$ , donc  $u_C = 0$ . Quand  $t$  tend vers l'infini,  $u_C$  augmente exponentiellement vers  $E$ , ce qui explique l'allure de la courbe de charge

b) Soit  $\theta$  la durée au bout de laquelle le condensateur est complètement chargé.

A  $t = \theta$ ,  $u_C \simeq E$  à 1% près, c'est-à-dire  $u_C = 0,99 E$ . Or  $u_C(\theta) = E(1 - e^{-\frac{\theta}{\tau_1}})$ , on a donc :

$0,99 E = E(1 - e^{-\frac{\theta}{\tau_1}})$ , ce qui donne  $\frac{\theta}{\tau_1} = 2 \log 10$ , d'où :  $\theta = 4,6 \tau_1 \simeq 5 \tau_1$ .

En conséquence, déterminer graphiquement  $\theta$  revient à déterminer  $\tau_1$ . On trace alors la tangente à la courbe de charge (Fig 2). au point d'abscisse  $t = 0$ , puis on projette son intersection P avec l'asymptote  $u = E$  sur l'axe des temps comme il est indiqué dans la figure ci-contre. On obtient alors,  $\tau_1 = 0,1$  s. Donc  $\theta = 0,5$  s.

2°) a) Quand le commutateur K est en position 2, c'est le circuit schématisé ci-contre qui est fermé. Dans ce cas la loi des mailles s'écrit :  $u_C + u_{R_2} = 0$ .

Avec le même sens positif du courant, utilisé dans la question 1 - a,

on a :  $\frac{q}{C} + R_2 i = 0$  avec  $i = \frac{dq}{dt}$ .

On alors :  $\tau_2 \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$ , où  $\tau_2 = R_2 C$ .

On sait qu'une telle équation différentielle admet comme solution :

$u_C(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}}$ . A l'instant  $t = 0$ ,  $e^{-\frac{t}{\tau_2}} = 1$ , donc  $u_C = E$ .

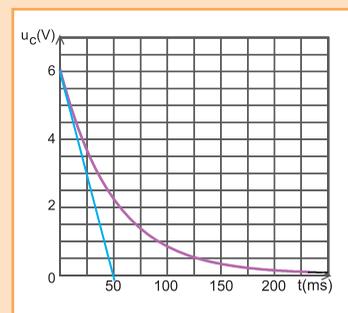
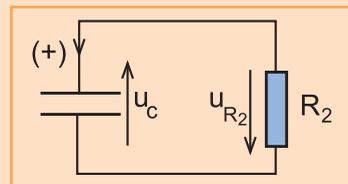
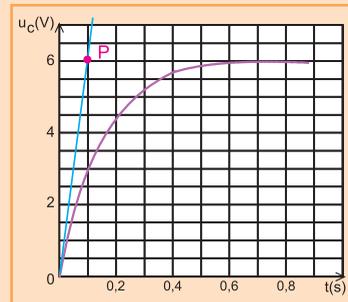
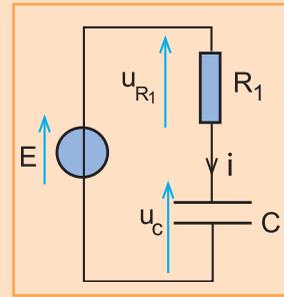
Quand  $t$  tend vers l'infini,  $u_C$  diminue exponentiellement vers zéro, ce qui explique l'allure de la courbe de décharge.

b) Le traçage de la tangente à la courbe de décharge de la figure 3,

donne :  $\tau_2 = 50$  ms. Or,  $\tau_2 = R_2 C$ , d'où  $C = \frac{\tau_2}{R_2}$ .

Soit, numériquement  $C = 50 \mu\text{F}$ .

3°) On a  $\tau_1 = R_1 C$ . d'où  $R_1 = \frac{\tau_1}{C}$ . Soit, numériquement  $R_1 = 2 \text{ k}\Omega$ .





# Exercices à résoudre



## Tests rapides des acquis

### 1

### Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- Un condensateur chargé sous une tension  $U$  emmagasine une charge  $q = CU$ .
- 2- Un condensateur est caractérisé par sa capacité.
- 3- Un condensateur ne restitue jamais la même quantité d'énergie emmagasinée.
- 4- L'intensité  $i$  du courant est liée à la charge du condensateur par la relation:  $i = \frac{dq}{dt}$ .
- 5- Au cours de la charge d'un condensateur initialement déchargé, l'intensité  $i$  du courant est maximale au début et nulle à la fin.

- 6- L'intensité maximale du courant de charge est  $E/R$ .
- 7- Au début de la décharge, l'intensité du courant est nulle.
- 8- Pour déterminer la constante de temps  $\tau = RC$ , il suffit de tracer la tangente à l'origine à la courbe de décharge  $u_C(t)$  au point d'abscisse  $t = 0$  et de relever les coordonnées de son intersection avec l'axe des abscisses.
- 9- Un condensateur de charge  $2q$  emmagasine l'énergie:  $E_C = \frac{q^2}{2C}$ .

### 2

### Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la proposition juste.

- I- Un condensateur chargé pendant 5s avec un générateur de courant d'intensité  $I = 1,2 \text{ mA}$ , emmagasine une charge  $Q$  égale à :
  - a-  $8.10^{-3} \text{ C}$  ;
  - b-  $6.10^{-3} \text{ C}$  ;
  - c-  $5.10^{-3} \text{ C}$ .
- II- La charge  $q$  portée par chacune des armatures d'un condensateur de capacité  $C$  sous une tension  $u$  est quadruplée quand :
  - a- il est chargé sous une tension 2 fois plus grande que  $u$ .
  - b- il est chargé sous une tension 4 fois plus grande que  $u$ .
  - c- s'il a une capacité 4 fois plus petite que  $C$ .
- III- La constante de temps d'un circuit comportant un condensateur de capacité  $C = 10 \mu\text{F}$  et un résistor de résistance  $R$  vaut 2ms. La valeur de la résistance  $R$  est :
  - a-  $R = 20 \Omega$  ;
  - b-  $R = 200 \Omega$  ;
  - c-  $R = 2000 \Omega$ .

- IV- La constante de temps  $\tau$  d'un dipôle RC, est la durée au bout de laquelle le condensateur est :
  - a- complètement chargé ;
  - b- à moitié chargé ;
  - c- chargé à 63%.
- V- Quand on se propose de ralentir la décharge d'un condensateur de capacité  $C$  dans un conducteur ohmique de résistance  $R$  réglable, on doit :
  - a- diminuer  $R$  ;
  - b- augmenter la constante de temps tout en augmentant  $R$  ;
  - c- diminuer la constante de temps tout en diminuant  $R$ .
- VI- L'énergie emmagasinée par un condensateur portant une charge  $q$  est doublée quand on double :
  - a- la charge  $q$  ;
  - b- sa capacité  $C$  ;
  - c- la tension  $u$  à ses bornes.

## Exercices d'application

**3** Un condensateur plan est formé par deux feuilles en aluminium, de surface en regard  $S = 1 \text{ m}^2$ , séparées par un isolant de permittivité relative  $\epsilon_r = 8$  et d'épaisseur  $e = 0,1 \text{ mm}$ .  
**1°)** Calculer la capacité  $C$  du condensateur.  
**2°)** Le condensateur est chargé sous une tension de  $50 \text{ V}$ , calculer l'énergie qui y est emmagasinée.

**4** On charge un condensateur de capacité  $C = 20 \text{ }\mu\text{F}$ , initialement non chargé, avec un générateur de courant d'intensité  $I = 1,8 \text{ }\mu\text{A}$ .  
**1°)** Déterminer la charge  $q$  acquise par le condensateur lorsque le circuit reste fermé pendant 10 secondes.  
**2°)** Déterminer :  
**a)** la tension  $u_{AB}$  aux bornes du condensateur à l'instant  $t = 10 \text{ s}$ .  
**b)** L'énergie emmagasinée par le condensateur au bout de  $t = 10 \text{ s}$ .

**5** Un condensateur de capacité  $C = 3 \text{ }\mu\text{F}$  se charge à travers un résistor de résistance  $R = 80 \text{ k}\Omega$  à l'aide d'un générateur de tension continue de f.e.m.  $E = 12 \text{ V}$ .  
**1°)** Déterminer la valeur de la constante de temps  $\tau$  du dipôle RC.  
**2°)** a) Après une durée de 2 secondes que vaut la tension aux bornes du condensateur ?  
**b)** Déterminer l'intensité du courant circulant dans le circuit du condensateur après une durée égale à 2 secondes.

**6** Un générateur de tension de f.e.m.  $E = 6 \text{ V}$  est associé en série avec un condensateur de capacité  $C = 2 \text{ }\mu\text{F}$ , un résistor de résistance  $R = 10 \text{ k}\Omega$  et un interrupteur  $K$ .  
**1°)** Calculer l'intensité du courant dans le circuit à l'instant où on ferme l'interrupteur  $K$ .  
**2°)** Calculer la constante de temps  $\tau$  du dipôle RC.  
**3°)** Déterminer la durée nécessaire pour que la tension aux bornes du condensateur soit égale à  $0,99 E$ .  
**4°)** Tracer approximativement la courbe  $u_C(t)$ .

**7** L'acquisition de la tension aux bornes d'un condensateur au cours de sa charge, dans un circuit comprenant en série le condensateur, un résistor de résistance  $R = 100 \text{ }\Omega$ , un interrupteur  $K$  et un générateur de tension continue de f.e.m.  $E = 5 \text{ V}$ , a donné les valeurs suivantes :

|                   |   |     |     |     |     |     |     |     |
|-------------------|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $t(\mu\text{s})$  | 0 | 0,5 | 1   | 1,5 | 2   | 3   | 4   | 5   |
| $u_C \text{ (V)}$ | 0 | 2,2 | 3,3 | 4   | 4,3 | 4,7 | 4,8 | 4,9 |

**1°)** Proposer un schéma pour le montage qui a servi à dresser ce tableau de mesures.  
**2°)** Tracer le graphe traduisant les variations de  $u_C$  au cours du temps.  
**3°)** Déterminer graphiquement la constante de temps  $\tau$  du dipôle RC.  
**4°)** En déduire la capacité  $C$  du condensateur.

**8** L'équation différentielle, donnant la charge  $q$  dans un circuit fermé constitué d'un générateur de tension de f.e.m.  $E$  associé en série avec un dipôle RC, est :

$$0,12 \frac{dq}{dt} + q = 12 \cdot 10^{-5}$$

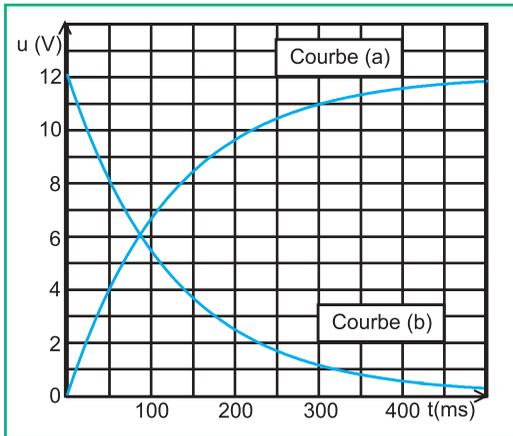
**1°)** Calculer la constante de temps  $\tau$ .  
**2°)** Sachant que  $E = 12 \text{ V}$ , déterminer la valeur de la résistance  $R$ .  
**3°)** En déduire la valeur de la capacité  $C$  du condensateur.

## Exercices de synthèse

**9** On associe en série un générateur de tension de f.e.m.  $E$  avec un résistor de résistance  $R$  et un condensateur de capacité  $C = 10 \text{ }\mu\text{F}$ .  
**1°)** Faire un schéma du montage et préciser les connexions à faire pour visualiser à l'aide d'un oscilloscope numérique, les tensions  $u_C(t)$  et  $u_R(t)$  respectivement aux bornes du condensateur et du résistor.  
**2°)** Identifier les oscillogrammes de la figure ci-après.

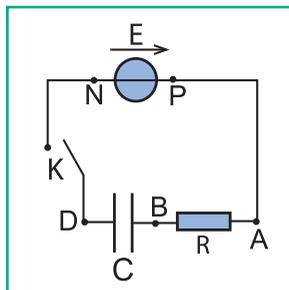
3°) Déterminer à partir des oscillogrammes les valeurs de  $E$  et de la constante de temps  $\tau$  du dipôle RC.

4°) En déduire la valeur de  $R$ .



10 On charge un condensateur de capacité  $C = 22 \mu\text{F}$  selon le montage schématisé ci-dessous. Le générateur est une alimentation stabilisée délivrant une tension  $E = 6 \text{ V}$  ; le conducteur ohmique a une résistance  $R = 1 \text{ k}\Omega$ .

À l'instant initial  $t = 0$ , le condensateur est déchargé et l'on ferme l'interrupteur  $K$ .



1°) En désignant par  $q$  la charge portée par l'armature B du condensateur.

Indiquer le sens arbitraire positif choisi pour avoir  $i = \frac{dq}{dt}$ .

2°) En appliquant la loi des mailles, déterminer l'équation différentielle vérifiée par  $q(t)$ .

3°) Cette équation différentielle admet pour solution:  $q(t) = \alpha \cdot (1 - e^{-t/\beta})$  où  $\alpha$  et  $\beta$  sont deux constantes.

a) Déterminer les expressions littérales de  $\alpha$  et de  $\beta$ , puis calculer leurs valeurs numériques.

b) Exprimer l'intensité du courant de charge  $i(t)$ .

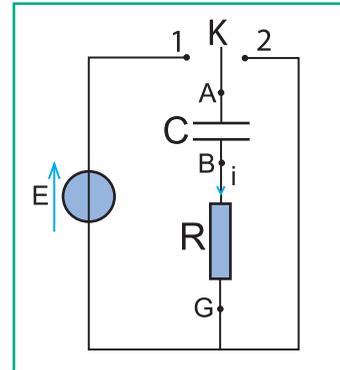
4°) a) Déterminer l'instant  $t_{1/2}$  pour laquelle  $q(t)$

est égale à  $1/2 \cdot C \cdot E$ . Comparer cet instant à la constante de temps  $\tau$ .

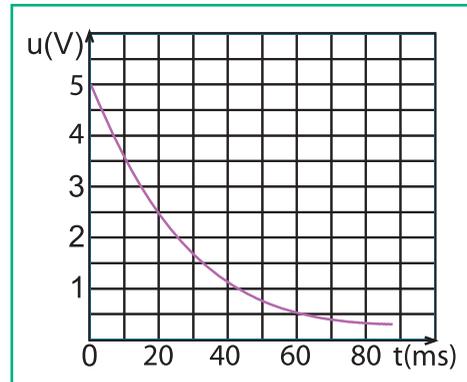
b) A quel instant  $t$  a-t-on  $q = \frac{CE}{4}$  ?

11

Le montage de la figure ci-après permet d'étudier l'évolution de la tension  $u_{AB}$  aux bornes d'un condensateur de capacité  $C$ , en série avec un résistor de résistance  $R$ .



Une interface, reliée à un ordinateur, permet l'acquisition de la tension  $u_{AB}$  au cours du temps. Initialement, l'interrupteur  $K$  est en position 1 depuis longtemps.



1°) À l'instant  $t = 0$ , on place l'interrupteur  $k$  en position 2. Quel est l'état du condensateur à cet instant ?

2°) À quoi correspond la courbe ci-dessus ?

3°) Quelle est la manipulation à effectuer sur le circuit pour obtenir cette courbe ?

4°) En respectant l'orientation choisie, préciser le signe de l'intensité  $i$  du courant lors de la décharge du condensateur.

5°) Écrire la relation entre :

- l'intensité  $i$  du courant et la tension  $u_{BG}$ ,
- la charge  $q_A$  du condensateur et la tension  $u_{AB}$ ,
- l'intensité  $i$  du courant et la charge  $q_A$ ,
- les tensions  $u_{BG}$  et  $u_{AB}$  lors de la décharge.

6°) En appliquant la loi des mailles, montrer que l'équation différentielle vérifiée par la tension  $u_{AB}$  est :  $\frac{1}{\alpha} \frac{du_{AB}}{dt} + U_{AB} = 0$ ,

avec  $\alpha$  une constante que l'on exprimera en fonction des caractéristiques des différents dipôles du circuit de décharge.

**12** Un condensateur de capacité  $C = 5 \mu\text{F}$  est initialement chargé sous une tension  $u_{AB} = U_0 > 0$ .

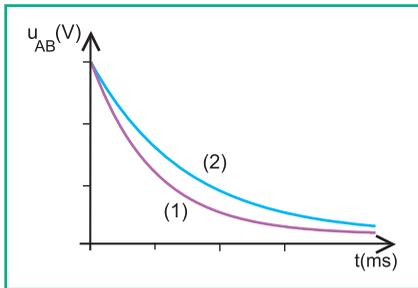
Le condensateur est inséré dans un circuit schématisé ci-contre.

Les réglages d'acquisition de la tension  $u_{AB}$  sont les suivants : 2,5ms / div et 2V / div

À l'instant  $t = 0$ , on ferme le circuit.

1°) Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension  $u_{AB}$ .

2°) Avec un résistor de résistance  $R_1 = 500 \Omega$ , on obtient la courbe 1 représentée sur le graphe ci-dessous :



En effectuant la même opération avec un résistor de résistance  $R_2$ , on obtient la courbe 2 du même graphe.

- Indiquer la valeur de  $U_0$ .
- Déduire de l'examen des deux courbes la résistance la plus grande. Proposer une méthode de détermination de  $R_2$  et la calculer numériquement.
- Calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur lors de sa charge.
  - En déduire la valeur de l'énergie  $E_1$  dissipée par effet Joule dans le résistor de résistance  $R_1$

lorsque la décharge du condensateur est terminée.

c) Cette énergie  $E_1$  varie t-elle si on remplace le résistor de résistance  $R_1$  par celui de résistance  $R_2$  ? Justifier la réponse.

## 13 Étude de texte

### Le défibrillateur cardiaque

Le défibrillateur cardiaque est un appareil permettant d'appliquer un choc électrique sur le thorax d'un patient, dont les fibres musculaires du cœur se contractent de façon désordonnée (fibrillation). Cet appareil produit une impulsion électrique de très haute énergie à travers la poitrine d'un patient afin de relancer les battements de son cœur.

Un tel défibrillateur connu sous le nom de circuit à choc exponentiel tronqué comprend notamment un condensateur de capacité  $C = 32 \cdot 10^{-6} \text{ F}$ , chargé sous une haute tension  $U$  égale à 5kV environ. La libération de l'énergie emmagasinée par le condensateur en une dizaine de millisecondes par deux électrodes posées sur le thorax du patient entraîne un choc électrique. La résistance électrique du thorax doit être prise en compte.

Chez l'adulte, elle est évaluée à 75 ohms en moyenne, valeur mesurée par le difibrillateur grâce à des courants de faible intensité. La connaissance de la valeur de la résistance de la cage thoracique avant le choc permet de choisir le niveau d'énergie du choc électrique adapté au patient, c'est-à-dire l'énergie nécessaire pour relancer les battements avec le moins d'effets d'élèters.

### Questions

- Montrer que le défibrillateur et le thorax peuvent être assimilés à un circuit RC.
- Calculer la constante de temps  $\tau$  du circuit.
- Calculer l'ordre de grandeur de l'énergie emmagasinée par le condensateur d'un défibrillateur cardiaque.
- Trouver une explication à l'expression "circuit à choc exponentiel tronqué" utilisée dans le texte.

# Fiche technique

## MESURE D'UNE TENSION CONTINUE AUX BORNES D'UN CONDENSATEUR

### 1. Utilisation d'un voltmètre

On sait que le voltmètre est un appareil de mesure de très grande résistance interne  $R_V$ . monté dans un circuit, il est équivalent à un conducteur ohmique de résistance égale à sa résistance interne  $R_V$ . Lorsqu'on le branche aux bornes d'un condensateur chargé, celui-ci se trouve fermé sur un conducteur ohmique de résistance  $R_V$ . Par conséquent, il y a un risque de décharge non négligeable du condensateur dans le voltmètre, ce qui fausse la mesure. Effectivement, la perturbation apportée par un voltmètre lorsqu'on mesure la tension aux bornes d'un condensateur est souvent importante et peut même la rendre impossible. La résistance d'un voltmètre numérique est en général voisine de  $10\text{ M}\Omega$  sur tous les calibres ; celle d'un voltmètre à aiguille est le plus souvent de l'ordre de  $20\text{ k}\Omega$  par volt, c'est-à-dire qu'utilisé sur le calibre  $10\text{ V}$  par exemple, la résistance du voltmètre est  $200\text{ k}\Omega$ . Le voltmètre, de résistance  $R_V$ , connecté aux bornes d'un condensateur de capacité  $C$ , le décharge avec la constante de temps  $R_V C$ . Pour faire des mesures de tension correctes, il faut que cette décharge soit négligeable. Pour cela, on ne peut pas jouer vraiment sur le temps de mesure dont la possibilité de réduction est limitée. Cependant, on peut jouer sur la valeur de  $R_V C$ , et ce en cherchant à ce qu'elle soit suffisamment élevée :

#### Solution particulière :

Pour les condensateurs de capacité très grande, le problème est pratiquement résolu par l'utilisation d'un voltmètre numérique.

Exemple : avec  $C = 5600\text{ }\mu\text{F}$  et  $R_V = 10\text{ M}\Omega$ , la constante de temps vaut  $56000\text{ s}$ , ce qui rend la perturbation apportée par le voltmètre très faible. La difficulté sera par contre de déterminer avec précision la capacité du condensateur. En effet pour les fortes capacités, les condensateurs sont chimiques et la valeur indiquée par le fabricant est souvent minorée de 20 à 40% voire plus. Mesurer les capacités de ces condensateurs n'est souvent pas à la portée des capacimètres courants.

#### Solution "idéale" :

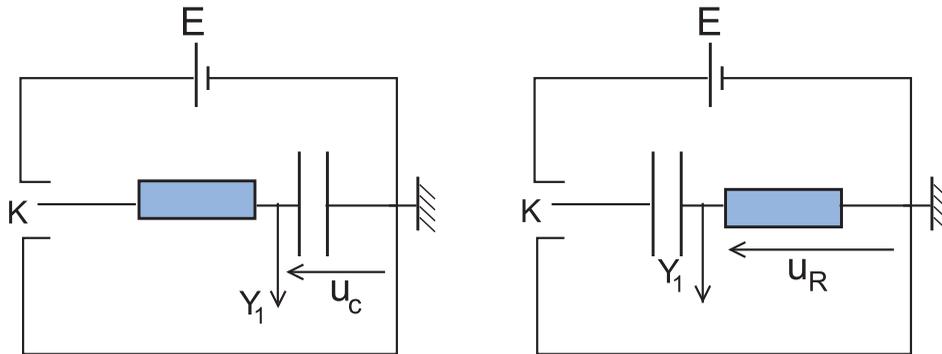
La meilleure méthode d'amélioration de  $R_V$  consiste à interposer entre le condensateur et le voltmètre un montage électronique particulier appelé suiveur de tension. Réalisé avec le circuit intégré TL081, la résistance du dispositif de mesure atteint alors  $10^{12}\text{ }\Omega$  environ. Ainsi, avec même un condensateur de capacité trop petite, la mesure sera valable.

Exemple : avec  $C = 10\text{ nF}$ , on aura une constante de temps de l'ordre de  $10^4\text{ s}$ , ce qui laissera le temps de faire la mesure !

## 2. Utilisation d'un oscilloscope à mémoire

L'oscilloscope est caractérisé par une grandeur appelée impédance d'entrée de valeur courante ( $1\text{ M}\Omega$ ,  $50\text{ pF}$ ), ce qui signifie que la connexion d'un oscilloscope aux bornes d'un dipôle revient à connecter en parallèle aux bornes de ce dipôle, un conducteur ohmique de résistance  $1\text{ M}\Omega$  et un condensateur de capacité  $50\text{ pF}$ .

Pour faire l'étude de la charge du condensateur à l'aide d'un oscilloscope à mémoire, deux montages sont à priori utilisables :



Supposons  $R = 20\text{ k}\Omega$  et  $C = 125\text{ nF}$ . Considérons l'entrée de l'oscilloscope comme une résistance  $R_{\text{osc}}$  égale à  $1\text{ M}\Omega$ . Les  $50\text{ pF}$  sont négligeables devant la capacité du dipôle RC. Dans la situation schématisée à gauche, on montre que, lorsque le commutateur  $k$  est en position 1, la tension aux bornes du condensateur s'écrit :

$$u = \frac{R_{\text{osc}}}{R + R_{\text{osc}}} E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \text{ avec } \tau = \frac{R R_{\text{osc}}}{R + R_{\text{osc}}} C$$

Avec les valeurs proposées,  $u$  aux bornes du condensateur tend vers  $E$  à 2% près et la constante de temps de la charge est inférieure à  $RC$  de 2% également ce qui reste acceptable.

À la décharge, on a la même constante de temps. Mais, dès que le commutateur  $K$  est ouvert, le condensateur se décharge dans l'oscilloscope avec une constante de temps  $R_{\text{osc}}C$  égale à  $125\text{ ms}$ . Autrement dit, compte tenu du temps de basculement du commutateur  $K$ , le condensateur sera déchargé avant que le commutateur n'ait basculé. On n'enregistre pas la décharge du condensateur avec ce montage ! Le seul remède consiste à relier le condensateur à l'oscilloscope à travers un suiveur de tension.

Le montage de droite est utilisable si on veut éviter le suiveur de tension. La tension aux bornes du condensateur s'obtient évidemment en remarquant que  $u_C = E - u_R$ .

Il reste l'erreur de 2% sur la constante de temps, mais le condensateur ne se décharge pas pendant la manœuvre du commutateur.

*D'après [web.ac-reims.fr/datice/sc\\_physiques/docs/lyc/T/RC.doc](http://web.ac-reims.fr/datice/sc_physiques/docs/lyc/T/RC.doc)*

# En savoir plus

## La foudre et les paratonnerres

En météorologie, la foudre est cette décharge électrique qui se produit au cours d'un orage, accompagnée d'une vive lumière connue sous le nom d'éclair et d'une vague sonore sous forme de détonations constituant ce qu'on appelle le tonnerre. Effectivement, l'éclair est une manifestation lumineuse, subite et passagère à travers le ciel, d'une décharge électrique qui se produit entre des nuages chargés de pluie, ou bien entre un nuage chargé de pluie et la Terre. Il apparaît sous forme d'une ligne brisée ou d'un arc lumineux, parfois long de plusieurs kilomètres, qui s'étend entre les points de décharge.

On ne sait pas vraiment comment les nuages orageux se chargent, mais la plupart le sont négativement à la base et positivement à leur sommet. La plupart des météorologues pensent que la glace est un facteur nécessaire, car, généralement, un éclair ne se produit que lorsqu'il y a formation de glace dans la couche supérieure des nuages orageux. Des expériences ont montré que, quand des solutions diluées d'eau sont gelées, la glace se charge négativement et l'eau se charge positivement. Si, après le début de la congélation, l'air ascendant sépare les gouttelettes d'eau des particules gelées, les gouttelettes se concentrent dans la partie supérieure du nuage



et les particules plus grosses de glace tombent à la base. Par ailleurs, des expériences ont également montré que les grosses gouttes d'eau qui tombent rapidement se chargent négativement, alors que les petites gouttes qui tombent lentement se chargent positivement. La polarisation d'un nuage orageux peut donc être due à la différence de vitesse à laquelle tombent les grandes et les petites gouttes de pluie. De quelque façon qu'elle se forme, la charge négative à la base du nuage induit une charge positive sous elle, sur la Terre, qui agit comme la seconde plaque d'un énorme condensateur. Quand le potentiel électrique entre deux nuages ou entre un nuage et la Terre atteint une valeur suffisamment élevée (environ 10 000 V par cm), l'air s'ionise le long d'un passage étroit, et un éclair se forme. De nombreux météorologues croient que c'est de cette façon qu'une décharge négative est transportée vers le sol, et que la charge négative totale de la Terre est maintenue.

La foudre est très dangereuse ; elle est plus dangereuse même que les tornades et les ouragans. Elle tue chaque année, de nombreuses personnes et provoque notamment de nombreux feux de forêts. Il convient alors de prendre quelques précautions lorsque l'on se trouve sous un orage, pour pouvoir s'abriter. Il faut éviter de rester sous un arbre isolé. À cause de leur hauteur, les arbres sont susceptibles d'être frappés par la foudre, et sont donc dangereux pendant de violents orages électriques. Le plus sûr pour une personne qui se trouve à l'extérieur pendant un orage est de se mettre à l'intérieur d'une voiture à structure d'acier, ou de rester allongée par terre, à l'extérieur.

Les bâtiments sont protégés grâce à des tiges métalliques placées au-dessus de la partie la plus haute du toit, et reliées au sol, appelées paratonnerres. Ces tiges forment un passage de faible résistance pour la foudre, et donc l'empêche de passer à travers la structure elle-même. Les lignes haute tension et les appareils radio, équipés d'antennes extérieures, sont protégés contre les éclairs grâce à des paratonnerres spéciaux, qui consistent en un petit espace rempli de gaz entre la phase et la masse. Cet espace offre une grande résistance aux tensions ordinaires, mais la foudre, qui a un potentiel de dizaines de millions de volts, ionise le gaz offrant un chemin de faible résistance pour cette décharge.

Toutefois, les éclairs ont des effets positifs. Le sol est enrichi par l'azote qui est libéré de l'atmosphère par les éclairs, et transporté vers le sol par la pluie. Certains scientifiques pensent que les éclairs ont été un élément clé dans l'origine de la vie sur Terre, créant à partir d'éléments simples des composés chimiques complexes qui ont donné naissance à la matière vivante.

*D'après Encarta 2006*

## Objectifs

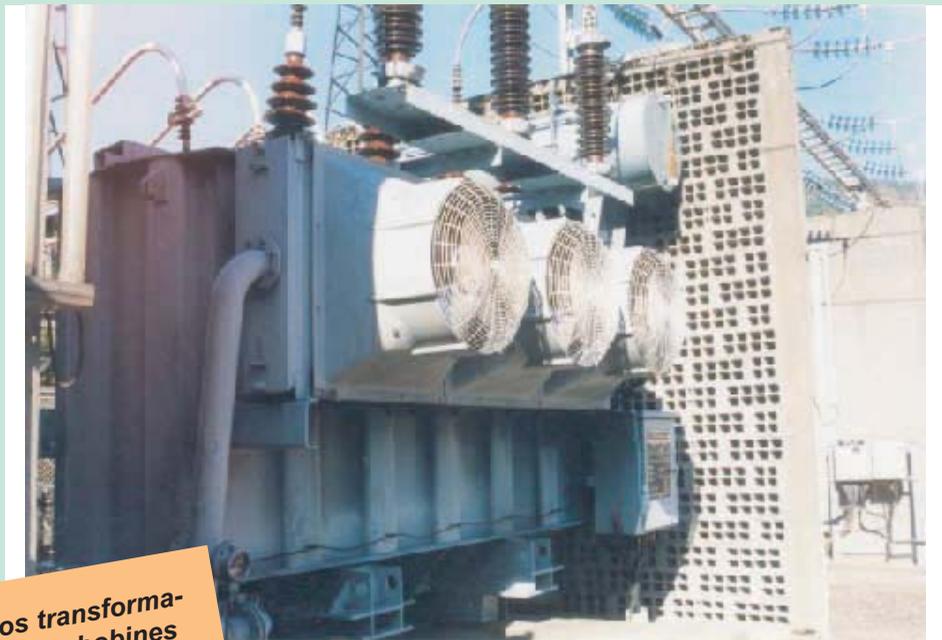
- ◆ Mettre en évidence expérimentalement le phénomène d'induction électromagnétique.
- ◆ Appliquer la loi de Lenz.
- ◆ Reconnaître les facteurs dont dépend la f.e.m. d'auto-induction.
- ◆ Calculer l'énergie emmagasinée dans un solénoïde.
- ◆ Établir, pour un dipôle RL soumis à un échelon de tension, l'équation différentielle qui régit les variations de l'intensité  $i$  du courant parcourant la bobine en fonction du temps.
- ◆ Déterminer graphiquement la constante de temps  $\tau = \frac{L}{R}$  à partir des courbes de réponse  $u_L(t)$  ou  $i(t)$  d'un dipôle RL.

## Prérequis

| SAVOIR   | SAVOIR FAIRE  |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Définir un champ magnétique.</li> <li>◆ Définir une ligne de champ magnétique.</li> <li>◆ Définir le vecteur champ magnétique.</li> <li>◆ Définir un champ magnétique uniforme.</li> <li>◆ Enumérer les caractéristiques d'un champ magnétique créé par un courant continu circulaire (solénoïde).</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Identifier les pôles d'un aimant et les faces d'une bobine.</li> <li>◆ Mettre en évidence expérimentalement l'existence d'un champ magnétique.</li> <li>◆ Déterminer les caractéristiques d'un vecteur champ magnétique.</li> <li>◆ Reconnaître un champ magnétique uniforme à partir de la forme de son spectre.</li> </ul> |

# LA BOBINE LE DIPÔLE RL

# 2



*Même les gros transformateurs utilisent des bobines*

- ◆ Pourquoi, les transformateurs ne peuvent pas être utilisés en courant continu ?
- ◆ Comment fonctionnent les ralentisseurs électromagnétiques des véhicules “poids lourds” ?

# L'INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE

Une bobine est un dipôle électrocinétique constitué d'un enroulement dans le même sens, de fil conducteur recouvert d'un vernis isolant. De ce fait, elle a une résistance électrique interne. Un tel dipôle placé dans un circuit électrique, se comporte-t-il alors comme un résistor vis à vis du courant électrique ?

La bobine est-elle, comme le condensateur, un réservoir d'énergie ?

## 1 LE PHÉNOMÈNE D'INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE

### 1.1- PRODUCTION D'UN COURANT INDUIT PAR DÉPLACEMENT RELATIF D'UN AIMANT ET D'UNE BOBINE

#### Manipulation

##### ♦ Expérience 1

On réalise le montage de la figure 1, comportant une bobine reliée à un milliampèremètre à zéro central, sensible aux courants très brefs.

- En approchant l'un des pôles d'un barreau aimanté de l'une des faces de la bobine, l'aiguille du milliampèremètre dévie dans un sens (Fig.2a). L'aiguille du milliampèremètre retourne à zéro dès que cesse le déplacement de l'aimant.

- En éloignant l'aimant de la bobine, l'aiguille du milliampèremètre dévie de nouveau, mais dans le sens contraire (Fig.2b).

Les mêmes observations sont faites quand, au lieu de déplacer l'aimant, on le maintient fixe et on déplace la bobine suivant son axe disposé parallèlement au grand axe de l'aimant.

#### Remarque

On réussirait mieux toutes ces expériences si l'on disposait d'un galvanomètre balistique au lieu du milliampèremètre à zéro central.

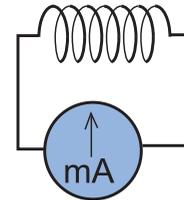
##### ♦ Expérience 2

On réalise le circuit fermé, schématisé par la figure 3, comportant une bobine ( $B_1$ ) et un résistor de résistance  $R$ .

Les deux bornes du dipôle sont reliées à l'entrée  $Y_1$  d'un oscilloscope à mémoire. On peut visualiser ainsi l'évolution temporelle de la tension  $u_R$  aux bornes du résistor.

- En approchant le pôle nord de l'aimant de l'une des faces de la bobine, l'oscilloscope mémorise sur son écran le chronogramme 1 de la figure 4a.

- La bobine et l'aimant étant maintenus dans les mêmes dispositions, quand on éloigne l'un de l'autre, on obtient l'oscillo-



milliampèremètre à zéro central

Fig.1 : Bobine en circuit fermé

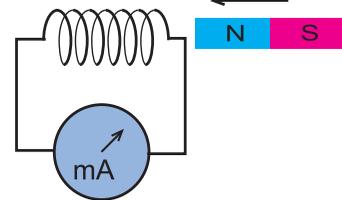


Fig.2a : Approche de l'aimant

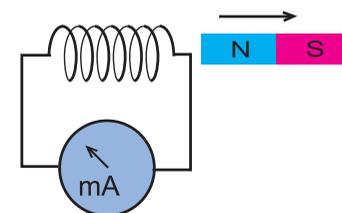


Fig.2b : Eloignement de l'aimant

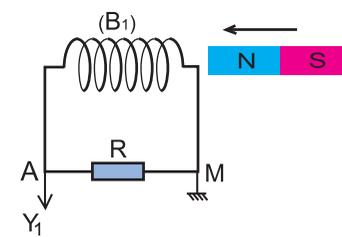


Fig.3 : Bobine fermée sur un résistor

gramme 2 de la figure 4b.

- En approchant de nouveau, mais d'une manière plus rapide, le pôle nord de l'aimant de l'une des faces de la bobine, on obtient la même forme d'oscillogramme, avec un pic plus prononcé.

### Questions

1°) Que se passe-t-il, au niveau d'une bobine en circuit fermé, lors d'un déplacement relatif aimant-bobine ?

2°) Justifier le recours à  $u_R(t)$ , dans l'expérience 2, pour suivre l'évolution de l'intensité  $i$  du courant circulant dans le circuit de la bobine.

3°) D'après les observations des expériences 1 et 2, énumérer les facteurs dont dépendent les propriétés du phénomène qui se produit dans une bobine en circuit fermé par un déplacement relatif aimant-bobine.

### Conclusion

Avec un déplacement relatif bobine-aimant, on peut produire un courant électrique dans la bobine en circuit fermé. Un tel courant électrique est appelé courant induit, alors que l'aimant est appelé inducteur.

L'intensité du courant induit est d'autant plus grande que le déplacement relatif bobine-aimant est plus rapide.

## 1.2- AUTRE MODE DE PRODUCTION DU COURANT INDUIT

### Manipulation

On garde le montage de la figure 3 et on remplace l'aimant par un solénoïde ( $B_2$ ), de diamètre plus grand que celui de la bobine ( $B_1$ ), relié à un générateur de tension variable (un GBF par exemple) et on y introduit la bobine ( $B_1$ ) comme dans la figure 5. Ayant déjà utilisé l'entrée  $Y_1$  de l'oscilloscope pour visualiser  $u_R(t)$ , on utilise l'entrée  $Y_2$  pour visualiser la tension  $u(t)$  délivrée aux bornes du générateur.

En appliquant, aux bornes du solénoïde ( $B_2$ ) une tension sinusoïdale, on observe aux bornes de la bobine ( $B_1$ ) une tension de forme semblable (Fig.6).

### Remarque

Si l'on refait la même expérience tout en remplaçant le GBF par un générateur de tension continue, il ne se passe plus rien dans la bobine ( $B_1$ ), une fois le courant y est établi.

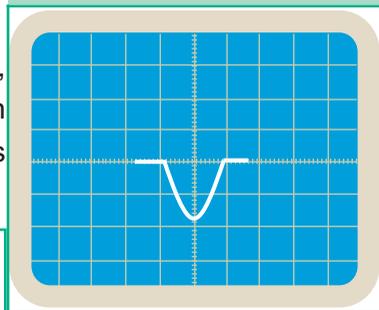


Fig.4a : Oscillogramme 1

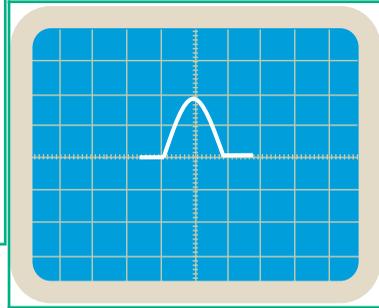


Fig.4b : Oscillogramme 2

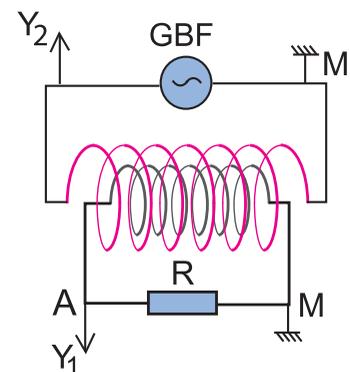


Fig.5 : Influence d'une bobine parcourue par un courant sinusoïdal

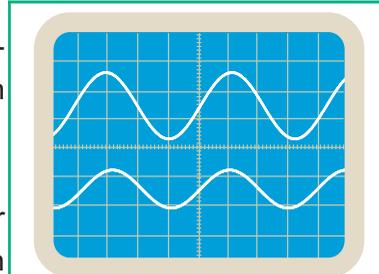


Fig.6 : Oscillogrammes aux bornes des bobines ( $B_1$ ) et ( $B_2$ )

## Question

Interpréter l'apparition du courant induit dans le circuit de la bobine ( $B_1$ ).

## Constatation

La variation de l'intensité du courant électrique dans une bobine produit un courant induit dans une autre bobine en circuit fermé à proximité de la première.

Le courant électrique variable, qui est à l'origine du courant induit, est appelé courant inducteur, tandis que le circuit dans lequel il circule est appelé circuit inducteur.

## Interprétation

Lorsqu'une bobine est à proximité d'un aimant, elle est évidemment dans le champ magnétique de l'aimant. Par suite, tout déplacement relatif bobine-aimant fait varier les caractéristiques du champ où se trouve instantanément la bobine.

Lorsque la même bobine est placée dans une autre bobine parcourue par un courant électrique variable, elle se trouve aussi dans un champ magnétique variable. Il s'avère alors que, dans les deux cas étudiés expérimentalement, le courant induit produit dans le circuit fermé de la bobine est dû à une variation des caractéristiques du champ magnétique où baigne cette bobine, d'où la dénomination du champ magnétique variable comme étant le champ magnétique inducteur.

## Conclusion

Toute variation de champ magnétique crée dans un circuit électrique fermé situé à proximité du champ, un courant électrique appelé courant induit : c'est le phénomène d'induction électromagnétique.

Le courant induit est d'autant plus intense que la variation locale des caractéristiques du champ inducteur est plus rapide.

Le sens du vecteur champ magnétique inducteur est un facteur dont dépend le sens du courant induit.

# 2 LOI DE LENZ

## Manipulation

On refait l'expérience 2 du paragraphe 1-1, mais en orientant le pôle sud (au lieu du pôle nord) de l'aimant vers la même face de la bobine (Fig.7a et 7b).

On obtient alors les oscillogrammes des figures 7c et 7d.

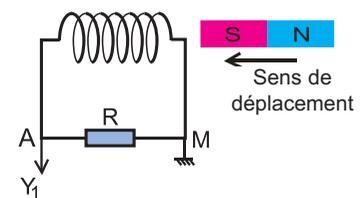


Fig.7a : Le pôle sud de l'aimant s'approche de la bobine

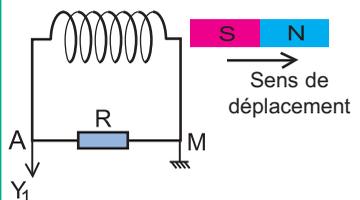


Fig.7b : Le pôle sud de l'aimant s'éloigne de la bobine

## Questions

1°) A l'aide des oscillogrammes 7c et 7d de la figure 7, préciser le signe de  $u_R$  dans chacun des cas 7a et 7b ; en déduire dans chaque cas le sens du courant induit parcourant la bobine.

2°) Représenter dans chacun des cas 7a et 7b, le vecteur champ magnétique  $\vec{b}$  créé par le courant induit à l'intérieur de la bobine et déduire le nom de la face que la bobine présente à l'aimant.

3°) Identifier, parmi les cas 4a et 4b de l'expérience 2 du paragraphe 1, celui où le courant induit a le même sens que :

- le courant induit du cas présent 7c.
- le courant induit du cas présent 7d.

4°) Montrer que dans chaque cas, le courant induit s'oppose par son sens de circulation dans la bobine, au sens de déplacement de l'aimant ainsi qu'au signe de variation de la valeur du vecteur champ magnétique inducteur à proximité de la bobine

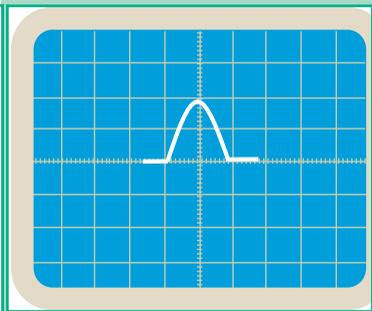


Fig.7c : Oscillogramme relatif à l'expérience 7a.

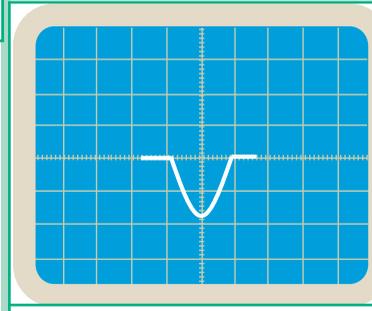


Fig.7d : Oscillogramme relatif à l'expérience 7b.

## Interprétation

Lorsqu'on approche le barreau aimanté de la bobine, parallèlement à son grand axe tel que dans le cas 7a (par son pôle sud) ou dans le cas 2a de l'expérience 1 du paragraphe 1.1, le vecteur champ inducteur  $\vec{B}$  à l'intérieur de la bobine augmente en valeur mais tout en étant orienté dans un sens ou bien dans l'autre.

Suivant ce sens, le courant induit circule dans la bobine dans un sens ou bien dans l'autre.

|                                  |   |  |
|----------------------------------|---|--|
| Expérience                       |   |  |
| Sens de $\vec{B}$                | de l'aimant vers la bobine  | de la bobine vers l'aimant                             |
| Valeur de $\vec{B}$              | $\ \vec{B}\ $ augmente  |  |
| Sens du courant induit           | La bobine présente sa face nord au pôle nord de l'aimant  | La bobine présente sa face sud au pôle sud de l'aimant |
| Effets du sens du courant induit | La bobine présente à l'aimant la face de même nom que le pôle de l'aimant qui est de son côté : répulsion bobine-aimant<br>$\Updownarrow$<br>Ayant le sens contraire de celui de $\vec{B}$ , le vecteur champ $\vec{b}$ créé par le courant induit s'oppose à l'augmentation de $\ \vec{B}\ $ . |  |

### Question

Traiter de la même manière le cas 7b précédent et le cas 2b de l'expérience 1 du paragraphe 1.1 où le courant induit est produit par un éloignement de l'aimant par rapport à la bobine et dégager les effets du sens du courant induit.

En effet, comme on vient de dégager que le fait d'approcher l'aimant de la bobine provoque une répulsion aimant-bobine, on montre que le fait d'éloigner l'aimant de la bobine entraîne par contre une attraction aimant-bobine. De même, le fait qu'en éloignant l'aimant de la bobine, la valeur du vecteur champ inducteur  $\vec{B}$  à l'intérieur de la bobine diminue, le champ magnétique créé par le courant induit est tel que le vecteur champ  $\vec{b}$  prend plutôt le même sens que  $\vec{B}$  afin de compenser la diminution de la valeur de ce dernier.

### Remarque

Le champ magnétique créé par le courant induit est appelé champ induit.

### Conclusion : la loi de Lenz

Le courant induit a un sens tel qu'il s'oppose par ses effets à la cause qui lui donne naissance.

## 3 LA FORCE ÉLECTROMOTRICE D'INDUCTION

On sait que la circulation d'un courant électrique dans un circuit fermé demande la présence d'un générateur. Grâce à la f.e.m. (force électromotrice) qu'il possède, ce dernier fournit le courant au circuit extérieur. Cependant, on vient de découvrir que le courant induit est produit sans aucun générateur. Donc, il est dû à une f.e.m. délocalisée ; elle est là, partout dans le circuit induit. Elle prend naissance dans le circuit avec la cause et cesse avec la cause. Si le circuit induit est ouvert, la f.e.m. se manifeste par l'apparition d'une tension à ses bornes. Cette force électromotrice est appelée force électromotrice d'induction ou force électromotrice induite.

## 4 L'AUTO-INDUCTION

### 4.1- MISE EN ÉVIDENCE DU PHÉNOMÈNE D'AUTO-INDUCTION

#### Manipulation

On réalise le montage de la figure 8, comportant deux dérivations ; la première est constituée d'un conducteur ohmique

de résistance ajustable  $R$  et d'une lampe  $L_1$  ; la seconde est constituée d'une bobine à noyau de fer doux et d'une lampe  $L_2$ . Les deux lampes sont identiques ; le conducteur ohmique et la bobine ont la même résistance  $R$ . En fermant l'interrupteur  $K$ , on constate que :

- la lampe  $L_1$  brille tout de suite,
- la lampe  $L_2$  n'atteint son éclat maximal (identique à celui de  $L_1$ ) qu'avec un retard de quelques millièmes de secondes.

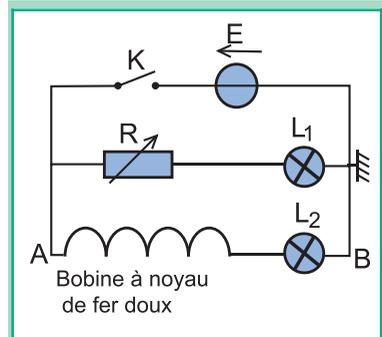


Fig.8 : Schéma du montage

### Questions

- 1°) A la fermeture de l'interrupteur  $K$ , les deux lampes sont-elles parcourues par des courants électriques de même intensité ?
- 2°) Quelle est l'influence de la bobine sur l'intensité du courant dans la lampe  $L_2$ , lors de la fermeture du circuit ?

### Interprétation

Lors de la fermeture de l'interrupteur  $K$ , il y a variation de l'intensité du courant électrique dans la bobine de zéro à une valeur  $I$  non nulle, et par suite, variation du vecteur champ magnétique propre de la bobine, celle-ci produit un courant induit qui, conformément à la loi de Lenz, s'oppose à la variation de l'intensité du courant dans la branche  $AB$ .

Une telle induction électromagnétique due à une variation du vecteur champ magnétique propre de la bobine (le circuit induit est lui-même le circuit inducteur) est appelée auto-induction. Dans ce cas particulier, la f.e.m. qui est à l'origine du courant induit est appelée f.e.m. d'auto-induction (ou f.e.m. auto-induite).

### Conclusion

Une bobine ne se comporte pas comme un conducteur ohmique. Placée dans un circuit fermé, elle s'oppose aux variations de l'intensité du courant électrique qui y circule.

## 4.2- LA FORCE ÉLECTROMOTRICE D'AUTO-INDUCTION

### Manipulation

On réalise le montage de la figure 9, comportant en série, un résistor de résistance  $R_0$ , une bobine longue ( $B_1$ ) de résistance  $r$  négligeable devant  $R_0$  et un générateur de tension variable (GBF) dont la masse est isolée de la terre (masse flottante).

On relie les points  $A$  et  $C$  respectivement aux voies  $Y_1$  et  $Y_2$  d'un oscilloscope bicourbe (Fig 10).

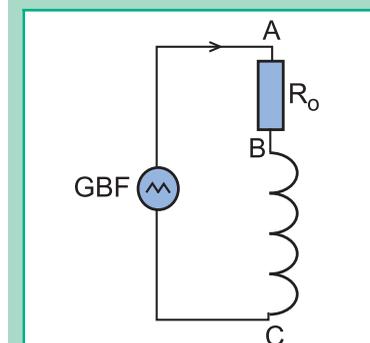


Fig.9 : Schéma du montage

On visualise simultanément la tension  $u_{AB}$  aux bornes du résistor sur la voie  $Y_1$  et la tension  $u_{BC}$  aux bornes de la bobine ( $B_1$ ) sur la voie  $Y_2$  de l'oscilloscope au lieu de  $u_{CB}$  (Fig.11), et ce en appuyant sur le bouton **INV** de  $Y_2$ .

### Questions

1°) Donner les expressions des tensions  $u_{AB}$  et  $u_{BC}$ .

2°) Par exploitation des oscillogrammes de la figure 11, exprimer les tensions  $u_{AB}$  et  $u_{BC}$ , entre les instants  $t_1 = 0$  et  $t_2 = \frac{T}{2}$ , en fonction du temps.

En déduire l'expression de la f.e.m. d'auto-induction en fonction de l'intensité  $i$  du courant parcourant la bobine.

### Interprétation

Comme celle délivrée aux bornes du générateur BF, la tension  $u_{AB}$  aux bornes du résistor est une tension triangulaire (Fig.11). D'après la loi d'Ohm,  $u_{AB} = R_0 i$ , d'où  $i = \frac{u_{AB}}{R_0}$ . Donc, le courant débité par le générateur BF dans le circuit extérieur constitué par le résistor de résistance  $R_0$  et la bobine est un courant variable d'intensité  $i(t)$  et de forme triangulaire.

Étant parcourue par un courant d'intensité variable  $i$ , la bobine est le siège d'une f.e.m. d'auto-induction  $e$ . Par conséquent,  $u_{BC}$  aux bornes de la bobine s'écrit :  $u_{BC} = -e + r i$ . En négligeant  $r$  devant  $e$  on aura :  $u_{BC} \simeq -e$ .

La forme de l'oscillogramme de la figure 11 montre que  $u_{BC}$  est une tension carrée :

- Pour  $t \in [nT, nT + \frac{T}{2}]$  avec  $n$  entier,  $u_{BC} = +U_0$ ; Donc  $e = -U_0$ .
- Pour  $t \in [nT + \frac{T}{2}, (n+1)T]$ ,  $u_{BC} = -U_0$ ; Donc  $e = +U_0$ .

On peut écrire alors :  $e = \pm U_0$  (1)

La f.e.m. d'auto-induction  $e$  est due aux variations de  $i$ .

Quelle relation y a-t-il alors entre  $e$  et  $i$  ?

Pour établir l'expression de  $i(t)$ , il suffit d'établir celle de  $u_{AB}(t)$ :

- Pour  $t \in [nT, nT + \frac{T}{2}]$ ,  $u_{AB} = a_1 \cdot t + b_1$ . Donc :  $i = \frac{u_{AB}}{R_0} = \frac{a_1}{R_0} t + \frac{b_1}{R_0}$ .
- Pour  $t \in [nT + \frac{T}{2}, (n+1)T]$ ,  $u_{AB} = a_2 \cdot t + b_2$ . Donc :  $i = \frac{a_2}{R_0} t + \frac{b_2}{R_0}$ .

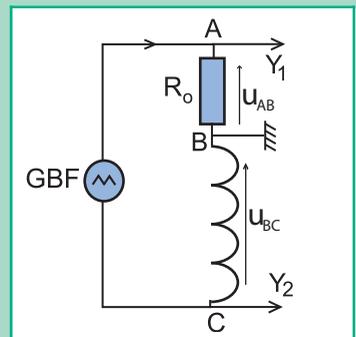


Fig.10 : Schéma du branchement de l'oscilloscope

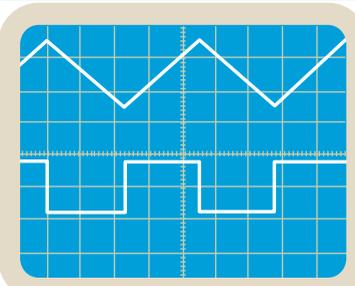


Fig.11 : Oscillogrammes des tensions  $u_{AB}$  et  $u_{BC}$

Or  $a_2 = -a_1$ , il vient :  $i = -\frac{a_1}{R_o}t + \frac{b_2}{R_o}$ . Donc,  $\frac{di}{dt} = \pm \frac{a_1}{R_o}$ . (2)

Les équations (1), (2) et la loi de Lenz donnent :  $\frac{e}{(\frac{di}{dt})} = -U_o \frac{R_o}{a_1}$ .

Ce qui signifie :  $e = -L \frac{di}{dt}$ , où  $L = U_o \frac{R_o}{a_1}$  est une constante positive appelée inductance.

### Définition

L'inductance est une grandeur caractérisant l'aptitude d'une bobine à modérer les variations de tout courant électrique qui y circule.

Dans le système international d'unités, l'inductance s'exprime en henry<sup>⊙</sup> (H).

Dans l'expression  $(-L \frac{di}{dt})$ , le signe (-) traduit la loi de Lenz :

- Quand  $i$  croît,  $L \frac{di}{dt} > 0$ . Donc,  $e < 0$  : la f.e.m. d'auto-induction s'oppose à l'augmentation de l'intensité du courant.

- Quand  $i$  décroît,  $L \frac{di}{dt} < 0$ . Donc,  $e > 0$  : la f.e.m. d'auto-induction s'oppose à la diminution de l'intensité du courant.

⊙ Nom dédié au physicien américain Joseph Henry (1797-1878)

### Conclusion : Expression de la f.e.m. d'auto-induction

Toute bobine d'inductance  $L$  parcourue par un courant électrique d'intensité  $i$  variable est le siège d'une force électromotrice appelée force électromotrice auto-induite (ou d'auto-induction)  $e = -L \frac{di}{dt}$ .

## 4.3- FACTEURS DONT DÉPEND L'INDUCTANCE D'UNE BOBINE

### Manipulation

On refait l'expérience du paragraphe 4.2, mais en fixant la fréquence de la tension d'alimentation à une autre valeur et en utilisant respectivement les bobines ( $B_1$ ), ( $B_2$ ), ( $B_3$ ) et ( $B_4$ ) :

| Bobine      | ( $B_1$ ) | ( $B_2$ ) | ( $B_3$ ) | ( $B_4$ ) |
|-------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| N           | 500       | 500       | 500       | 250       |
| $\ell$ (cm) | 20        | 30        | 20        | 20        |
| D (cm)      | 10        | 10        | 15        | 10        |

N : nombre total de spires,

$\ell$  : longueur de la bobine,

D : diamètre moyen de la bobine.

En gardant les mêmes sensibilités de l'oscilloscope, on obtient les oscillogrammes des figures 12.a, 12.b, 12.c et 12.d correspondant respectivement aux bobines ( $B_1$ ), ( $B_2$ ), ( $B_3$ ) et ( $B_4$ ).

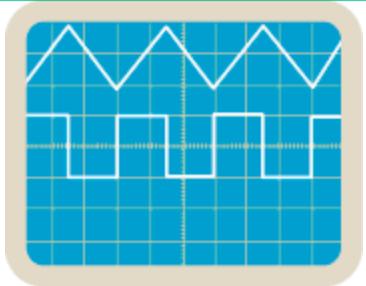


Fig.12a : Oscillogrammes obtenus avec (B<sub>1</sub>).

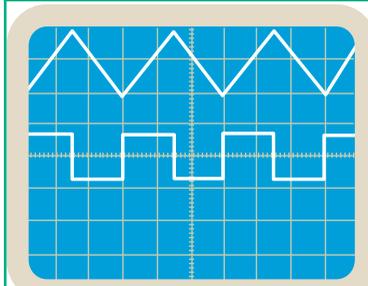


Fig.12b : Oscillogrammes obtenus avec (B<sub>2</sub>).

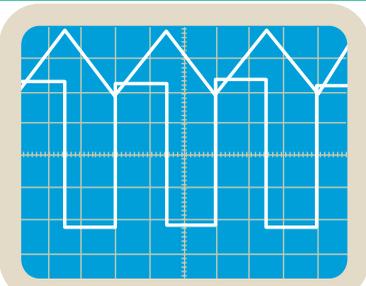


Fig.12c : Oscillogrammes obtenus avec (B<sub>3</sub>).

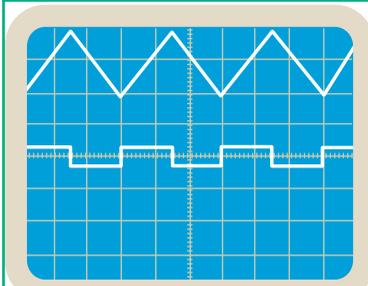


Fig.12d : Oscillogrammes obtenus avec (B<sub>4</sub>).

### Questions

1°) A l'aide des oscillogrammes de la figure 12 :

a) montrer que l'inductance  $L$  de la bobine augmente avec  $N$  tandis qu'elle diminue lorsque  $\ell$  augmente.

b) déterminer l'influence de la section de la bobine sur son inductance.

2°) Préciser parmi les oscillogrammes de la figure 12 ceux qu'il faut comparer avec les oscillogrammes de la figure 11 pour montrer si l'inductance de la bobine dépend de la fréquence du GBF.

### Conclusion

L'inductance d'une bobine ne dépend que de ses caractéristiques géométriques, à savoir le nombre total de spires, la longueur et la section moyenne, d'où sa qualification d'inductance propre.

### Remarques

- Les bobines usuelles ont une inductance nettement inférieure à 1 H.

Exemple : - un solénoïde de 150 spires, de 15 cm de longueur et de 3 cm de diamètre a une inductance  $L = 140 \mu\text{H}$ ,

- L'introduction d'un barreau de fer doux dans un solénoïde fait augmenter la valeur de son inductance  $L$ . Mais, dans ces conditions, l'expression  $e = -L \frac{di}{dt}$  n'est plus valable.

- Du fait que la f.e.m. auto-induite est due à l'inductance  $L$  de la bobine, toute bobine d'inductance  $L$  non nulle est qualifiée de bobine inductive. Si en plus, sa résistance est nulle, elle est dite purement inductive.

#### 4.4- RELATION ENTRE LA TENSION AUX BORNES D'UNE BOBINE ET L'INTENSITÉ DU COURANT QUI Y CIRULE

##### Symbole d'une bobine

La bobine, étant caractérisée par une inductance  $L$  et une résistance interne  $r$  (Fig.13a), on lui attribue comme symbole celui de la figure 13.a. Ce symbole peut être normalisé comme dans la figure 13.b.

##### Modèle équivalent

Le dipôle bobine AB, d'inductance  $L$  et de résistance  $r$  (Fig.14a), siège d'une f.e.m. d'auto-induction  $e$ , est équivalent à l'association en série d'un générateur, de f.e.m.  $e$  et d'un résistor de résistance  $r$ . (Fig.14b)

##### Tension aux bornes de la bobine

En choisissant comme sens positif du courant parcourant la bobine le sens orienté de A vers B, la tension  $u_{AB}$  s'écrit :

$$u_{AB} = u_{AC} + u_{CB}.$$

Par application de la loi d'Ohm :

$$u_{AB} = -e + r i. \text{ Or, } e = -L \frac{di}{dt}. \text{ donc : } u_{AB} = L \frac{di}{dt} + r i$$

##### Remarque

Pour une variation très brusque de l'intensité  $i$  du courant électrique (coupure de courant par exemple), le terme  $L \frac{di}{dt}$  l'emporte sur le terme  $ri$ . Par conséquent, la tension aux bornes de la bobine devient pratiquement égale à  $L \frac{di}{dt}$ .

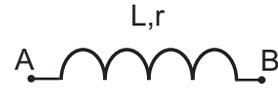


Fig.13a : Symbole d'une bobine

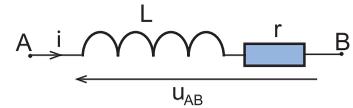


Fig.13b : Modèle équivalent

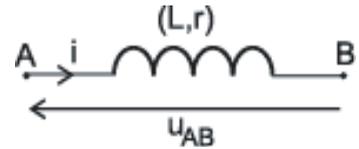


Fig.14a : Tension aux bornes d'une bobine.

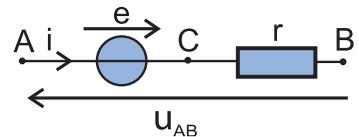


Fig.14b : Modèle équivalent

## 5 ÉNERGIE MAGNÉTIQUE EMMAGASINÉE DANS UNE BOBINE

##### Manipulation

On réalise le montage de la figure 15 qui comporte une bobine (B) d'inductance  $L = 10 \text{ mH}$  (bobine de 500 spires par exemple) et de résistance interne  $r$ , un générateur de tension de f.e.m.  $E = 6 \text{ V}$ , une diode  $D$ , un condensateur de capacité  $C$  ( $C = 5 \mu\text{F}$ ), un voltmètre numérique et un milliampèremètre. Initialement, le voltmètre et le milliampèremètre n'indiquent rien. Quand on ferme l'interrupteur  $K$ , le milliampèremètre indique la circulation d'un courant continu d'intensité  $I = 240 \text{ mA}$  tandis que le voltmètre indique toujours une tension nulle aux bornes du condensateur. Après l'ouverture de l'interrupteur  $K$ , on constate que le voltmètre indique une tension  $u_{AM}$  négative.

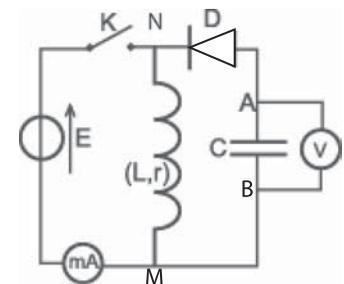


Fig.15 : Schéma du montage

## Questions

- 1°) Lorsque le circuit est fermé, la diode est-elle passante ? justifier la réponse.
- 2°) Déterminer la résistance interne  $r$  de la bobine.
- 3°) Interpréter l'apparition de la tension négative  $u_{AM}$  aux bornes du condensateur après l'ouverture de l'interrupteur  $K$  et justifier l'utilisation du voltmètre numérique.
- 4°) Montrer que la bobine emmagasine de l'énergie quand  $K$  est fermé.
- 5°) Préciser l'importance de la diode dans un circuit renfermant une bobine.

## Interprétation

Initialement, les appareils de mesure utilisés dans le montage réalisé (Fig.15) n'indiquent rien parce que le condensateur ne porte aucune charge et le générateur d'alimentation est en circuit ouvert.

En fermant l'interrupteur  $K$ , la diode montée en inverse va empêcher tout courant de circuler dans la maille renfermant le condensateur; celui-ci reste déchargé.

En choisissant le sens allant de  $N$  vers  $M$  à travers la bobine comme sens positif du courant, la tension entre ses bornes s'écrit :

$$u_{NM} = ri + L \frac{di}{dt}$$

Or, le courant débité par le générateur de tension dans la bobine est continu. (d'intensité  $I = 240$  mA dans le cas particulier étudié). Donc,  $\frac{di}{dt} = 0$ , d'où  $u_{NM} = ri$ , ce qui signifie qu'en régime permanent, l'énergie mise en jeu par la bobine est une énergie consommée par effet Joule.

L'apparition d'une tension négative  $u_{AB}$  aux bornes du condensateur après ouverture de  $K$  ne peut s'expliquer que par une opération de charge due à la circulation d'un courant induit bref dans le même sens que le courant permanent qui circulait dans la bobine avant l'ouverture de  $K$ , ce qui est bien en accord avec la loi de Lenz. En d'autres termes, l'énergie électrique stockée par le condensateur est de l'énergie restituée par la bobine.

Mais, d'où provient celle-ci si la bobine ne fait que consommer de l'énergie par effet Joule, en régime permanent ?

En fait, à la fermeture de l'interrupteur  $K$ , l'intensité du courant passe rapidement de la valeur zéro à la valeur constante  $I$ , ce qui produit un phénomène d'auto-induction au niveau de la bobine : La puissance instantanée reçue par la bobine s'écrit :

$$p = + u_{NM} \cdot i, \text{ ce qui donne : } p = r \cdot i^2 + Li \frac{di}{dt}$$

La puissance  $r.i^2$ , toujours positive, est la puissance consommée par effet Joule. La puissance  $L.i.\frac{di}{dt}$  est algébrique.

Toutefois, au cours de la fermeture du circuit, elle ne peut être que positive car  $i$  et  $\frac{di}{dt}$  sont de même signe. Donc, la bobine ne dissipe pas toute l'énergie qu'elle reçoit du générateur par effet Joule, elle en emmagasine une partie sous une forme qualifiée comme étant magnétique.

On montre<sup>⊙</sup> que l'énergie magnétique emmagasinée dans

une bobine d'inductance  $L$  s'écrit :  $E_L = \frac{1}{2}L.i^2$ .

Si  $|i|$  diminue,  $p_L = L.\frac{di}{dt}$  diminue, ce qui signifie que l'énergie magnétique diminue : la bobine restitue à l'extérieur un peu de l'énergie qu'elle a emmagasinée avec l'augmentation de  $|i|$ , elle joue ainsi le rôle de générateur.

C'est exactement ce qui se passe lors de l'ouverture du circuit ou  $i$  passe de la valeur  $I$  à zéro : la bobine restitue toute son énergie magnétique au condensateur qui la stocke à son tour sous forme d'énergie potentielle électrique, car telle qu'elle est branchée, la diode l'empêche de se décharger dans la bobine.

### Conclusion

Tant qu'elle est parcourue par un courant électrique, la bobine inductive est un réservoir d'énergie dite magnétique.

### Remarque

L'énergie magnétique ne peut rester stockée dans une bobine en l'absence de courant. Par contre, l'énergie potentielle électrique reste stockée dans le condensateur même hors circuit. Donc, le condensateur est un réservoir permanent d'énergie, tandis que la bobine en est un réservoir temporaire.

### Exemple de manifestation de l'énergie magnétique

#### L'étincelle de rupture

Étant liée à l'intensité du courant circulant dans la bobine, l'énergie magnétique qui y est emmagasinée se trouve cédée brusquement à l'extérieur lors de l'ouverture du circuit de la bobine : du fait que la durée de transfert est très courte (de l'ordre de 1ms), dans ce cas où le courant est continu, la f.e.m. d'auto-induction peut faire apparaître une tension très élevée aux bornes de la bobine, suffisante pour créer un champ électrique important entre les contacts de l'interrupteur. Ce champ électrique ionise des molécules de l'air et provoque des étincelles appelées étincelles de rupture.

$$\odot p = ri^2 + Li\frac{di}{dt} = ri^2 + \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2\right)$$

$\infty ri^2$  : puissance dissipée par effet Joule

$\infty \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2\right)$  : puissance magnétique  $p_L$

$$\text{Or } p_L = \frac{dE_L}{dt}$$

$$\text{Donc, } E_L = \frac{1}{2}L.i^2$$

Ces étincelles de rupture peuvent être dangereuses. Par conséquent, il faut prendre les précautions nécessaires dans tout montage comportant une ou plusieurs bobines, surtout en courant continu. Pour les éviter, on peut insérer dans le montage, des condensateurs par exemple afin d'y récupérer l'énergie magnétique transférée lors de toute rupture de courant (accidentelle ou non). Par contre, l'énergie magnétique transférée par une bobine à l'environnement lors d'une variation brusque de l'intensité du courant est exploitée dans le fonctionnement de plusieurs appareils

Exemples : Allumeur électrique de cuisinières à gaz, dispositif de soudage par arc électrique, dispositif d'amorçage de tube néon...

## 6 APPLICATIONS DE L'INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE

Les applications de l'induction électromagnétique sont très nombreuses. Ici, on cite essentiellement les alternateurs qui sont utilisés pour la production du courant électrique alternatif et les transformateurs pour élever ou abaisser une tension alternative.

### 6.1- LES ALTERNATEURS

Un alternateur est un appareil qui transforme de l'énergie mécanique en énergie électrique. La production d'électricité par l'alternateur est liée à la variation du champ magnétique dans lequel baigne le circuit induit. Il existe deux types d'alternateurs: l'alternateur à induit mobile et l'alternateur à induit fixe. Comme celui d'une centrale thermique ou nucléaire, l'alternateur d'une voiture par exemple (Fig.16) est à induit fixe (le stator). L'inducteur est un aimant cylindrique multipolaire (le rotor). La rotation de l'aimant fait apparaître au niveau du circuit induit (bobinage sur la partie fixe) une f.e.m. induite. La fréquence de la tension alternative produite par l'alternateur est liée à la fréquence de rotation de l'inducteur.

### 6.2- LES TRANSFORMATEURS

Comme on a vu en deuxième année secondaire, le transformateur (Fig.17) est un quadripôle qui permet d'abaisser ou d'augmenter une tension alternative. Son principe de fonctionnement est basé sur le phénomène d'induction électromagnétique. En effet, les variations de l'intensité du courant dans le circuit primaire font apparaître au niveau du circuit secondaire une f.e.m. induite. Ainsi, on comprend pourquoi, les transformateurs ne peuvent fonctionner qu'en courant alternatif ; en courant continu, le primaire créerait un champ magnétique constant au cours du temps. Par conséquent, il ne pourrait rien induire dans le secondaire.



Fig.16 : Alternateur d'une voiture



Fig.17 : Transformateur

# LE DIPÔLE RL

On appelle dipôle RL l'association en série d'une bobine d'inductance  $L$ , de résistance  $r$  et d'un résistor de résistance  $R_0$ ,  $R$  étant la résistance totale  $R_0+r$  du dipôle.

## 1 RÉPONSE D'UN DIPÔLE RL À UN ÉCHELON DE TENSION

### 1.1- ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

#### Manipulation

Avec un générateur de tension idéal de f.e.m.  $E = 6 \text{ V}$ , une bobine d'inductance  $L = 0,1 \text{ H}$  et de résistance  $r = 10 \Omega$ , un résistor de résistance  $R_0 = 40 \Omega$ , une diode  $D$  et un interrupteur  $K$ , on réalise le montage schématisé sur la figure 18. Puis, on relie les points A et B du circuit respectivement aux entrées  $Y_1$  et  $Y_2$  d'un oscilloscope à mémoire, (ou à une interface d'acquisition informatique de données).

En fermant l'interrupteur  $K$ , on obtient sur l'écran de l'oscilloscope les chronogrammes (1) et (2) de la figure 19.

#### Questions

- 1°) La réponse visualisée du dipôle RL à un échelon de tension représente une intensité d'un courant qu'on demande d'identifier.
- 2°) Identifier parmi les chronogrammes (1) et (2) celui qui représente l'intensité  $i(t)$  du courant électrique circulant dans la bobine.
- 3°) Déterminer graphiquement la valeur maximale  $I_0$  de l'intensité du courant qui s'établit dans le dipôle RL et la comparer à la valeur  $E/R$ .
- 4°) Quelle est la raison pour laquelle le courant continu s'établit dans la bobine avec un certain retard par rapport à l'instant de fermeture du circuit ?
- 5°) Quelle serait l'allure de  $u_{BM}(t)$  ainsi que sa valeur maximale si la résistance interne de la bobine était nulle ?
- 6°) Quel est le rôle de la diode  $D$  insérée dans le montage de la figure 18 ?

#### Interprétation

Dès que l'on ferme l'interrupteur  $K$ , il s'établit instantanément aux bornes A et M du dipôle RL une tension  $U_{AM} = E$ , tandis que la tension  $u_{R_0}$  (chronogramme 2) augmente progressivement à partir de zéro jusqu'à atteindre, au bout d'une fraction de seconde, une valeur  $U_0$  inférieure à  $E$  : c'est le régime transitoire.

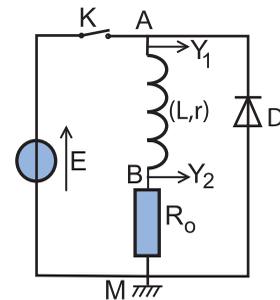


Fig.18 : Schéma du montage

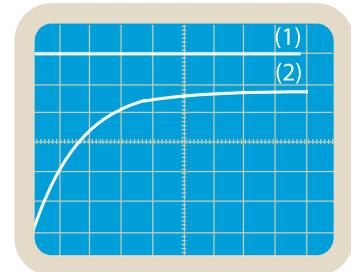


Fig.19 : Oscillogrammes des tensions  $u_{AM}$  et  $u_{BM}$

Une fois,  $u_{R_0}$  devient égale à  $U_0$ , elle reste constante : c'est le régime permanent (Fig.20).

En prenant comme sens positif du courant le sens orienté de B vers M (Fig.18), on a  $u_{BM} = u_{R_0} = R_0.i$ , ce qui signifie  $i = \frac{u_{R_0}}{R_0}$ .

Donc, la courbe représentant  $u_{BM}(t)$  traduit bien l'évolution de l'intensité  $i$  du courant parcourant la bobine. On déduit alors de son allure que le courant continu d'intensité  $I_0 = \frac{U_0}{R_0}$  ne s'établit pas instantanément dans la bobine.

Le retard (ou le régime transitoire) est dû à la bobine qui s'oppose à la variation de  $i$  de zéro à la valeur  $I_0$ , grâce à la f.e.m. auto-induite qui y naît avec la fermeture du circuit.

Ayant les valeurs de  $E$ ,  $r$  et  $R_0$ , on peut constater que  $I_0 = \frac{E}{R}$ , ce qui signifie qu'en régime permanent, on a aux bornes du dipôle RL :  $u_{AM} = E = rI + R_0I$ . Or  $R_0I = u_{R_0}$ , ce qui donne  $u_{AB} = rI$ . Alors, en régime permanent, la bobine n'est plus le siège d'une f.e.m. d'auto-induction ; elle se comporte alors comme un résistor de résistance égale à sa résistance interne  $r$ . Si  $r = 0$ ,  $u_{AB} = 0$ . Or  $u_{AB} + u_{BM} = E$ , d'où  $u_{R_0} = u_{BM} = E$ .

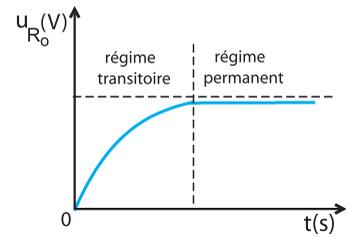


Fig.20 : Evolution de  $u_{R_0}$  au cours du temps

## Conclusion

La réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension  $E$  est un courant continu d'intensité  $I_0 = \frac{E}{R}$ . Celui-ci ne s'établit pas instantanément à cause de l'inductance  $L$  de la bobine. Autrement dit, la bobine s'oppose à l'établissement du courant électrique dans la portion de circuit où elle se trouve insérée.

## 1.2- ÉTUDE THÉORIQUE

### Mise en équation

En régime transitoire et durant l'établissement du courant, en réponse à l'échelon de tension, le circuit de la figure 18 est équivalent à celui de la figure 21.

La loi des mailles s'écrit :  $u_{AB} + u_{BM} - E = 0$

On obtient ainsi :  $u_{AB} + u_{BM} = E$  (1)

Avec le sens positif choisi pour le courant électrique, la tension aux bornes de la bobine d'inductance  $L$  et de résistance interne  $r$  s'écrit :  $u_{AB} = L \frac{di}{dt} + ri$ .

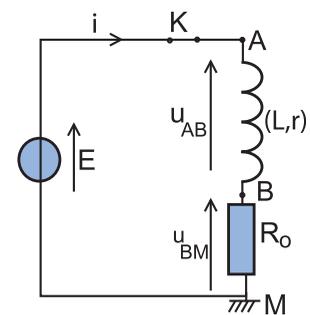


Fig.21 : Dipôle RL soumis à un échelon de tension

La tension aux bornes du résistor s'écrit :  $u_{\text{BM}} = R_o \cdot i$

L'équation (1) devient :  $L \frac{di}{dt} + Ri = E$  (2), avec  $R = R_o + r$

En divisant par L, on obtient :  $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{E}{L}$ .

La même équation peut s'écrire :  $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}i = \frac{E}{L}$  (3), avec  $\tau = \frac{L}{R}$

Cette équation différentielle régit l'évolution dans le temps de l'intensité  $i$  du courant circulant dans le dipôle RL soumis à un échelon de tension  $E$ .

### Expression de l'intensité du courant

La forme de l'équation différentielle (3) à coefficients constants et à second membre non nul est semblable à celle de l'équation différentielle  $\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{\tau}u_c = \frac{E}{\tau}$  (équation (1) de la page 22) régissant l'évolution de la tension  $u_c$  aux bornes du condensateur d'un dipôle RC soumis à un échelon de tension  $E$ .

La solution de l'équation différentielle (3) en  $i(t)$  peut être proposée sous la forme :  $i(t) = Ae^{-\alpha t} + B$  où  $A$ ,  $B$  et  $\alpha$  sont des constantes à déterminer.

À  $t = 0$ , aucun courant ne circule dans le circuit, donc  $i(t = 0) = A + B = 0$  d'où  $A = -B$ . Il vient :  $i(t) = A(e^{-\alpha t} - 1)$ .

Par suite, la dérivée, par rapport au temps de  $i(t)$  s'écrit :

$$\frac{di}{dt} = -\alpha A \cdot e^{-\alpha t}$$

En remplaçant  $i(t)$  et  $\frac{di}{dt}$  par leur expression dans l'équation différentielle (3), on obtient :  $Ae^{-\alpha t} \left[ \frac{1}{\tau} - \alpha \right] - \frac{A}{\tau} = \frac{E}{L}$  (4)

Lorsque  $t$  tend vers l'infini,  $e^{-\alpha t}$  tend vers zéro et l'équation (4) donne :  $-\frac{A}{\tau} = \frac{E}{L}$ , d'où  $A = -\frac{E}{R}$ .

D'autre part, on a :  $Ae^{-\alpha t} \left( \frac{1}{\tau} - \alpha \right) = 0$  quel que soit  $t$ .

Donc,  $\frac{1}{\tau} - \alpha = 0$ , ce qui signifie  $\alpha = \frac{1}{\tau}$

$$\text{D'où, } i(t) = \frac{E}{R} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), \text{ avec } \tau = \frac{L}{R}$$

La courbe représentant  $i(t)$  est celle de la figure 22 (courbe pouvant être tracée à l'ordinateur avec un logiciel approprié).

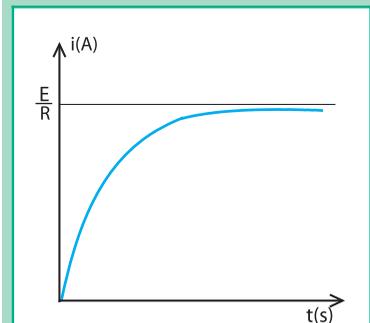


Fig.22 : Evolution de l'intensité du courant au cours du temps.

## Conclusion

La réponse d'un dipôle RL en courant est constituée de deux régimes: un régime transitoire au cours duquel l'intensité augmente en exponentielle à partir de la valeur zéro en tendant vers la valeur  $I_0 = \frac{E}{R}$  et un régime permanent caractérisé par un courant continu d'intensité  $I_0$ .

## Épression de la tension aux bornes de la bobine

La tension aux bornes de la bobine s'écrit :

$$u_{AB} = L \frac{di}{dt} + r i. \text{ Or } i(t) = \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}), \text{ on a donc :}$$

$$u_{AB} = L \frac{E}{R\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + r \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + r \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}).$$

Avec un logiciel approprié, le tracé de  $u_{AB}(t)$  à l'ordinateur donne la courbe de la figure 23 avec :

$${}^{\infty}u_{AB}(0) = E$$

$${}^{\infty}\lim_{t \rightarrow \infty} u_{AB} = \frac{r}{R} E$$

## Remarque

Si  $r = 0$ ,  $u_{AB} = E e^{-\frac{t}{\tau}}$ . Dans ces conditions  $\lim_{t \rightarrow \infty} u_{AB} = 0$

## Questions

1°) Reprendre le schéma du montage de la figure 18 et y introduire les modifications de branchement indispensables à la visualisation de la tension  $u_{AB}$  aux bornes de la bobine au lieu de celle aux bornes du résistor.

2°) Refaire l'expérience et vérifier que la courbe  $u_{AB}(t)$  enregistrée à l'écran de l'oscilloscope est la même que la courbe théorique de la figure 23.

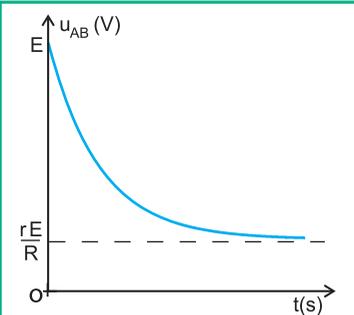


Fig.23 : Evolution de  $u_{AB}$  au cours du temps.

## Conclusion

Quand on soumet un dipôle RL à un échelon de tension  $E$ , il apparaît instantanément aux bornes de la bobine une tension égale à  $E$  mais qui décroît selon un régime transitoire pour s'annuler si la résistance de la bobine est nulle.

## 2 LA RUPTURE DU COURANT DANS UN DIPÔLE RL

### 2.1- ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

#### Manipulation

On reprend le montage de la figure 18 tel quel. Le régime permanent y étant établi, on ouvre l'interrupteur K. L'oscilloscope enregistre alors le seul chronogramme de la figure 24.

#### Questions

- 1°) Expliquer l'allure de la courbe de la tension  $u_{R_0}$ .
- 2°) La rupture du courant dans le circuit est-elle instantanée ? Pourquoi ?
- 3°) Que se passerait-il au niveau de l'interrupteur K s'il n'y avait pas de diode ?

#### Interprétation

Lorsque le circuit est fermé, en régime permanent, la tension aux bornes du dipôle RL est  $u_{AM} = E = R I$ ,  $u_{BM} = R_0 I$  et la diode n'est pas passante.

Lorsqu'on ouvre K, le courant ne s'annule pas instantanément à cause de la bobine qui s'oppose à toute variation de l'intensité du courant avec la f.e.m. auto-induite dont elle est le siège. Celle-ci produit dans le circuit formé par la bobine, le résistor et la diode, un courant transitoire qui, d'après la loi de Lenz, va circuler dans le même sens que celui établi avant la rupture.

#### Remarque

En l'absence de la diode, il apparaîtra aux bornes du dipôle RL une tension élevée qui provoquera au niveau de l'interrupteur K une étincelle de rupture. Par conséquent, comme il a été signalé précédemment (paragraphe 5 de la première partie du présent chapitre, page 54) il faut absolument éviter de réaliser de telles expériences sans la diode (surtout avec une bobine de grande inductance).

Exemple : Avec  $L = 1 \text{ H}$ ,  $I = 500 \text{ mA}$ ,

$$e = -L \frac{di}{dt} \simeq -L \frac{\Delta i}{\Delta t}. \quad \Delta t \simeq 1 \text{ ms}, \text{ ce qui donne } e \simeq 500 \text{ V} !$$

#### Conclusion

Lors de la rupture du courant dans un circuit comportant une bobine, celle-ci a pour effet d'assurer la continuité du courant électrique par une annulation progressive de son intensité.

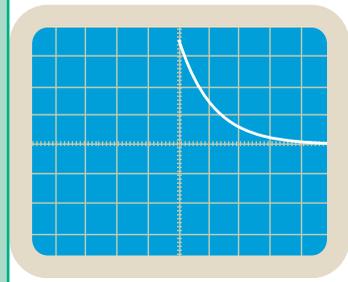


Fig.24 : Oscillogramme de  $u_{R_0}$

## 2.2- ÉTUDE THÉORIQUE

En ouvrant l'interrupteur K, le circuit de la figure 18 devient équivalent à celui de la figure 25 où le résistor, la bobine et la diode forment ensemble un circuit série.

La loi des mailles s'écrit :  $u_{AB} + u_{BM} = 0$  (1)

avec le sens positif choisi pour le courant (Fig.25), on a :

$$u_{AB} = L \frac{di}{dt} + r.i \text{ et } u_{BM} = R_o.i$$

La relation (1) devient :  $L \frac{di}{dt} + R.i = 0$  avec  $R = R_o + r$ .

D'où  $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}.i = 0$  (2), avec  $\tau = \frac{L}{R}$  : équation différentielle

en  $i$  à coefficients constants et à second membre nul, elle admet une solution de la forme :  $i(t) = A.e^{-\alpha t}$  où les valeurs des coefficients constants  $A$  et  $\alpha$  sont déterminées par les conditions initiales.

A  $t = 0$ ,  $i(0) = I_0$ . Or, juste à l'ouverture du circuit ( $t = 0$ ), on a :

$$I_0 = \frac{E}{R}. \text{ Donc, } A = \frac{E}{R}$$

On remplace  $i(t)$  par son expression dans l'équation différentielle (2) et par identification, on écrit :

$$-\alpha A e^{-\alpha t} + \frac{1}{\tau} A e^{-\alpha t} = 0, \text{ d'où } A e^{-\alpha t} \left( -\alpha + \frac{1}{\tau} \right) = 0 \quad \forall t.$$

Donc  $\alpha = \frac{1}{\tau}$ . D'où  $i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$  avec  $R = R_o + r$  et  $\tau = \frac{L}{R}$

Le tracé de la courbe avec un logiciel approprié donne le graphique de la figure 26.

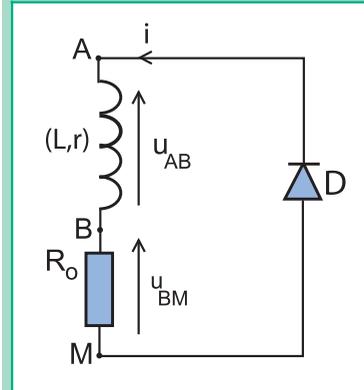


Fig.25 : Schéma du montage

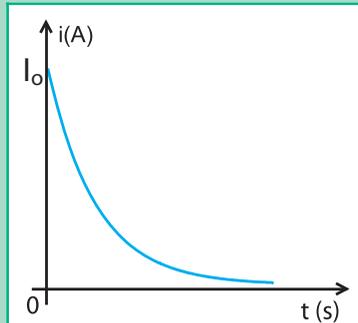


Fig.26 : Evolution de l'intensité du courant au cours du temps

### Questions

1°) Montrer par deux méthodes différentes que, lors de la rupture du courant dans le dipôle RL du circuit schématisé dans la figure 25, la tension aux bornes de la bobine évolue selon la loi :

$$u_{AB} = \left( \frac{r}{R} - 1 \right) E e^{-\frac{t}{\tau}}$$

2°) Vérifier à l'ordinateur que la courbe d'évolution de  $u_{AB}$  est celle de la figure 27.

3°) Comparer la valeur de  $u_{AB}$  à  $t = 0$  avec la valeur qu'elle avait juste avant l'ouverture du circuit et en déduire que si  $r = 0$ ,  $u_{AB}$  passe de zéro à la valeur  $(-E)$ .

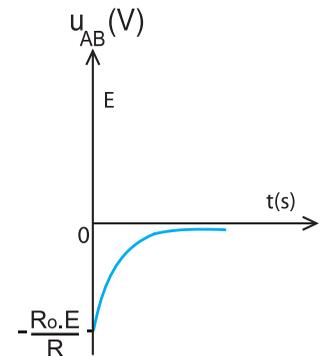


Fig.27 : Evolution de  $u_{AB}$  au cours du temps

### 3 INFLUENCE DES GRANDEURS CARACTÉRISTIQUES D'UN DIPÔLE RL SUR LE RÉGIME TRANSITOIRE

#### 3.1- INFLUENCE DE LA RÉSISTANCE TOTALE R

##### Manipulation

On reprend le montage de la figure 18 afin de visualiser de nouveau la réponse du dipôle RL en courant avec différentes valeurs de R.

En établissant plusieurs fois le régime permanent du dipôle RL avec des valeurs différentes de R et ce en remplaçant à chaque fois le résistor par un autre de résistance  $R_0$  différente de celle du précédent, on obtient la série d'oscillogrammes de la figure 28, visualisés avec  $L = 0,2 \text{ H}$  et respectivement pour  $R_1 = 210 \Omega$  ;  $R_2 = 230 \Omega$  ,  $R_3 = 270 \Omega$  et  $R_4 = 350 \Omega$ , les sensibilités étant réglées comme suit : horizontalement :  $1 \text{ ms/div}$  et verticalement :  $1 \text{ V/div}$ .

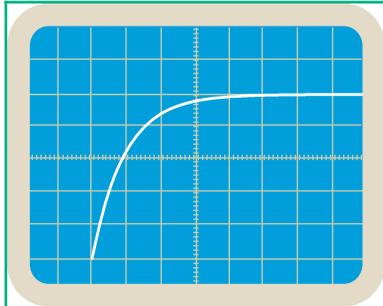


Fig.28a :  $R_1 = 210 \Omega$

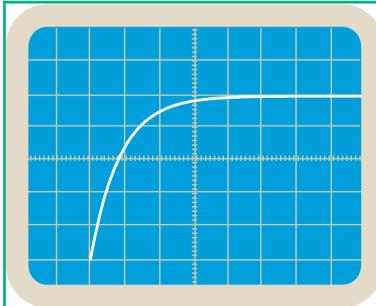


Fig.28b :  $R_2 = 230 \Omega$

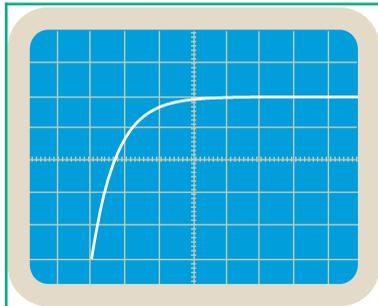


Fig.28c :  $R_3 = 270 \Omega$

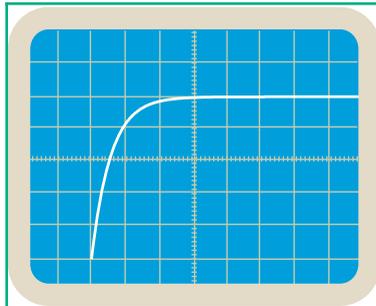


Fig.28d :  $R_4 = 350 \Omega$

#### Questions

1°) Dresser un tableau consignnant les durées  $t$  au bout desquelles  $u_{R_0}$  atteint une valeur arbitraire  $4 \text{ V}$  par exemple.

|                |     |     |     |     |
|----------------|-----|-----|-----|-----|
| R ( $\Omega$ ) | 210 | 230 | 270 | 350 |
| t (ms)         |     |     |     |     |

2°) À l'aide des résultats trouvés :

- préciser qualitativement l'influence de la valeur de la résistance totale  $R$  sur la durée  $t$  écoulée pour que  $u_{R_0}$  atteigne la valeur  $4V$ .
- montrer que la durée  $t$  est inversement proportionnelle à  $R$ .

### 3.2- INFLUENCE DE L'INDUCTANCE L

#### Manipulation

On refait la même expérience, mais cette fois, avec une bobine d'inductance  $L$  réglable<sup>Ⓢ</sup>. En faisant varier  $L$ , on change éventuellement le résistor de résistance  $R_0$  dans le but de maintenir  $R = R_0 + r$  constante.

On obtient la série d'oscillogrammes de la figure 29, visualisés avec  $R = 210 \Omega$  et respectivement pour :

$L_1 = 0,10 \text{ H}$  ;  $L_2 = 0,13 \text{ H}$ ,  $L_3 = 0,15 \text{ H}$  et  $L_4 = 0,20 \text{ H}$ , les sensibilités étant réglées comme suit :

horizontalement :  $0,5\text{ms/div}$  et verticalement:  $1 \text{ V/div}$

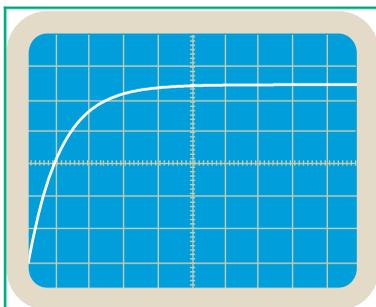


Fig.29a :  $L = 0,10 \text{ H}$

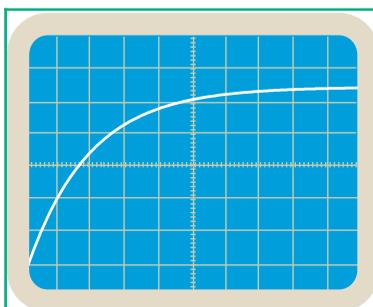


Fig.29b :  $L = 0,13 \text{ H}$

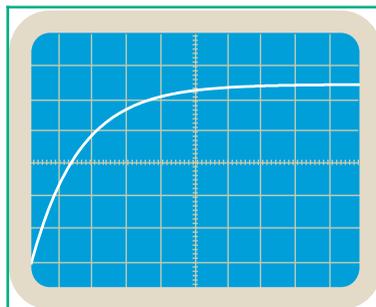


Fig.29c :  $L = 0,15 \text{ H}$

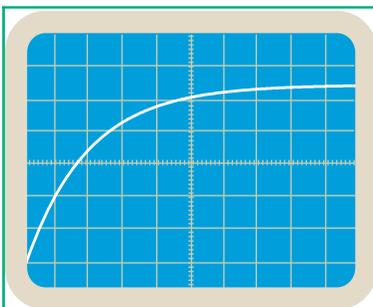


Fig.29d :  $L = 0,20 \text{ H}$

#### Questions

1°) a) Dresser un tableau consignnant les durées  $t$  au bout desquelles  $u_{R_0}$  atteint la valeur  $4 \text{ V}$  par exemple.

|        |      |      |      |      |
|--------|------|------|------|------|
| L (H)  | 0,10 | 0,13 | 0,15 | 0,20 |
| t (ms) |      |      |      |      |

Ⓢ Bobine dépourvue de tout noyau de fer doux

b) À l'aide des résultats trouvés :

- préciser qualitativement l'influence de la valeur de l'inductance  $L$  de la bobine sur la durée  $t$  au bout de laquelle la tension  $u_{R_0}$  atteint la valeur 4 V.
- montrer que la durée  $t$  est proportionnelle à  $L$ .

### 3.3- CONSTANTE DE TEMPS D'UN DIPÔLE RL

#### Notion de constante de temps

On vient de montrer que toute valeur de l'intensité  $i$  du courant établi dans le circuit RL est atteinte au bout d'une durée  $t$  :

- proportionnelle à  $L$ , lorsque la résistance totale  $R$  n'est pas changée.
- inversement proportionnelle à  $R$ , lorsque l'inductance  $L$  n'est pas modifiée.

Donc, la durée d'établissement du courant dans le circuit est proportionnelle au quotient  $\frac{L}{R}$ .

De ce fait, le quotient  $\frac{L}{R}$  est appelé constante de temps du dipôle RL ; on la note  $\tau$ .

#### Remarque

On sait que la résistance  $R$  a la dimension du quotient d'une tension par une intensité de courant et que  $L$  a celle de  $\frac{U.t}{I}$ .  
Donc le quotient  $\frac{L}{R}$  a la dimension d'un temps, ce qui justifie encore son appellation de constante de temps.

$$\tau = \frac{L}{R} : \text{constante de temps}$$

#### Définition

La constante de temps  $\tau$  est une grandeur caractéristique du dipôle RL, elle renseigne sur le retard avec lequel s'établit le régime permanent ou la rupture du courant dans le dipôle.

$\tau$  ayant la dimension d'un temps, elle s'exprime en secondes.

#### Détermination de la constante de temps

Les méthodes possibles pour déterminer la constante de temps sont les mêmes que celles utilisées dans le cas du dipôle RC.

##### ► Par calcul direct

Connaissant les valeurs de  $L$  et de  $R$ , on peut calculer directement la valeur de la constante de temps  $\tau = \frac{L}{R}$ .

##### ► Détermination graphique (1<sup>ère</sup> méthode)

Sur la courbe de  $i(t)$  représentant l'établissement du régime permanent, on trace la tangente au point d'abscisse  $t = 0$ s.

L'abscisse du point d'intersection de la tangente avec l'asymptote  $I_o = \frac{E}{R}$  est  $\tau$ . (Fig.30)

**Justification :**

L'équation de la tangente à la courbe  $i = f(t)$  à  $t = 0$  est  $i = k t$ ,  $k$  étant son coefficient directeur dont la valeur est donnée par

$$k = \frac{di}{dt}(t = 0) = \frac{I_o}{\tau}$$

Ainsi, l'équation de la tangente à la courbe  $i=f(t)$  à  $t=0$  a pour équation :  $i(t) = \frac{I_o}{\tau} t$

L'intersection de la tangente avec l'asymptote correspond donc

$$\text{à } i(t) = \frac{I_o}{\tau} t = I_o, \text{ d'où } t = \tau.$$

**Remarque**

La même méthode de détermination graphique de  $\tau$  s'applique à la courbe  $i(t)$  relative à la rupture du courant. En effet, la tangente à l'origine des temps coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse  $\tau$  (Fig.31).

► **Détermination graphique (2<sup>ème</sup> méthode)**

En remplaçant  $t$  par  $\tau$  dans l'expression de  $i(t)$  représentant l'établissement du régime permanent, on obtient :

$$i(\tau) = \frac{E}{R}(1 - e^{-1}) = 0,63 \frac{E}{R}$$

Par lecture graphique de l'abscisse du point de la courbe  $i(t)$  d'ordonnée  $0,63 \frac{E}{R}$ , on obtient la valeur de  $\tau$  (Fig.32).

Dans le cas de la rupture du courant dans le dipôle RL, en remplaçant  $t$  par  $\tau$  dans l'expression de  $i(t)$ , on obtient :

$$i(\tau) = \frac{E}{R}e^{-1} = 0,37 \frac{E}{R}.$$

$\tau$  est alors l'abscisse du point de la courbe représentant  $i(t)$  d'ordonnée  $0,37 \frac{E}{R}$  (Fig.33).

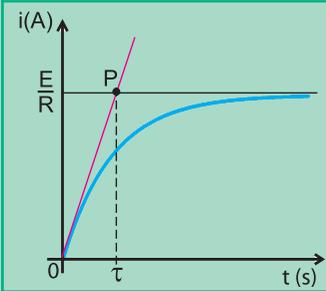


Fig.30 : Détermination graphique de la constante de temps.

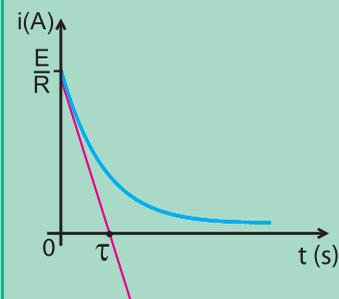


Fig.31 : Détermination graphique de la constante de temps.

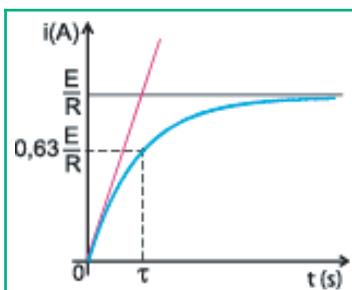


Fig.32 : Autre méthode de détermination graphique de  $\tau$

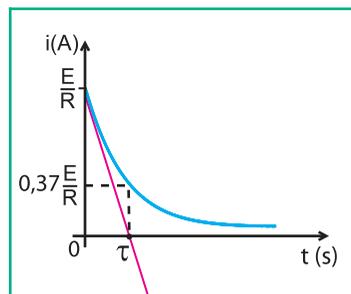


Fig.33 : Autre méthode de détermination graphique de  $\tau$

# L'essentiel

- Une bobine est un dipôle électrocinétique constitué généralement par un enroulement cylindrique dans le même sens, de fil conducteur recouvert d'une gaine isolante.
- Toute variation de champ magnétique à proximité d'une bobine en circuit fermé produit un courant électrique appelé courant induit.
- Loi de Lenz : Le courant induit a un sens tel qu'il s'oppose par ses effets à la cause qui lui donne naissance.

- Tout courant induit est dû à une f.e.m. délocalisée appelée f.e.m. d'induction.
- Toute bobine parcourue par un courant variable d'intensité  $i$  est le siège d'une

f.e.m. d'auto-induction :  $e = -L \frac{di}{dt}$ , où  $L$  est l'inductance de la bobine.

- L'auto-induction traduit l'opposition d'une bobine à toute variation de courant.
- Pour une bobine d'inductance  $L$ , de résistance interne  $r$ , parcourue de sa borne A à sa borne B par un courant variable d'intensité  $i$ , la tension à ses bornes s'écrit:

$$u_{AB} = L \frac{di}{dt} + ri$$

- L'énergie magnétique emmagasinée dans une bobine parcourue par un courant d'intensité  $i$  s'exprime :

$$E_L = \frac{1}{2} Li^2$$

- L'inductance d'une bobine est une grandeur caractérisant sa faculté d'emmagasiner de l'énergie magnétique.

- Etant liée à l'intensité du courant, l'énergie magnétique stockée par une bobine est transférée à l'extérieur du circuit avec la rupture du courant.

- Un dipôle RL soumis à un échelon de tension de valeur  $E$  est parcouru par un courant continu qui ne s'établit pas brusquement, mais à la suite d'un régime transitoire,

selon la loi :  $i(t) = \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  où  $\tau = \frac{L}{R}$  est la constante de temps du dipôle RL.

- Lors de la rupture du courant dans un circuit comportant une bobine, l'intensité  $i$  du courant ne s'annule pas brusquement, mais en diminuant de manière continue selon la loi :

$$i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

# Exercices

## Exercice résolu

### ÉNONCÉ

Un circuit série comporte un générateur maintenant entre ses bornes une tension constante  $E$  de 6 V, un interrupteur  $K$ , une bobine d'inductance  $L$  et de résistance interne  $r$  et un résistor de résistance  $R_0 = 140 \Omega$ .

Afin d'étudier l'évolution de l'intensité du courant susceptible de circuler dans le circuit, on utilise un oscilloscope à mémoire.

En fermant l'interrupteur  $K$ , on obtient l'oscillogramme de la figure 1, les sensibilités horizontale et verticale étant réglées respectivement à 2ms/div et 1V/div.

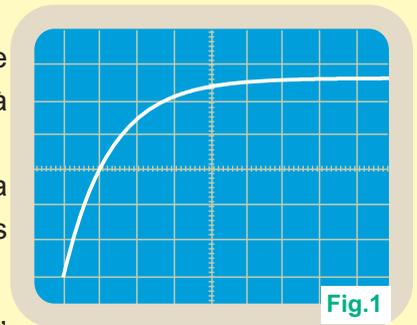


Fig.1

- 1°) - Préciser parmi les schémas (1) et (2) de la figure 2, celui du montage qui a servi à l'enregistrement de l'oscillogramme de la figure 1.  
- Y ajouter les connexions faites avec l'oscilloscope.

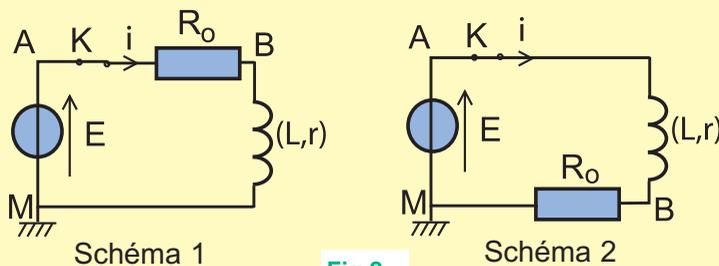


Fig.2

2°) Expliquer qualitativement l'allure de l'oscillogramme de la figure 1.

3°) a) Montrer que la tension  $u$  aux bornes du résistor est régie par l'équation différentielle

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{\tau}u = \frac{R_0}{L}E, \text{ où } \tau = \frac{L}{R} \text{ avec } R = R_0 + r$$

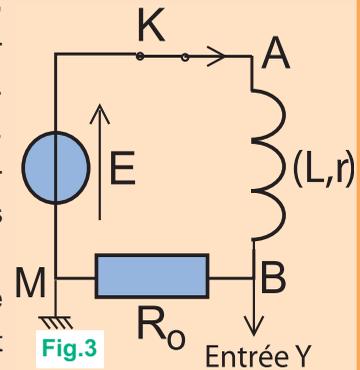
b) Sachant que cette équation admet comme solution :  $u = Ae^{-\alpha t} + B$ , déterminer les constantes  $A, B$  et  $\alpha$ .

4°) Déterminer graphiquement les valeurs de  $\tau$ ,  $r$  et  $L$ .

5°) Dédire de l'expression de  $u$ , celle de l'intensité  $i$  du courant parcourant le dipôle RL.

## SOLUTION

1°) Avec un oscilloscope, on ne peut visualiser directement que les tensions électriques. Pour visualiser l'évolution temporelle de l'intensité  $i$  d'un courant, il faut une tension proportionnelle à  $i$ . Donc, il faut brancher l'oscilloscope aux bornes du résistor de résistance  $R_0$  où  $u = R_0 \cdot i$ . Pour ce faire, le résistor doit avoir une borne reliée à la masse. Donc, le schéma du montage avec lequel est visualisée la tension  $u$  est le schéma 2 en reliant le point B à l'une des entrées de l'oscilloscope (Fig.3).



2°) La tension  $u$  est liée à l'intensité  $i$  du courant débité par le générateur dans le circuit par la relation  $u = R_0 \cdot i$ . Or,  $i$  ne peut augmenter que progressivement à cause de la bobine qui s'oppose à sa variation, ce qui explique l'allure de la courbe représentant l'évolution de  $u$  au cours du temps.

3°a) Pour le circuit série réalisé, la loi des mailles s'écrit :  $u_{AB} + u_{BM} + u_{MA} = 0$  ce qui signifie  $u_{BM} + u_{AB} = u_{AM}$ .

Avec le sens positif choisi pour le courant (Fig.3), on a :

$$u + ri + L \frac{di}{dt} = E \text{ où } u = u_{BM}.$$

$$\text{Or, } u = R_0 i, \text{ ce qui signifie } i = \frac{u}{R_0}. \text{ D'où } u + \frac{r}{R_0} u + \frac{L}{R_0} \frac{du}{dt} = E.$$

$$u \left(1 + \frac{r}{R_0}\right) + \frac{L}{R_0} \frac{du}{dt} = E$$

$$1 + \frac{r}{R_0} = \frac{R}{R_0} \text{ car } R = R_0 + r, \text{ d'où : } \frac{du}{dt} + \frac{R}{L} u = \frac{R_0}{L} E.$$

$$\text{Finalement, on a : } \boxed{\frac{du}{dt} + \frac{1}{\tau} u = \frac{R_0}{L} E} \text{ avec } \tau = \frac{L}{R}.$$

$$\text{b) } u = Ae^{-\alpha t} + B,$$

$$\text{à } t = 0, u = A + B = 0. \text{ Donc, } B = -A.$$

$$\text{D'où, } u = B(1 - e^{-\alpha t}).$$

$$\frac{du}{dt} = \alpha B e^{-\alpha t}.$$

L'équation différentielle établie précédemment s'écrit donc :

$$\alpha B e^{-\alpha t} + \frac{B}{\alpha} (1 - e^{-\alpha t}) = \frac{R_0}{L} E$$

$$B \left( \alpha - \frac{1}{\tau} \right) e^{-\alpha t} + \frac{B}{\tau} = \frac{R_0}{L} E$$

Lorsque  $t$  tend vers l'infini,  $e^{-\alpha t}$  tend vers zéro, ce qui donne :

$$\frac{B}{\tau} = \frac{R_o}{L} E, \text{ d'où } B = \frac{R_o}{R} E \text{ et l'équation différentielle devient :}$$

$$B\left(\alpha - \frac{1}{\tau}\right)e^{-\alpha t} = 0. \text{ Cette équation est valable quel que soit } t.$$

$$\text{Donc, } \left(\alpha - \frac{1}{\tau}\right) = 0, \text{ ce qui signifie } \alpha = \frac{1}{\tau}.$$

$$\text{Finalement, on a : } u = \frac{R_o}{R} E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$4^\circ) \text{ On a } U_o = \frac{R_o}{R} E, \text{ ce qui équivaut } \frac{R_o + r}{R_o} = \frac{E}{U_o}, \text{ d'où } r = \left(\frac{E}{U_o} - 1\right)R_o$$

Donc, pour déterminer graphiquement  $r$ , il suffit d'avoir la valeur de la tension  $U_o$ . Celle-ci est l'ordonnée du point d'intersection de l'asymptote horizontale à la courbe avec l'axe des ordonnées. Le tracé donne  $U_o = 5,6 \text{ V}$ .

$$\text{AN : } r = 10 \Omega$$

$$u(\tau) = U_o \left(1 - \frac{1}{e}\right) = 0,632 U_o = 3,45 \text{ V.}$$

En portant  $u=3.54\text{V}$  sur l'axe des tensions,

la projection sur l'axe des temps donne :  $\tau = 2 \text{ ms}$

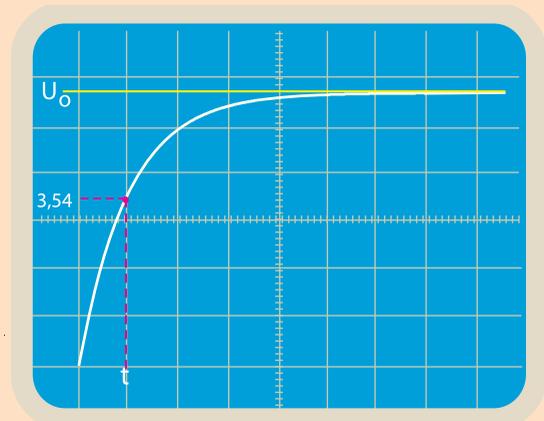
$$\tau = \frac{L}{R} \text{ ce qui signifie } L = \tau R.$$

$$\text{AN : } L = 300 \text{ mH}$$

$$5^\circ) u = R_o i \text{ ce qui signifie } i = \frac{u}{R_o}.$$

$$\text{Or, } u = \frac{R_o}{R} E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right).$$

$$\text{D'où, } i = I_o \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \text{ avec } I_o = \frac{E}{R} = 0,04 \text{ A.}$$



# Exercices à résoudre

## Tests rapides des acquis

### 1 Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- Une bobine placée dans un champ magnétique variable est le siège d'une f.e.m. induite.
- 2- Toute variation du courant électrique dans un circuit donne naissance à une f.e.m. induite.
- 3- L'introduction d'un noyau de fer doux dans une bobine fait diminuer son inductance  $L$ .
- 4- Pour abaisser la valeur d'une tension continue, on peut utiliser un transformateur.
- 5- La constante de temps d'un dipôle RL caractérise la durée du régime transitoire.
- 6- Pour augmenter la durée du régime transitoire dans un circuit RL, on fait augmenter la résistance totale du circuit.
- 7- Lors de l'établissement du courant électrique dans un circuit RL, la tension aux bornes de la bobine diminue et tend vers une limite.
- 8- Lors de l'ouverture de l'interrupteur d'un circuit RL, l'intensité du courant électrique ne subit pas une discontinuité.

### 2 Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la (ou les) proposition(s) juste(s).

■ I- Une bobine inductive est un dipôle électrocinétique qui :

- a- s'oppose aux variations de la tension à ses bornes.
- b- s'oppose aux variations de l'intensité du courant qui y circule.
- c- est équivalent en courant continu à un résistor de résistance égale à sa résistance interne.

■ II- La tension  $u_{AB}$  aux bornes d'une bobine parcourue par un courant de B vers A s'écrit :

- a-  $u_{AB} = L \cdot i + r \cdot i$
- b-  $u_{AB} = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i$
- c-  $u_{AB} = -L \cdot \frac{di}{dt} - r \cdot i$
- d-  $u_{AB} = -\frac{dL}{dt} \cdot i - r \cdot i$

■ III- L'inductance  $L$  d'une bobine dépend de :

- a- la tension appliquée à ses bornes.
- b- ses caractéristiques géométriques.
- c- l'intensité du courant qui y circule.

■ IV- La réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension  $E$ , dans le cas où la bobine est purement inductive, est caractérisée par l'apparition d'une tension aux bornes de la bobine qui :

- a- augmente sans cesse.
- b- varie en tendant vers zéro.
- c- prend instantanément la valeur  $E$ .
- d- tend vers une valeur constante inférieure à  $E$ .

■ V- La réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension  $E$ , dans le cas où la bobine est caractérisée par la circulation d'un courant d'intensité  $i$  qui :

- a- augmente de manière continue en tendant vers la valeur  $\frac{E}{R}$ .
- b- diminue de manière continue en tendant vers zéro.
- c- prend directement la valeur  $\frac{E}{R}$ .

## Exercices d'application

**3** Indiquer pour chaque schéma de la figure ci-dessous, le sens du courant induit produit par le déplacement de l'aimant suivant l'axe de la bobine ainsi que le nom de la face de la bobine en regard avec l'aimant.

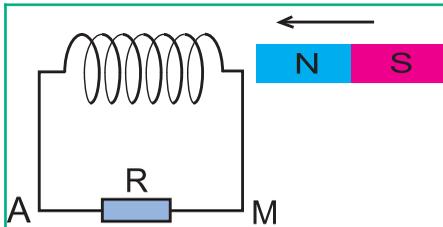


Fig.1 : L'aimant s'approche de la bobine avec son pôle nord en avant.

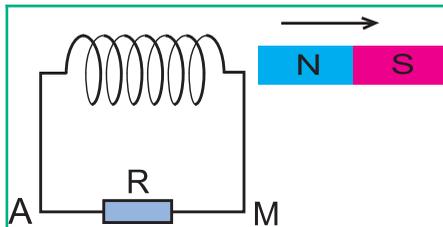


Fig.2 : L'aimant s'éloigne de la bobine avec son pôle nord en avant.

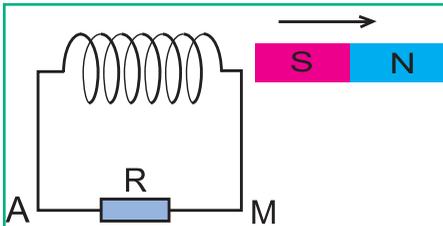


Fig.3 : L'aimant s'éloigne de la bobine avec son pôle sud en avant.

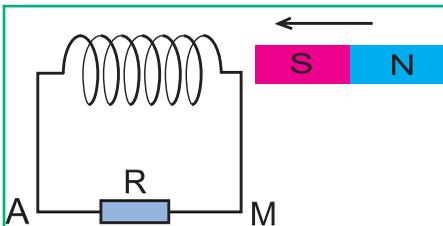
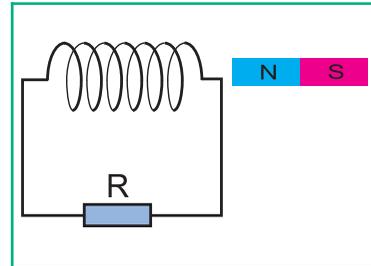


Fig.4 : L'aimant s'approche de la bobine avec son pôle sud en avant.

**4** Une bobine fermée sur un résistor de résistance  $R$  est placée dans le champ magnétique d'un aimant comme dans la figure ci-dessous.



1°) On approche l'aimant de la bobine par son pôle nord.

a) Représenter le vecteur champ magnétique induit.

b) En déduire le sens du courant induit.

2°) On retourne l'aimant de telle sorte que le pôle en regard de la bobine soit le pôle sud, puis on l'éloigne de la bobine.

a) Représenter, au centre de la bobine, le vecteur champ magnétique inducteur et le vecteur champ magnétique induit.

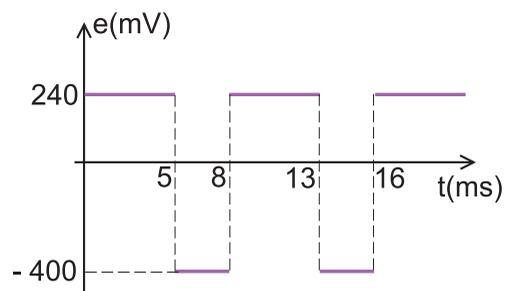
b) En déduire le sens du courant induit.

**5** La f.e.m d'auto-induction  $e$  créée par une bobine d'inductance  $L = 40$  mH varie au cours du temps selon la loi représentée graphiquement ci-dessous.

1°) Exprimer le taux de variation  $\frac{di}{dt}$  en fonction de  $e$  et  $L$ .

2°) Calculer  $\frac{di}{dt}$  dans chacun des intervalles de temps  $[0, 5 \text{ ms}]$  et  $[5 \text{ ms}, 8 \text{ ms}]$ .

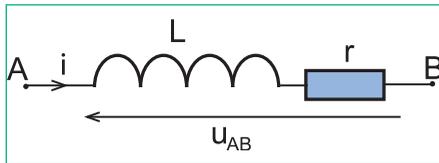
3°) Représenter graphiquement  $i$  en fonction de  $t$  sachant qu'à l'instant  $t = 5 \text{ ms}$ ,  $i = 0$ .



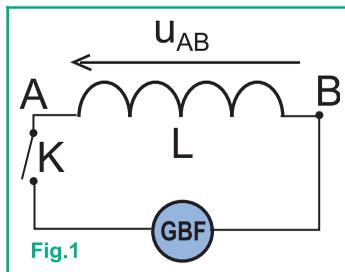
**6** En fermant à l'instant  $t = 0$  un circuit électrique renfermant une bobine de bornes A et B, d'inductance  $L = 470 \text{ mH}$  et de résistance  $r = 10 \Omega$ , celle-ci se trouve parcourue de sa borne A vers sa borne B par un courant d'intensité  $i(t) = 0,006 t^2$ .

1°) Exprimer la tension  $u_{AB}$  en fonction de  $L$ ,  $r$ , et  $t$ .

2°) Calculer la valeur de  $u_{AB}$ , 10 s après la fermeture du circuit.



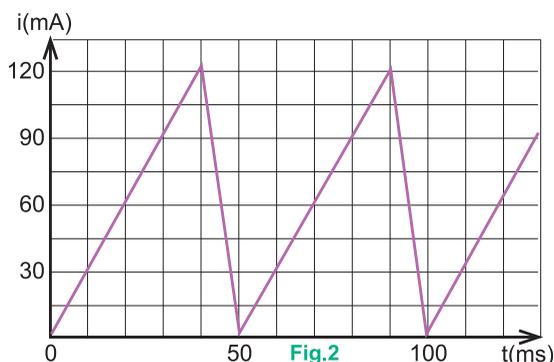
**7** On relie une bobine AB d'inductance  $L = 0,1 \text{ H}$  et de résistance interne négligeable à un générateur de courant variable (Fig.1).



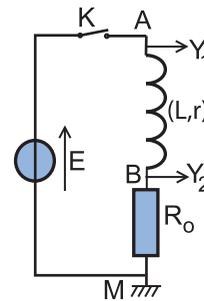
L'évolution au cours du temps de  $i$  est illustrée par la courbe de la figure 2. Lors de la fermeture du circuit, un phénomène d'auto-induction prend naissance dans la bobine.

1°) Donner l'expression de la tension  $u_{AB}(t)$ , au cours des deux phases, pour  $t$  variant de 0 à 50 ms.

2°) Tracer la courbe représentant  $u_{AB}(t)$ , sachant que la base de temps est réglée sur 10 ms/div et que la sensibilité verticale est 0,5 V/div.



**8** On réalise le montage de la figure ci-dessous.



1°) On ferme l'interrupteur K, expliquer le phénomène qui se produit au niveau du dipôle RL avec  $R = R_0 + r$ .

2°) Donner l'expression de l'intensité  $I_0$  du courant électrique qui s'établit en régime permanent.

3°) Etablir l'équation différentielle, vérifiée par  $i(t)$ , lors de la fermeture de l'interrupteur K.

4°) Vérifier que  $i(t) = A(1 - e^{-\alpha t})$  est une solution de l'équation différentielle en  $i$ .

5°) Identifier A et  $\alpha$  en prenant l'instant origine, l'instant de fermeture du circuit.

6°) Définir la constante de temps pour le régime transitoire et l'exprimer en fonction de  $\alpha$ .

**9** Un dipôle RL constitué d'une bobine d'inductance  $L$ , de résistance interne  $r$  nulle et d'un résistor de résistance  $R$  est branché aux bornes d'un générateur délivrant une tension continue  $U = 12 \text{ V}$ .

1°) Réaliser le schéma du montage.

2°) Préciser le branchement de l'oscilloscope permettant de suivre l'établissement du courant électrique dans le circuit.

3°) Donner l'allure de la courbe d'évolution de  $i(t)$  lors de la fermeture du circuit.

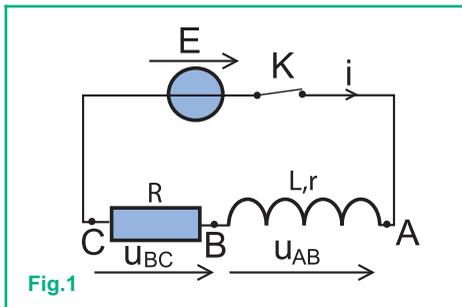
4°) Calculer :

a) la valeur de l'intensité du courant en régime permanent.

b) la valeur de la constante de temps  $\tau$  du dipôle RL sachant que  $L = 100 \text{ mH}$  et  $R = 120 \Omega$ .

## Exercices de synthèse

**10** Un circuit électrique comporte, placés en série, un générateur de tension idéal de f.e.m.  $E = 6 \text{ V}$ , un interrupteur  $K$ , une bobine d'inductance  $L$  et de résistance  $r = 10 \ \Omega$  et un conducteur ohmique de résistance  $R = 200 \ \Omega$ . Un dispositif informatisé d'acquisition de données permet de visualiser sur l'écran d'un ordinateur, l'évolution des tensions  $u_{AB}$  et  $u_{BC}$  en fonction du temps. Le schéma du circuit ci-dessous précise l'orientation du courant et les tensions étudiées (fig.1).



A  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur  $K$  et on procède à l'acquisition. On obtient les deux courbes de la figure 2, notées courbe 1 et courbe 2.

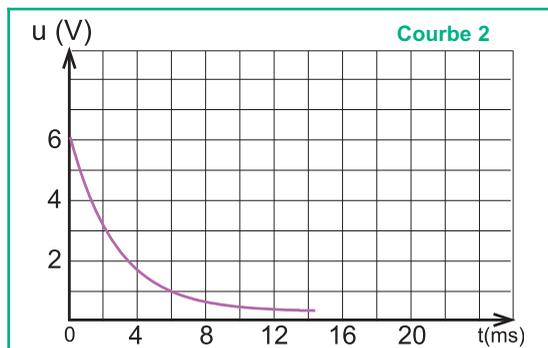
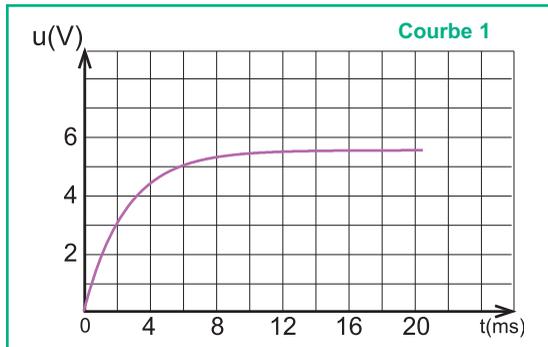


Fig.2

1°) Donner l'expression de  $u_{AB}$  en fonction de  $i$  et de  $\frac{di}{dt}$ .

2°) Donner l'expression de  $u_{BC}$  en fonction de  $i$ .

3°) Associer les courbes 1 et 2 aux tensions  $u_{AB}$  et  $u_{BC}$ . Justifier la réponse.

4°) Appliquer la loi des mailles pour déterminer l'expression  $I_0$  de l'intensité du courant qui traverse le circuit lorsque le régime permanent est établi.

Calculer la valeur de  $I_0$ .

5°) Exploiter l'une des courbes pour retrouver cette valeur de  $I_0$ .

6°) Exploiter l'une des deux courbes pour déterminer la constante de temps  $\tau$  du montage. Expliciter la méthode utilisée.

7°) Rappeler l'expression de la constante de temps  $\tau$  en fonction des grandeurs caractéristiques du circuit. Montrer que cette expression est homogène à un temps.

8°) À partir de la valeur de  $\tau$  mesurée, calculer l'inductance  $L$  de la bobine.

9°) A défaut de dispositif informatisé d'acquisition de données, quel type d'appareil peut-on utiliser pour visualiser le phénomène étudié ?

**11** Un dipôle  $AB$  est constitué par l'association en série, d'une bobine d'inductance  $L$ , de résistance  $r$  et d'un résistor de résistance  $r' = 50 \ \Omega$ . Le dipôle  $AB$  est alimenté par un générateur de tension idéal de force électromotrice  $E = 6 \text{ V}$ .

A l'aide d'un oscilloscope à mémoire, on visualise simultanément les tensions aux bornes du générateur et aux bornes du résistor  $r'$ . On obtient simultanément les oscillogrammes de la figure ci-après.

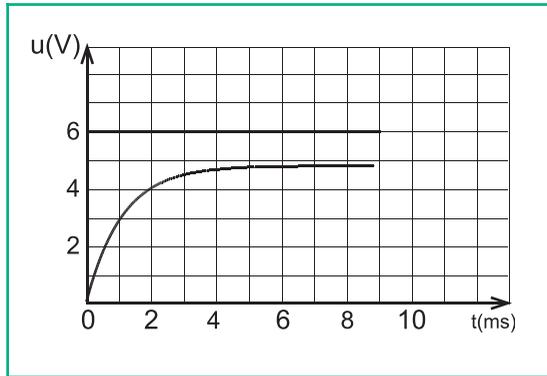
1°) Schématiser le montage électrique et préciser le branchement de l'oscilloscope.

2°) Donner la valeur de la tension aux bornes de la bobine en fonction de  $L, r$  et  $i$ .

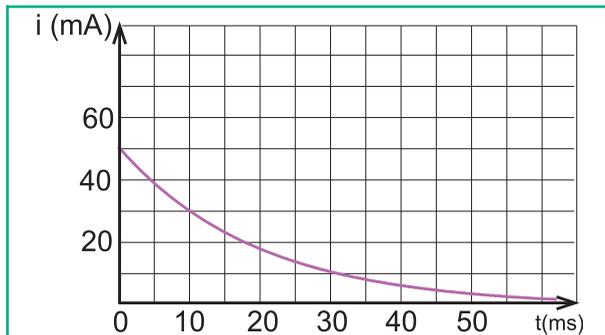
3°) A l'aide des oscillogrammes obtenus :

a) déterminer l'intensité  $I_0$  du courant électrique qui s'établit dans le circuit en régime permanent.

- b) calculer la valeur de la résistance  $r$  de la bobine.
- 4°) Déterminer graphiquement la constante de temps du dipôle RL
- 5°) En déduire la valeur de l'inductance  $L$  de la bobine.
- 6°) Calculer la valeur de l'énergie emmagasinée dans la bobine en régime permanent.



- 12** Une bobine de résistance  $r$  et d'inductance  $L$  est branchée en série avec un résistor de résistance  $R_0$ . Lors de la rupture du courant dans le circuit, on visualise la courbe de décroissance de l'intensité du courant électrique, donné par la figure ci-dessous.
- 1°) Déterminer la valeur de l'intensité  $i$  du courant électrique à l'instant initial.
- 2°) Déterminer de deux façons différentes la constante de temps  $\tau$  du dipôle RL.
- 3°) En déduire la valeur de l'inductance  $L$  de la bobine sachant que  $R = 50 \Omega$  avec  $R = r + R_0$ .
- 4°) Calculer la valeur de la f.e.m. d'auto-induction  $e$  à  $t = 0$ .



- 13** Un générateur de force électromotrice  $E = 6 \text{ V}$  et de résistance interne  $r = 2 \Omega$  alimente un circuit constitué d'une bobine AB d'inductance  $L = 1,8 \text{ H}$  et de résistance interne  $R = 8 \Omega$  aux bornes de laquelle on a placé un petit moteur en série avec une diode au silicium  $D$  (fig.1).

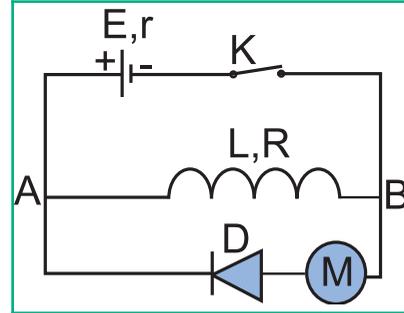


Fig.1

- 1°) Lorsqu'on ferme l'interrupteur  $K$ , indiquer le sens du courant qui s'établit dans le circuit. Montrer que son intensité maximale prend la valeur  $I = 0,6 \text{ A}$ . Pourquoi le moteur ne fonctionne-t-il pas ?
- 2°) Lorsqu'on ouvre l'interrupteur  $K$ , on constate que le moteur se met à tourner pendant quelques secondes. Quel est le sens du courant qui le parcourt ? D'où provient l'énergie électrique qui l'a fait fonctionner ? Quel est le phénomène physique ainsi mis en évidence ?
- 3°) Pendant son fonctionnement, le moteur est capable de soulever un corps de masse  $m = 20 \text{ g}$  à une hauteur  $h = 18,5 \text{ cm}$  par l'intermédiaire d'une poulie qu'il entraîne (Fig.2).

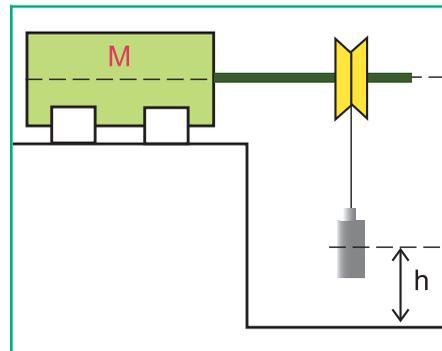


Fig.2

- Calculer le travail mécanique fourni par le moteur ; le comparer à l'énergie magnétique emmagasinée par la bobine. En déduire le rendement de l'opération.
- On donne  $g = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$

# 14 Étude de texte

## La cuisson par induction

Les plaques de cuisson par induction (ou plaques à induction) ont un principe de fonctionnement nettement différent de celui des plaques de cuisson classiques. La première caractéristique frappante de ces plaques à induction réside dans le fait qu'en fonctionnement, elles sont froides ou très peu chaudes !

A l'inverse des plaques classiques, ce ne sont pas les plaques qui chauffent mais la casserole, elle-même.

Ce type de plaque fonctionne grâce au phénomène d'induction électromagnétique.

En effet, il y a apparition d'un courant électrique dans un conducteur lorsque ce dernier est placé dans un champ magnétique variable.

C'est exactement ce qui se passe lorsqu'on approche la casserole de la plaque, le champ magnétique variable créé par le générateur placé au dessous de la plaque engendre un courant électrique induit dans la paroi de la casserole. celle-ci joue le rôle de noyau pour la bobine source de champ magnétique variable, ce qui fait augmenter, l'intensité du courant induit. La circulation du courant induit chauffe la casserole par effet Joule.

Une bonne partie de l'énergie thermique de la

casserole est transférée à son contenu, et c'est ainsi que les aliments vont être cuits.



Plaque de cuisson à induction

## Questions

- 1°) Qu'est ce qui constitue le circuit où circule le courant induit dans le dispositif d'une plaque de cuisson à induction en fonctionnement ?
- 2°) Préciser l'inducteur et l'induit dans le dispositif de la plaque de cuisson par induction en fonctionnement.
- 3°) Quelle est la source d'énergie d'une plaque à induction ?
- 4°) Expliquer comment la présence de la casserole elle-même au dessus de la plaque en fonctionnement fait augmenter l'intensité du courant électrique qui y circule.

# En savoir plus

## Les pouvoirs de l'induction électromagnétique

De tous les moyens de cuisson, le plus singulier est la plaque à induction, où la chaleur est créée directement dans le métal de la casserole. Ce prodige est le résultat de l'induction électromagnétique, une des plus efficaces façons de transmettre de l'énergie sans contact. Si on place un morceau de cuivre près d'un aimant, que se passe-t-il ? Rien ! En revanche, si on déplace le morceau de cuivre par rapport au champ magnétique, un courant électrique apparaît dans le cuivre qui s'échauffe. Cet effet, découvert par Foucault et Faraday, est source de multiples applications comme les plaques de cuisson à induction et les ralentisseurs électromagnétiques.

Dans un conducteur comme le cuivre, les électrons délocalisés sont libres de se mouvoir, et leur mouvement d'ensemble, sous l'effet d'une force, engendre le courant électrique. Nous savons qu'un aimant crée un champ magnétique qui exerce une force sur les charges en mouvement, force perpendiculaire au mouvement des charges, qui tend à incurver leurs trajectoires. Quand nous déplaçons le morceau de cuivre, les électrons subissent cette force et sont animés d'un mouvement que l'on désigne par "courant de Foucault". L'intensité du courant est proportionnelle à la vitesse de déplacement du matériau et à la valeur du vecteur champ magnétique. Les courants de Foucault ont des parcours compliqués au sein de la matière où aucun fil ne les guide. On sait toutefois qu'ils forment des lacets et des boucles, d'où leur nom de "courants tourbillonnaires".

Ces courants de Foucault se manifestent chaque fois qu'un matériau conducteur est en mouvement au sein d'un champ magnétique : ils sont induits par déplacement. Plusieurs dispositifs industriels utilisent cette induction pour transformer l'énergie mécanique en énergie électrique, puis éventuellement en énergie thermique. Lorsqu'on fait tourner un disque de cuivre dans l'entrefer d'un aimant, un tel disque est parcouru de courants de Foucault. Ces courants induits échauffent la matière qu'ils traversent car les électrons qui les composent rencontrent sans cesse les autres charges électriques présentes dans le matériau et leur transfèrent une partie de leur énergie par chaleur. Cette énergie provient de la seule source d'énergie présente, l'opérateur actionnant le disque. Il va de même dans les ralentisseurs pour camions, un type de frein magnétique qui équipe aujourd'hui la majorité des poids lourds. Leur avantage est d'être sans contact, donc sans usure ! Dans ces dispositifs, des disques solidaires de l'arbre de transmission tournent entre des électroaimants alimentés par une batterie. Quand on désire freiner le véhicule, on alimente les électroaimants en courant. Plus la vitesse du véhicule est grande, plus la vitesse de rotation des disques entre les électroaimants est grande et plus le freinage est efficace. Les ralentisseurs sont donc d'autant plus efficaces que le véhicule roule vite, ce qui, en descente, est idéal. En revanche, leur efficacité s'amointrit aux faibles vitesses jusqu'à s'annuler à l'arrêt. C'est pourquoi, pour les faibles allures, on leur adjoint des freins mécaniques.

*D'après "Revue pour la science"*

## Objectifs

- ◆ Réaliser un montage permettant de suivre les oscillations libres d'un circuit RLC série.
- ◆ Reconnaître le régime pseudopériodique et le régime apériodique.
- ◆ Reconnaître le facteur responsable de l'amortissement.
- ◆ Reconnaître les grandeurs oscillantes d'un circuit RLC série.
- ◆ Etablir l'équation différentielle des oscillations libres d'un circuit RLC série.
- ◆ Interpréter la diminution de l'amplitude des oscillations libres d'un circuit RLC série par le transfert d'énergie de l'oscillateur vers le milieu extérieur.
- ◆ Ecrire l'expression d'une grandeur oscillante en régime libre non amorti.
- ◆ Définir la pulsation propre  $\omega_0$  et la période propre  $T_0$  d'un oscillateur RLC non amorti.
- ◆ Exprimer  $T_0$  en fonction de L et de C.
- ◆ Déterminer la période, l'amplitude et la phase initiale d'une grandeur oscillante sinusoïdale d'un circuit RLC série non amorti.
- ◆ Démontrer la conservation de l'énergie totale d'un oscillateur LC.
- ◆ Interpréter le cas particulier des oscillations libres non amorties.

## Prérequis

| SAVOIR  | SAVOIR FAIRE  |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Définir un phénomène périodique.</li> <li>◆ Définir la période T et la fréquence N d'un phénomène périodique.</li> <li>◆ Ecrire la relation <math>N = \frac{1}{T}</math>.</li> <li>◆ Ecrire la relation <math>i = \frac{dq}{dt}</math>.</li> <li>◆ Ecrire l'expression de la tension :           <ul style="list-style-type: none"> <li>- aux bornes d'un condensateur <math>u = \frac{q}{c}</math></li> <li>- aux bornes d'une bobine <math>u = ri + L \frac{di}{dt}</math></li> </ul> </li> <li>◆ Exprimer l'énergie potentielle électrique <math>E_C</math> emmagasinée par un condensateur.</li> <li>◆ Exprimer l'énergie magnétique <math>E_L</math> emmagasinée par une bobine.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Reconnaître un phénomène périodique.</li> <li>◆ Distinguer entre période et fréquence d'un phénomène périodique.</li> <li>◆ Utiliser la relation <math>i = \frac{dq}{dt}</math>.</li> <li>◆ Expliquer la charge et la décharge d'un condensateur.</li> <li>◆ Expliquer le phénomène d'auto-induction.</li> <li>◆ Distinguer entre transfert et transformation d'énergie.</li> <li>◆ Appliquer la loi des mailles.</li> </ul> |

# OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES LIBRES

# 3



*Le quartz impose sa fréquence propre aux oscillations ; une montre électronique y gagne en précision.*

- ◆ Que désigne-t-on par les expressions “oscillations électriques”, “oscillateur électrique”, “circuit oscillant”... ?
- ◆ Est-ce que le courant alternatif est un phénomène oscillatoire ?

# OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES LIBRES AMORTIES

Dans les chapitres précédents, en plus de la mise en évidence expérimentale des propriétés des condensateurs et des bobines, on a étudié entre autres la décharge d'un condensateur. Que se passera-t-il si l'on décharge le condensateur dans une bobine sachant que celle-ci emmagasine aussi de l'énergie?

## 1 PRODUCTION D'OSCILLATIONS LIBRES AMORTIES

### Manipulation

Avec un générateur de tension idéal de f.e.m.  $E = 5 \text{ V}$ , un condensateur de capacité  $C = 0,5 \mu\text{F}$ , un résistor de résistance  $R_0$  réglable, une bobine d'inductance  $L = 1 \text{ H}$  et de résistance  $r = 12,5 \Omega$  et un commutateur  $K$ , on réalise le montage de la figure 1.

On fixe  $R_0$  à  $100 \Omega$ .

On réalise les branchements et les réglages indispensables à la visualisation de la tension  $u_C = u_{NM}$  aux bornes du condensateur sur la voie  $Y_1$  et la tension  $u_{R_0} = u_{AM}$  aux bornes du résistor sur la voie  $Y_2$  d'un oscilloscope à mémoire (Fig.1). On charge le condensateur en plaçant le commutateur  $K$  sur la position 1. En basculant le commutateur  $K$  sur la position.2, les chronogrammes ① et ② de la figure 2 apparaissent sur l'écran de l'oscilloscope.

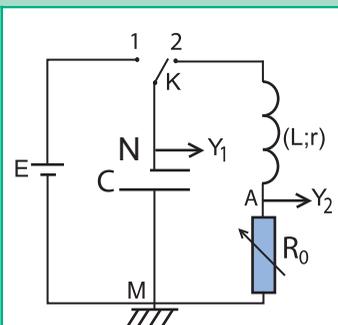


Fig.1 : Montage de charge et de décharge d'un condensateur dans une bobine

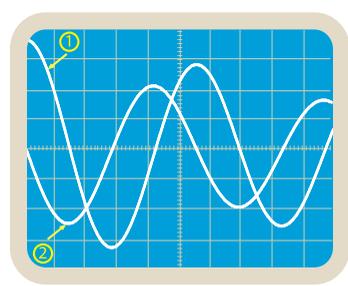


Fig. 2 : Oscillogrammes ① et ②

### Questions

- 1°) Décrire la forme du chronogramme visualisé lorsque le commutateur  $K$  est en position 1.
- 2°) Montrer que le chronogramme ① de la figure 2 correspond à la tension  $u_C$  et qu'il traduit l'évolution, au cours du temps, de la charge  $q$  du condensateur.
- 3°) Montrer que le chronogramme ② de la figure 2 traduit l'évolution au cours du temps de l'intensité  $i$  du courant électrique qui s'établit dans le circuit  $MNKA$ .
- 4°) • Tels quels, les chronogrammes ① et ② traduisent des oscillations de  $q$  et de  $i$  au cours du temps.  
Préciser la signification de cette affirmation.
  - De telles oscillations électriques sont dites amorties, pourquoi ?
- 5°) Comparer les intervalles de temps  $T$  séparant les maximums ou minimums successifs de  $u_C$  et de  $u_{R_0}$ .

6°) • En comparant les valeurs des maximums de  $u_C(t)$  ou de  $u_{R_0}(t)$ , montrer que les oscillations sont amorties.

• De telles oscillations, ne pouvant pas être qualifiées comme étant périodiques, sont dites pseudopériodiques, pourquoi ?

7°) Interpréter les oscillations de  $q(t)$  et de  $i(t)$  dans le circuit RLC série.

### Interprétation

En plaçant le commutateur K dans la position 1, le condensateur se charge, la tension à ses bornes devient égale à E. Donc, le chronogramme ① correspond à  $u_C(t)$ .

Compte tenu des relations de proportionnalité  $q = C u_C$  et  $u_{R_0} = R_0 i$ , les chronogrammes ① et ② traduisent l'évolution au cours du temps respectivement de la charge q du condensateur et de l'intensité i du courant qui s'établit dans le circuit MNKA. La symétrie de ces chronogrammes par rapport à l'axe des temps montre que la charge q du condensateur et l'intensité i du courant électrique varient et changent de signe à des intervalles de temps successifs et égaux à  $\frac{T}{2}$ ; c'est-à-dire que q et i prennent au cours du temps des valeurs alternativement positives et négatives. On dit alors que q et i oscillent au cours du temps.

Les oscillations de q résultent d'une décharge oscillante du condensateur; celles de l'intensité i matérialisent une circulation du courant alternativement dans un sens et dans l'autre: On dit qu'un tel courant alternatif est un phénomène oscillatoire. Ces oscillations s'expliquent comme suit :

❖ À  $t_0 = 0$ , juste en plaçant le commutateur K dans la position 2,  $u_{C_0} = E$  et la charge du condensateur est  $Q_0 = CE$ , c'est-à-dire, à cet instant, les armatures A et B du condensateur portent respectivement les charges  $Q_0 = CE$  et  $-Q_0 = -CE$ .

L'attraction mutuelle de ces charges provoque un déplacement d'ensemble d'électrons de B vers A, ce qui fait naître, à travers le dipôle RL, un courant d'intensité i circulant dans le sens négatif (Fig.3). Mais, contrairement à ce qui se passe dans le cas d'un dipôle RC, la valeur absolue de l'intensité i ne passe pas instantanément de 0 à sa valeur maximale  $I_m$ , et ce à cause de la f.e.m. auto-induite dans la bobine.

❖ Entre  $t_0 = 0$  et  $t_1 = \frac{T}{4}$  (Fig.4a) :

l'opposition de la force électromotrice auto-induite à la variation de l'intensité du courant ralentit le déplacement d'ensemble des électrons, ce qui explique l'augmentation progressive et

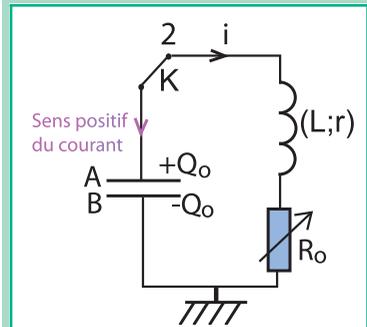


Fig.3 : Sens positif du courant

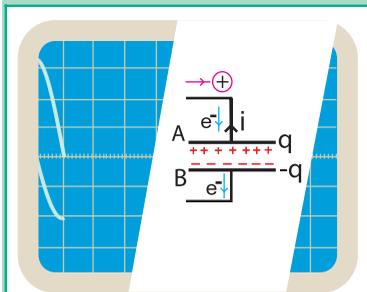


Fig.4a : Décharge du condensateur dans le dipôle RL

non brusque de la valeur absolue de  $i$ .

❖ Entre  $t_1 = \frac{T}{4}$  et  $t_2 = \frac{T}{2}$  (Fig.4b)

À  $t_1 = \frac{T}{4}$ , bien que  $i$  soit maximale en valeur absolue, le courant n'a plus de raison d'être car le condensateur est complètement déchargé, c'est-à-dire il n'y a plus de d.d.p. entre ses armatures A et B. Pourtant,  $i$  ne va pas s'annuler à l'instant même, et ce toujours à cause de la fem auto-induite  $e = -L \frac{di}{dt}$  qui va contraindre le courant à circuler encore dans le même sens, ce qui fait apparaître simultanément et progressivement sur l'armature A du condensateur une charge  $+q < 0$  et sur l'armature B une charge  $-q > 0$ .

À  $t_2 = \frac{T}{2}$ , le courant finit par s'annuler pour être régénéré tout de suite, mais dans le sens positif grâce aux charges  $+Q_1 < 0$  et  $-Q_1 > 0$ , maximales en valeur absolue et accumulées respectivement sur les armatures A et B du condensateur.

❖ Entre  $t_2 = \frac{T}{2}$  et  $t_4 = T$  : l'évolution s'explique de la même manière qu'entre  $t_0 = 0$  et  $t_2 = \frac{T}{2}$ .

A l'instant  $t_4 = T$ , deux charges  $+Q_2$  et  $-Q_2$ , maximales en valeur absolue, se trouvent stockées respectivement au niveau des armatures A et B comme à  $t_0 = 0$ , c'est-à-dire la charge  $+Q_2$  est positive.

❖ Entre les instants  $T$  et  $2T$  : Tout se passe et s'explique comme entre les instants 0 et  $T$  pour "voir" s'accumuler respectivement sur les armatures A et B les charges  $+Q_3$  et  $-Q_3$  (avec  $Q_3 < 0$ ) à l'instant  $\frac{3T}{2}$  et  $+Q_4$  et  $-Q_4$  (avec  $Q_4 > 0$ ) à l'instant  $2T$  et ainsi de suite.

Il reste quand même à expliquer pourquoi  $Q_0 > |Q_1| > Q_2 > |Q_3|$ , ce qui revient à expliquer la diminution de l'amplitude des oscillations de  $i$  (Fig.5).

En fait, la résistance totale  $R$  du circuit ( $R_0 + r$ ) s'oppose incessamment à la circulation du courant. Par conséquent, elle fait atténuer progressivement la valeur de l'intensité du courant jusqu'à l'annuler au bout de quelques oscillations. De telles oscillations sont dites amorties. De plus, ces oscillations sont dites libres du fait qu'elles se produisent dans le circuit RLC série bien que celui-ci ne soit fermé sur aucun générateur.

Bien que les extrêmes de  $q$  ou de  $i$  soient atteints à des intervalles de temps successifs égaux, de telles oscillations ne

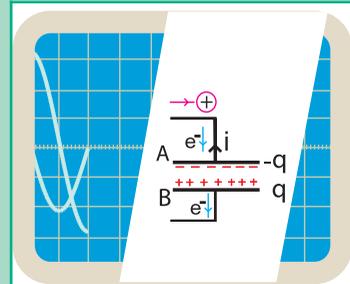


Fig.4b : Charge du condensateur

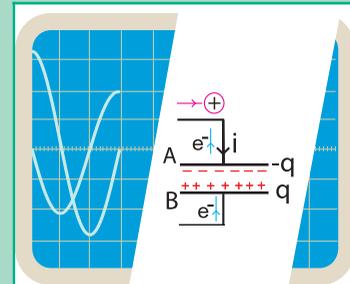


Fig.4c : Décharge du condensateur dans le dipôle RL

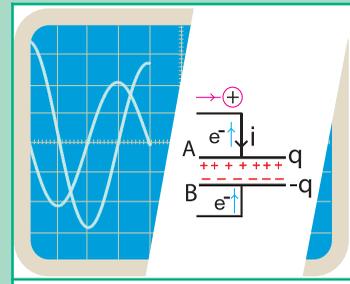


Fig.4d : Charge du condensateur

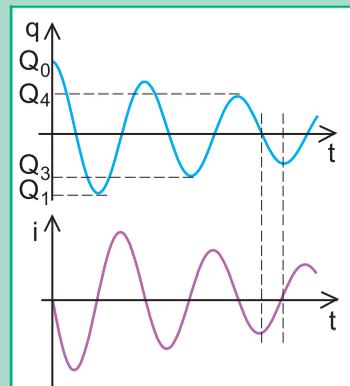


Fig.5 : L'amplitude des oscillations diminue.

peuvent être périodiques à cause de la diminution de l'amplitude, elles sont dites pseudopériodiques.

### Conclusion

Un circuit constitué d'un dipôle RL série fermé sur un condensateur initialement chargé peut être le siège d'oscillations électriques amorties. De telles oscillations qui s'effectuent d'elles mêmes sans intervention de l'extérieur sont dites libres.

Les oscillations libres amorties sont des oscillations pseudopériodiques de pseudopériode  $T$ .

## 2 INFLUENCE DE L'AMORTISSEMENT

### Manipulation

On reprend le montage de la figure 1 et on refait l'expérience avec des valeurs différentes de  $R_0$ . En suivant l'évolution des oscillogrammes  $u_c(t)$  et  $u_{R_0}(t)$ , on retient ceux de la figure 6 obtenus avec des valeurs de  $R_0$  allant de  $100 \Omega$  et  $5 \text{ k}\Omega$ .

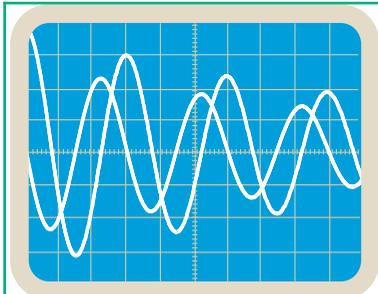


Fig.6a :  $R_0 = 100 \Omega$

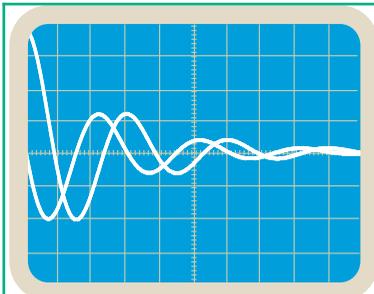


Fig.6b :  $R_0 = 500 \Omega$

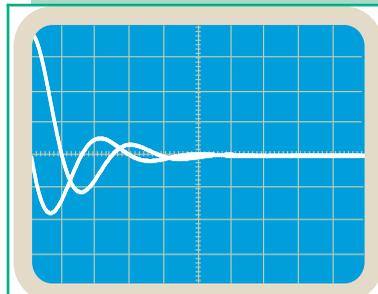


Fig.6c :  $R_0 = 1000 \Omega$

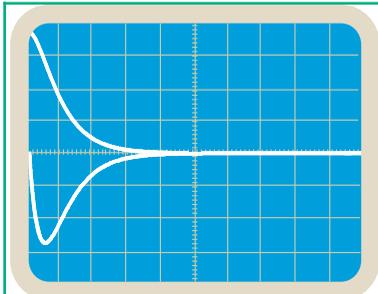


Fig.6d :  $R_0 = 3 \text{ k}\Omega$

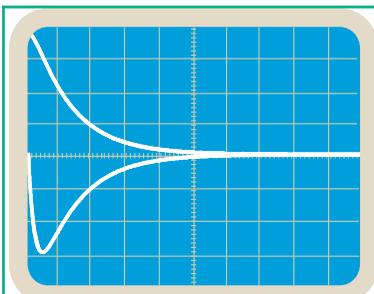


Fig.6e :  $R_0 = 4 \text{ k}\Omega$

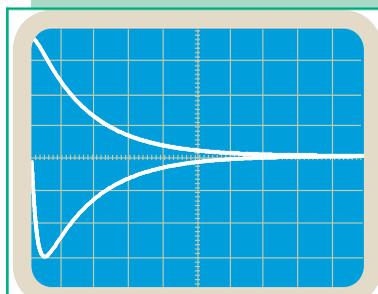


Fig.6f :  $R_0 = 5 \text{ k}\Omega$

### Questions

À l'aide des oscillogrammes de la figure 6 :

1°) dégager l'influence de la valeur de la résistance sur l'amortissement des oscillations et sur la pseudopériode.

2°) montrer que le circuit RLC série ne peut osciller librement que dans des conditions bien déterminées que l'on précisera.  
 3°) comparer les oscillogrammes des figures 6.d, 6.e et 6.f entre eux. En déduire l'influence de  $R_0$  sur la durée du retour du circuit RLC à son état d'équilibre stable.

### Analyse et Interprétation des résultats

L'analyse des chronogrammes  $u_C(t)$  et  $u_{R_0}(t)$  obtenus avec différentes valeurs de  $R_0$  montre que :

- lorsque  $R_0$  augmente, les oscillations deviennent de plus en plus amorties (le nombre total des oscillations diminue) alors que la pseudopériode  $T$  augmente légèrement (Fig.6a, 6b, 6c).
- pour des valeurs élevées de  $R_0$ , la difficulté avec laquelle le courant circule dans le circuit RLC série ne lui permet plus d'atteindre une intensité maximale suffisante pour pouvoir recharger le condensateur avant de s'annuler. Par conséquent, le circuit RLC série ne peut plus osciller ; il s'agit d'un nouveau régime qui consiste en le retour du circuit à son état d'équilibre, c'est-à-dire en une simple décharge du condensateur ; celle-ci demande une durée aussi longue que la résistance  $R_0$  est plus grande : un tel régime non oscillatoire est dit apériodique (Fig.6d, 6e, 6f).

### Remarques

1- Le régime apériodique obtenu avec la valeur élevée la plus petite de la résistance totale  $R$  du circuit RLC série est connu sous le nom du régime critique mais expérimentalement, il est difficile de le mettre en évidence.

2- Du fait que lorsque la résistance totale  $R$  du circuit diminue, les oscillations libres du circuit RLC série deviennent de moins en moins amorties, on peut admettre qu'à la limite, lorsque l'amortissement est suffisamment très faible pour pouvoir le supposer nul (absence du résistor dans le circuit et bobine inductive de très petite résistance interne  $r$ ), le régime pseudopériodique devient périodique (Fig.7) : l'amplitude des oscillations ne diminue pratiquement plus. Le circuit RLC continue à osciller indéfiniment (l'étude de ce régime fera l'objet de la deuxième partie du présent chapitre).

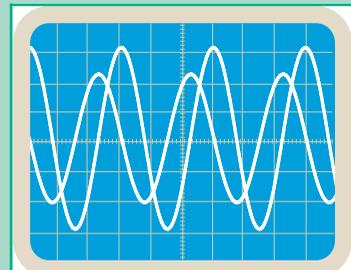


Fig.7 : Régime périodique

## Conclusion

Un circuit RLC série fermé, avec le condensateur initialement chargé, ne peut osciller librement que lorsque l'amortissement est faible.

Plus la résistance du circuit est grande, plus la pseudopériode est grande et plus le retour de l'oscillateur à son état d'équilibre est rapide. Avec des valeurs élevées de  $R$ , le régime n'est plus oscillatoire, il est apériodique

## 3 ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE RÉGISSANT L'ÉVOLUTION D'UN CIRCUIT RLC SÉRIE EN RÉGIME LIBRE

L'application de la loi des mailles au circuit de la figure 8 permet d'écrire :

$$u_C + u_b + u_{R_o} = 0, \text{ ce qui signifie } \frac{q}{C} + (r + L \frac{di}{dt}) + R_o i = 0.$$

$$\text{D'où : } L \frac{di}{dt} + (r + R_o) i + \frac{q}{C} = 0. \quad (1)$$

Or,  $i = \frac{dq}{dt}$ . Donc, (1) s'écrit :

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + (r + R_o) \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \text{ ou bien } \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{(r + R_o)}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0$$

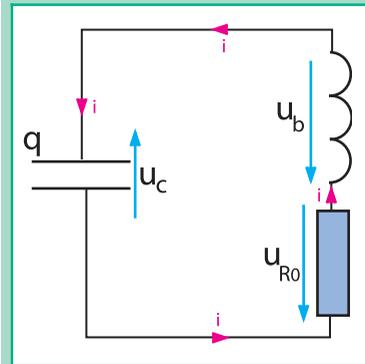


Fig.8 : Schéma du circuit RLC série

## 4 ÉNERGIE TOTALE D'UN OSCILLATEUR RLC SÉRIE

### Manipulation

On reprend le montage de la figure 1 et on remplace l'oscilloscope par une interface d'acquisition numérique de données (console VTT par exemple).

On fixe  $R_o$  à la valeur  $100 \Omega$  et on règle les paramètres d'acquisition de l'interface pour que, après avoir chargé le condensateur, la fermeture du circuit RLC série déclenche l'acquisition des mesures. Sur l'écran de l'ordinateur, s'affichent les deux courbes de tension  $u_C(t)$  et  $u_{R_o}(t)$  qu'on enregistre en vue de les exploiter plus loin. Ces deux courbes sont reproduites sur la figure 9.

En réalisant de nouveau la même expérience avec  $R_o = 500 \Omega$ , on obtient les deux courbes reproduites sur la figure 10.

A l'aide d'un logiciel tableur-grapheur (il doit être installé au préalable dans l'ordinateur utilisé), on calcule :

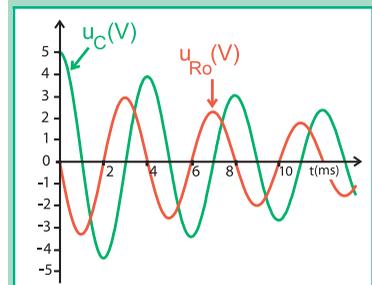


Fig.9 : Evolution temporelle de  $u_C$  et  $u_{R_o}$  dans le cas où  $R_o = 100 \Omega$

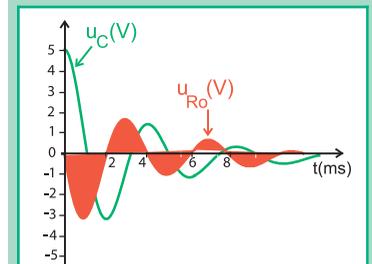


Fig.10 : Evolution temporelle de  $u_C$  et  $u_{R_o}$  dans le cas où  $R_o = 500 \Omega$

- l'énergie électrique  $E_C = \frac{1}{2} C u_C^2$

- l'énergie magnétique  $E_L = \frac{1}{2} \frac{L}{R_0^2} u_{R_0}^2$

- l'énergie totale du circuit  $E = E_C + E_L$ .

On passe en mode graphique pour que l'ordinateur affiche sur son écran, simultanément et dans un même système d'axes, les chronogrammes des énergies  $E_C$ ,  $E_L$  et  $E$  obtenus respectivement avec les valeurs  $100 \Omega$  et  $500 \Omega$  de  $R_0$  (Fig.11a et 11b).

### Questions

A l'aide des chronogrammes des figures 11a et 11b :

1°) montrer que les zéros et les maxima de l'énergie électrostatique  $E_C$  emmagasinée dans le condensateur ou de l'énergie magnétique  $E_L$  emmagasinée dans la bobine sont atteints à des intervalles de temps successifs égaux à la moitié de la pseudopériode  $T$ .

2°) vérifier qu'au cours des oscillations, l'énergie totale  $E$  du circuit est égale à la somme de l'énergie  $E_C$  emmagasinée dans le condensateur et de l'énergie  $E_L$  stockée par la bobine.

3°) démontrer les transformations mutuelles de  $E_C$  et  $E_L$  au cours des oscillations.

4°) préciser l'influence sur la vitesse de diminution de l'énergie totale du circuit RLC série.

### Interprétation

#### ♦ Non conservation de l'énergie totale d'un circuit RLC série

L'énergie totale  $E$  du système oscillant (circuit RLC série) à un instant donné est la somme de l'énergie électrique  $E_C$  emmagasinée dans le condensateur et de l'énergie magnétique  $E_L$  emmagasinée dans la bobine. Pour étudier son évolution au cours du temps, il est commode de déterminer sa vitesse de variation<sup>⊙</sup> qui s'écrit :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{q^2}{2C} + \frac{L}{2} i^2 \right) = \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} + Li \frac{di}{dt} = i \left( L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} \right)$$

Or l'équation différentielle peut s'écrire :  $L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} + Ri = 0$ ,

ce qui donne  $L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = - Ri$ , d'où  $\frac{dE}{dt} = - Ri^2$

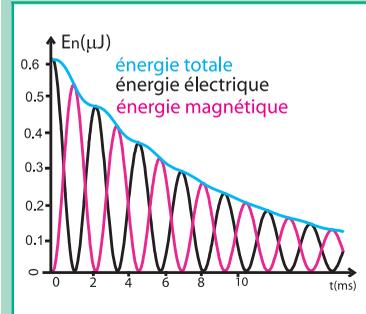


Fig.11a : Evolution temporelle des énergies dans le cas où  $R_0 = 100 \Omega$

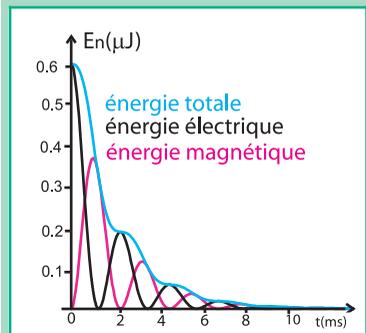


Fig.11b : Evolution temporelle des énergies dans le cas où  $R_0 = 500 \Omega$

⊙ La vitesse de variation de l'énergie totale d'un système  $\frac{dE}{dt}$  n'est autre que la puissance instantanée  $p$  du même système :

$$p = \frac{dE}{dt}$$

L'énergie totale emmagasinée dans le circuit RLC série diminue au cours du temps, elle est transformée progressivement en énergie thermique par effet Joule.

Cette dissipation est d'autant plus rapide que la résistance est plus grande. En conséquence, on dit qu'un circuit RLC série en régime libre est un système non conservatif.

#### ♦ Transformations mutuelles des énergies électrique et magnétique.

Au cours de la décharge du condensateur qui se produit entre  $t_0 = nT$  et  $t_1 = nT + \frac{T}{4}$ , l'énergie  $E_C$  qui y est stockée diminue car  $q$  diminue, tandis que l'énergie  $E_L$  emmagasinée par la bobine augmente car  $i$  augmente.

D'après la loi de conservation de l'énergie, cela ne s'explique que par une transformation d'énergie électrostatique  $E_C$  en énergie magnétique  $E_L$ .

Entre  $t_2 = nT + \frac{T}{4}$  et  $t_3 = nT + \frac{T}{2}$ , l'énergie électrostatique  $E_C$  augmente tandis que l'énergie magnétique  $E_L$  diminue parce que  $q$  augmente et  $i$  diminue, ce qui s'explique par une transformation de l'énergie magnétique en énergie électrostatique et ainsi de suite.

Donc, il y a au cours des oscillations pseudopériodique des transformations mutuelles d'énergie électrostatique et d'énergie magnétique. Mais, à cause de la résistance  $R$  du circuit, les transformations mutuelles ne sont pas intégrales. En fait, à chaque transfert d'énergie du condensateur à la bobine et inversement, une partie est transférée par chaleur au milieu extérieur jusqu'à dissipation totale. Par conséquent, le nombre de ces transformations mutuelles devient limité, ce qui explique l'amortissement des oscillations libres du circuit RLC série et leur cessation quand l'énergie totale  $E$  est transformée complètement en énergie thermique.

# LES OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES LIBRES NON AMORTIES

L'étude de l'influence de la résistance  $R$  d'un circuit RLC série sur l'amortissement de ses oscillations nous a amené à admettre précédemment que si la résistance  $R$  est nulle, les oscillations seront périodiques. C'est ce que l'on se propose de montrer dans ce qui suit mais uniquement, par une étude théorique. En fait, l'oscillateur LC non amorti est un cas idéal parce qu'il est impossible de le réaliser dans la pratique.

## 1 NATURE DES OSCILLATIONS LIBRES NON AMORTIES

### 1.1- ÉVOLUTION DE LA CHARGE DU CONDENSATEUR

En fermant un condensateur de capacité  $C$  initialement chargé sur une bobine supposée purement inductive, on a le circuit schématisé dans la figure 12.

La loi des mailles s'écrit :

$$u_C + u_L = 0, \text{ ce qui signifie } \frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} = 0.$$

$$\text{Or } i = \frac{dq}{dt}, \text{ d'où } \frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0 \text{ avec } \omega_0^2 = \frac{1}{LC} : \text{ constante positive}$$

On constate bien que l'équation différentielle établie est exactement celle des oscillations libres amorties, mais sans le terme  $\frac{R}{L} \frac{dq}{dt}$ .

On admet que la solution générale d'une telle équation différentielle est de la forme :

$$q(t) = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi).$$

$\omega_0$  : pulsation des oscillations de la charge  $q$ , exprimée en radians par seconde ( $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ).

$Q_m$  : amplitude des oscillations de la charge  $q$ , exprimée en coulombs (C).

$\varphi$  : phase initiale de la charge  $q$ , exprimée en radians (rad).

$\varphi(t) = \omega t + \varphi$  : phase à l'instant  $t$ , exprimée en radians (rad)

#### Vérification de la solution de l'équation différentielle

En remplaçant la grandeur charge par son expression

$q(t) = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$  dans l'équation différentielle

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0, \text{ il vient : } \frac{d^2q}{dt^2} = \frac{d^2Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi)}{dt^2} = -\omega_0^2 q$$

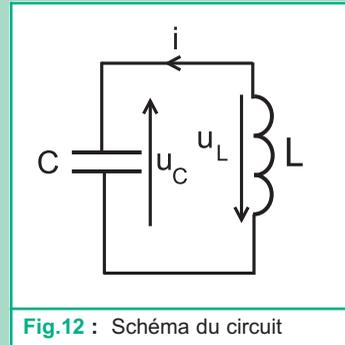


Fig.12 : Schéma du circuit

Donc, l'équation différentielle devient :  $-\omega_0^2 q + \frac{1}{LC} q = 0$ ,

d'où  $q \left( \frac{1}{LC} - \omega_0^2 \right) = 0$  quel que soit  $q$ .

Donc,  $\frac{1}{LC} - \omega_0^2 = 0$ , ce qui donne :  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

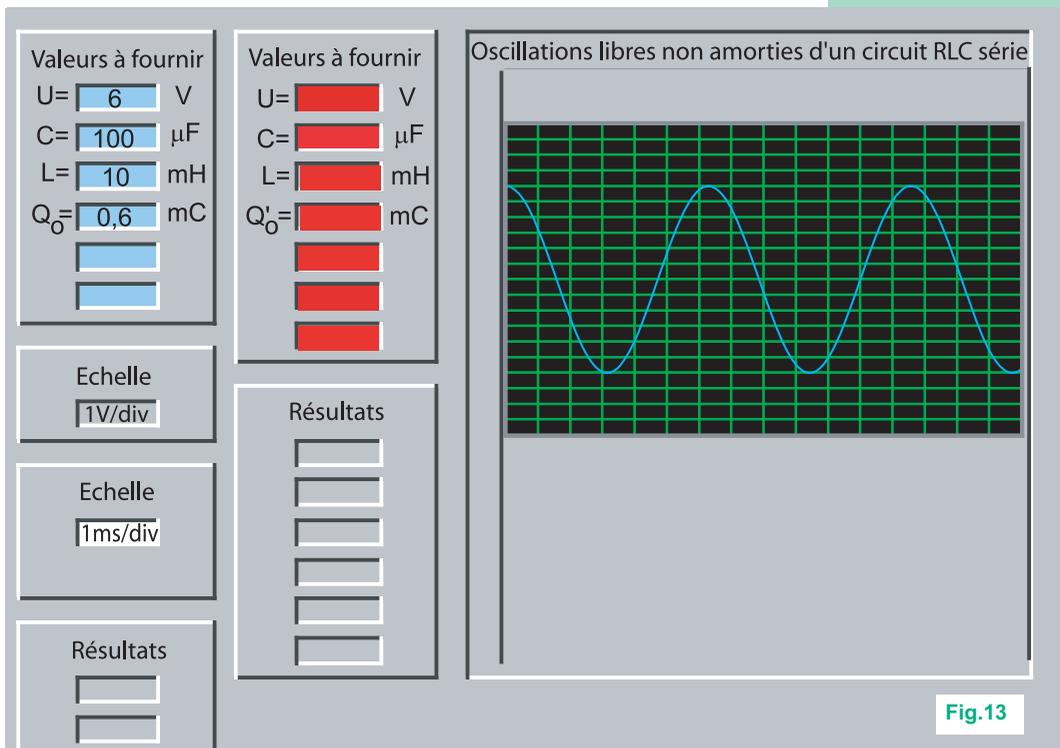
### Conclusion

La charge  $q$  du condensateur d'un circuit LC (circuit RLC série non amorti) oscille sinusoidalement au cours du temps avec la pulsation  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ .

Ne dépendant que des grandeurs  $L$  et  $C$  caractéristiques du circuit, la pulsation des oscillations libres non amorties est qualifiée de pulsation propre de l'oscillateur.

### SIMULATION DES OSCILLATIONS

Avec un logiciel approprié, on demande à l'ordinateur la solution de l'équation différentielle  $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$ , avec  $L = 10$  mH,  $C = 100$   $\mu$ F et  $Q_m = 6 \cdot 10^{-4}$  C comme charge initiale du condensateur par exemple. On obtient alors sur l'écran de l'ordinateur la sinusoïde  $q(t)$  de la figure 13.



## 1.2- PÉRIODE ET FRÉQUENCE DES OSCILLATIONS

La pulsation  $\omega_0$  étant propre à l'oscillateur, la période des oscillations  $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$  est appelée période propre.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

De même, la fréquence des oscillations  $N_0 = \frac{1}{T_0}$  est appelée fréquence propre des oscillations.

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

### Questions

1°) A l'aide du chronogramme de la figure 13, calculer la période  $T_0$  des oscillations libres non amorties de la charge  $q$ .

En déduire la valeur de la fréquence propre  $N_0$  de l'oscillateur.

2°) Vérifier avec les valeurs de  $L$  et de  $C$  utilisées pour simuler les oscillations de  $q(t)$  que la période propre de l'oscillateur RLC série non amortie s'exprime :  $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

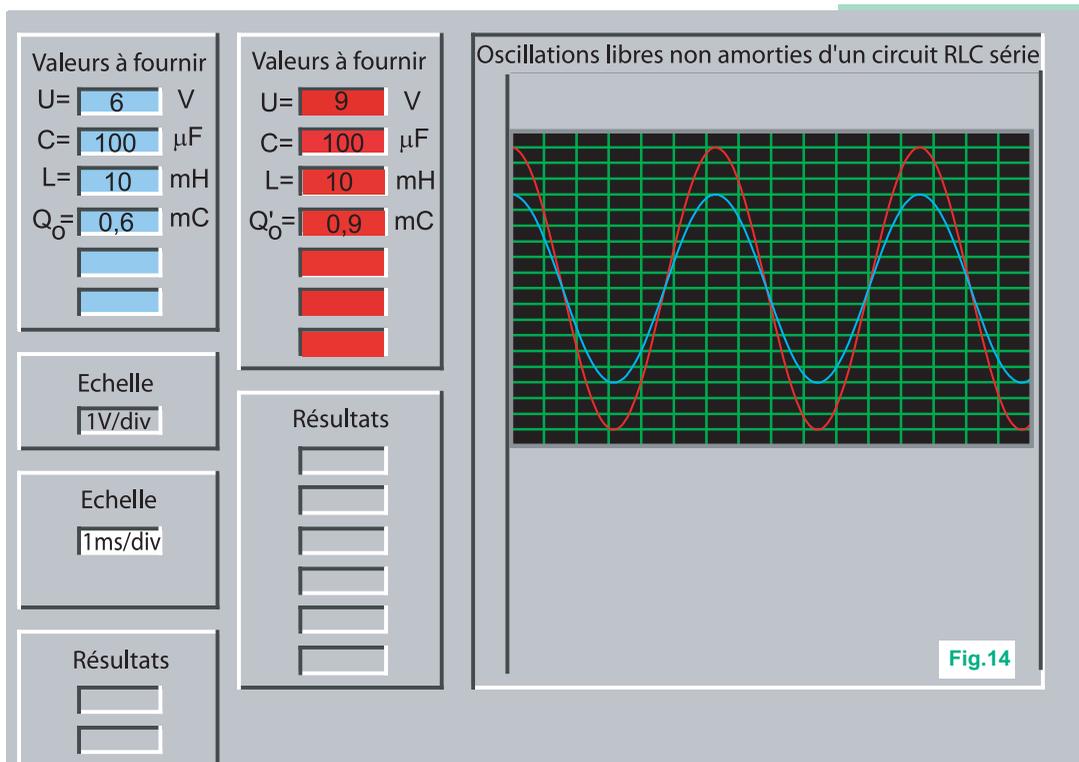
### Remarque

Compte tenu du fait que les ordres de grandeur des capacités et des inductances sont les mêmes que ceux de  $L = 10$  mH et  $C = 100$   $\mu$ F utilisées pour réaliser la simulation précédente, la valeur obtenue pour  $T_0$  (réponse à la question n°1 ci-dessus :  $T_0 = 6,28$  ms) montre que l'oscillateur RLC série non amorti a une période propre très inférieure à la seconde.

## 1.3- AMPLITUDE ET PHASE INITIALE DES OSCILLATIONS

On vient de voir que dans l'expression de  $q(t)$ ,  $\omega_0$  ne dépend que de  $L$  et de  $C$ . Qu'en est-il quant à la valeur de l'amplitude des oscillations de la charge  $q$  ainsi qu'à la valeur de sa phase initiale ?

En réalisant une deuxième simulation des oscillations de  $q$  avec les mêmes choix des valeurs de  $L$  et de  $C$ , mais en remplaçant la valeur  $Q_m = 6 \cdot 10^{-4}$  C par la valeur  $Q'_m = 9 \cdot 10^{-4}$  C, on obtient, en plus du premier chronogramme de la figure 13, un deuxième chronogramme dans le même système d'axes (Fig.14).



En relevant sur les chronogrammes de la figure 14, les valeurs des deux amplitudes des oscillations de  $q$ , on constate qu'elles sont égales respectivement aux valeurs  $Q_m$  et  $Q'_m$  de la charge initiale du condensateur.

En ce qui concerne la phase initiale, si l'on choisit comme origine des temps l'instant de fermeture du circuit LC, on a  $q(0) = Q_0$ .

Or, à  $t = 0$ ,  $q = Q_m \sin \varphi$ , d'où  $Q_m \sin \varphi = Q_0$ , ce qui donne  $\sin \varphi = 1$

Donc,  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  rad.

En choisissant un autre instant comme origine des temps, il est clair que l'on aboutit avec le même raisonnement à une autre valeur de  $\varphi$  différente de  $\frac{\pi}{2}$  rad.

### Conclusion

L'amplitude et la phase initiale des oscillations libres d'un circuit RLC série non amorti ne dépendent que des conditions initiales.

Toutefois, la valeur de l'amplitude est tributaire de la valeur de la charge initiale du condensateur, tandis que la valeur de la phase initiale est fonction du choix arbitraire de l'origine des temps.

### Questions

1°) Sachant que  $q(t) = Q_m \sin(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$ , montrer que l'intensité  $i$  du courant électrique circulant dans le circuit RLC non amorti peut s'écrire sous la forme :  $i(t) = \omega_0 Q_m \cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$ .

2°) En déduire que  $i$  est une autre grandeur oscillante du circuit RLC série non amorti qui s'écrit sous la forme :  $i(t) = I_m \sin(\omega_0 t + \phi)$  tout en précisant l'expression de l'amplitude  $I_m$  et la valeur de la phase initiale  $\phi$ .

## 2 ÉNERGIE TOTALE D'UN OSCILLATEUR LC

### 2.1- CONSERVATION DE L'ÉNERGIE TOTALE

$$E = E_C + E_L = \frac{1}{2C} q^2 + \frac{1}{2} L i^2.$$

$$\text{Avec } q = Q_m \sin(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}), \quad i = \frac{dq}{dt} = Q_m \omega_0 \cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}).$$

$$\text{Donc, } E = \frac{1}{2C} (Q_m \cos \omega_0 t)^2 + \frac{1}{2} L (-Q_m \omega_0 \sin \omega_0 t)^2.$$

$$E = \frac{Q_m^2}{2C} \cos^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2} L \omega_0^2 Q_m^2 \sin^2(\omega_0 t).$$

$$\text{Or, } \omega_0^2 = \frac{1}{LC}, \text{ il vient : } E = \frac{Q_m^2}{2C} [(\cos^2(\omega_0 t) + \sin^2(\omega_0 t))]$$

On sait que  $(\cos^2 \omega_0 t + \sin^2 \omega_0 t = 1)$  quel que soit  $t$ .

$$\text{Donc, } E = \frac{1}{2C} Q_m^2$$

$Q_m$  et  $C$  étant des constantes,  $E$  reste constante au cours du temps :

on dit que l'énergie totale de l'oscillateur LC se conserve.

### Questions

1°) Comparer l'énergie totale  $E$  du circuit RLC série non amorti avec l'énergie qui lui est transférée initialement ; ce résultat est-il prévisible ? Pourquoi ?

2°) Montrer que l'énergie totale de l'oscillateur peut s'écrire sous la forme :  $E = \frac{1}{2} L I_m^2$  sachant que  $I_m = \omega_0 Q_m$  et  $LC \omega_0^2 = 1$ .

3°) Montrer autrement, par l'étude de l'évolution de  $\frac{dE}{dt}$ , que  $E$  est constante et vérifier que le résultat trouvé est un cas particulier du résultat  $\frac{dE}{dt} = -Ri^2$  établi lors de l'étude des oscillations libres amorties du même oscillateur.

## Conclusion

L'oscillateur RLC série en régime libre non amorti est un système conservatif. Son énergie est proportionnelle au carré de l'amplitude de la grandeur oscillante  $q(t)$  ou  $i(t)$ .

$$E = \frac{Q_m^2}{2C} = \frac{1}{2} L_m I_m^2 = \frac{1}{2} C U_{Cm}^2$$

## 2.2- ÉVOLUTION DES ÉNERGIES ÉLECTRIQUE ET MAGNÉTIQUE

Pour étudier l'évolution, au cours du temps, des énergies électrostatique  $E_C$  et magnétique  $E_L$ , il suffit de s'appuyer sur les courbes (1) et (2) représentant respectivement la charge  $q$  du condensateur et l'intensité  $i$  du courant circulant à travers la bobine, dans le cas où  $q = Q_m$  à  $t = 0$  ( Fig.15).

♦ A  $t = 0$ , la charge est maximale et l'intensité du courant est nulle, ce qui signifie que l'énergie totale est :

$$E = E_{C_{\max}} = \frac{Q_m^2}{2C}.$$

Donc, l'énergie du circuit LC est purement électrostatique.

♦ Pendant l'intervalle de temps  $]0, \frac{T_0}{4}[$ , la charge  $q$  diminue et l'intensité  $i$  négative augmente en valeur absolue. Donc, la décharge du condensateur dans la bobine s'accompagne d'une transformation de l'énergie électrostatique en énergie magnétique.

♦ A  $t = \frac{T_0}{4}$ , la charge  $q$  s'annule, donc l'énergie électrostatique est nulle, et l'intensité  $i$  du courant est maximale en valeur absolue. Donc, l'énergie magnétique est maximale. Par conséquent, l'énergie du circuit LC est purement magnétique :

$$E = E_{L_{\max}} = \frac{1}{2} L_m I_m^2.$$

♦ Pendant l'intervalle de temps  $]\frac{T_0}{4}, \frac{T_0}{2}[$ , bien que la charge  $q$  soit négative, sa valeur absolue augmente alors que celle de l'intensité  $i$  diminue. En fait, grâce à l'énergie magnétique qu'elle a stockée entre  $0$  et  $\frac{T_0}{4}$ , la bobine joue le rôle de générateur en chargeant progressivement le condensateur, ce qui se traduit par une transformation de l'énergie magnétique en énergie électrostatique.

♦ A  $t = \frac{T_0}{2}$ , l'intensité  $i$  du courant s'annule et la charge  $q$  est maximale en valeur absolue. Ainsi, comme à  $t = 0$ , à l'instant  $t = \frac{T_0}{2}$  l'énergie totale est purement électrostatique.

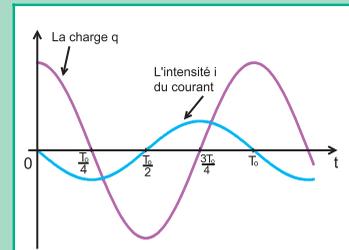


Fig.15 : Évolution temporelle de  $q$  et  $i$ .

◆ Pendant la deuxième demi-période, c'est-à-dire entre  $\frac{T_0}{2}$  et  $T_0$ , tout se passe comme pendant la première demi-période mais avec une augmentation de la charge  $q$  de  $-Q_m$  à  $+Q_m$  et une circulation du courant dans le sens positif.

◆ Pendant l'intervalle de temps  $\left] \frac{T_0}{2}, \frac{3T_0}{4} \right[$  l'énergie

électrostatique se transforme en énergie magnétique, tandis qu'entre  $\frac{3T_0}{4}$  et  $T_0$ , l'énergie magnétique se transforme en énergie électrostatique. Ainsi, il s'avère que comme en régime libre amorti, il y a transformation mutuelle d'énergie magnétique et d'énergie électrostatique, mais sans aucune perte : si, pendant un quart de la période  $T_0$ , l'énergie électrostatique se transforme en énergie magnétique, c'est l'énergie magnétique qui se transforme en énergie électrostatique pendant le quart de période suivant, et ainsi de suite. Effectivement, pour  $C = 0,47\mu\text{F}$  et  $L = 0,1\text{H}$ , l'enregistrement graphique de l'énergie électrostatique  $E_C$  et de l'énergie magnétique  $E_L$  avec un logiciel approprié donne les chronogrammes de la figure 16 lorsque le condensateur de l'oscillateur est chargé initialement sous la tension  $U_0 = 5\text{V}$ .

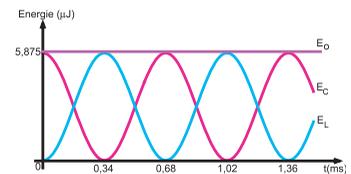


Fig.16 : Chronogrammes des énergies

### Questions

1°) Interpréter énergétiquement les oscillations libres non amorties d'un circuit RLC série de résistance  $R$  nulle.

2°) A l'aide des graphiques de la figure 16 :

a) montrer que les énergies électrostatique  $E_C$  et magnétique  $E_L$  varient périodiquement au cours du temps.

b) calculer les périodes de  $E_C$  et de  $E_L$ , les comparer entre elles et avec la période propre  $T_0$  de l'oscillateur LC.

c) relever la valeur de l'énergie totale  $E$  de l'oscillateur et la comparer à l'énergie  $E_0$  qui y est emmagasinée initialement.

3°) Montrer théoriquement que :

$$E_C = \frac{Q_m^2}{4C} (1 + \cos 2\omega_0 t) \text{ et que } E_L = \frac{1}{4} L I_m^2 (1 - \cos 2\omega_0 t)$$

sachant que dans les conditions d'enregistrement,  $q = Q_m \cos \omega_0 t$  et vérifier que l'énergie totale de l'oscillateur est constante et égale à l'énergie qui lui est transférée initialement.

### Conclusion

Les oscillations libres d'un circuit RLC série non amorti sont dues aux transformations mutuelles et intégrales de ses énergies électrostatique et magnétique : l'énergie totale du système est transférée continuellement de manière intégrale du condensateur à la bobine et inversement.

# L'essentiel

- L'évolution de la charge du condensateur d'un circuit RLC série est régie en régime libre

par l'équation différentielle :

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC}q = 0$$

- Un circuit RLC série auquel on a transféré initialement de l'énergie peut être le siège d'oscillations électriques libres amorties, c'est le régime pseudo-périodique.
- Les oscillations libres d'un circuit RLC série sont d'autant plus amorties et leur pseudopériode est d'autant plus grande que la résistance R du circuit est plus grande. Pour des valeurs suffisamment élevées de la résistance R, c'est le régime aperiodique.
- Si la résistance d'un circuit RLC série est nulle, les oscillations libres ne sont plus amorties, elles sont sinusoïdales, c'est le régime périodique.
- La période propre d'un oscillateur RLC série s'exprime :  $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$
- La pseudo-période des oscillations libres amorties d'un circuit RLC série est légèrement supérieure à  $T_0$ .
- Les oscillations libres d'un circuit RLC série sont dues aux transformations mutuelles de ses énergies électrostatique et magnétique.
- En régime libre, l'énergie totale d'un circuit RLC série ne se conserve que si sa résistance électrique est nulle.

# Exercices

## Exercice résolu

### ÉNONCÉ

Dans une séance de travaux pratiques, on dispose du matériel suivant :

- un générateur de tension idéal de f.e.m.  $E = 5 \text{ V}$ ,
- un condensateur de capacité  $C = 1 \text{ } \mu\text{F}$ ,
- une bobine d'inductance  $L = 10 \text{ mH}$  et de résistance interne  $r$ ,
- un résistor de résistance  $R = 90 \text{ } \Omega$ ,
- un oscilloscope à mémoire,
- un interrupteur et des fils de connexion.

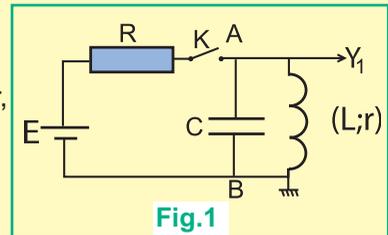


Fig.1

A l'aide de ce matériel, on réalise le montage de la figure 1.

1°) La résistance  $r$  de la bobine est supposée nulle.

a) L'interrupteur  $K$  étant fermé :

- montrer que la tension aux bornes de la bobine est nulle, en déduire la valeur de la charge du condensateur,
- calculer l'intensité  $I_0$  du courant parcourant la bobine.

b) En ouvrant l'interrupteur  $K$  à l'instant  $t = 0$  :

- décrire qualitativement ce qui se passe dans le circuit,
- établir l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension  $u$  aux bornes du condensateur,
- sachant que cette équation différentielle admet comme solution  $u = U_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$  avec  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  que l'on calculera, déterminer les valeurs de  $U_m$  et  $\varphi$  ; écrire les expressions

de la charge  $q(t)$  du condensateur et de l'intensité

$i(t)$  du courant circulant dans la bobine.

c) D'où provient l'énergie de l'oscillateur réalisé ? La calculer.

2°) Avec les réglages adéquats sur l'oscilloscope et en mettant son dispositif de balayage en marche juste avant l'ouverture de l'interrupteur  $K$ , on obtient l'oscillogramme de la figure 2. S'y appuyer pour :

- a) montrer par deux méthodes différentes que la résistance interne  $r$  de la bobine n'est pas nulle ;
- b) calculer  $r$  ;

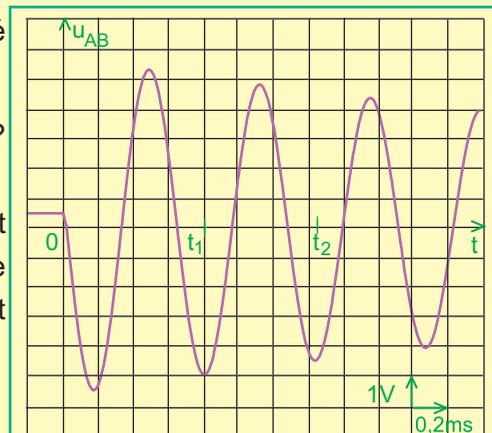


Fig.2

- c) calculer la pseudo-période  $T$  des oscillations de la charge  $q$  du condensateur et la comparer à la période propre  $T_0$  ;
- d) évaluer algébriquement la variation qui a affecté l'énergie totale de l'oscillateur entre les instants  $t_1$  et  $t_2$  indiqués sur la figure 2.

**SOLUTION**

1°a) - La tension instantanée  $u_1 = u_{AB}$  aux bornes d'une bobine d'inductance  $L$  et de résistance  $r$  parcourue par un courant d'intensité  $i$  (Fig.1) est :

$$u_1 = r i + L \frac{di}{dt}. \quad (1)$$

Lorsque le régime permanent est établi dans le circuit,  $i(t)$  devient

indépendante du temps, d'où  $\frac{di}{dt} = 0$ .

Donc, l'équation (1) devient :  $u_1 = r.i$ .

Or, la résistance  $r$  est supposée nulle. Donc,  $u_1 = 0$  V.

- En choisissant comme sens positif du courant le sens orienté de B vers A à travers le condensateur (Fig.1) et comme charge  $q$  du condensateur

celle portée par son armature qui est du côté de B, on a  $u_{AB} = -\frac{q}{C}$ . Or,  $u_{AB} = u_1 = 0$ .

Donc la charge  $q$  est nulle.

- On sait qu'en régime permanent, le condensateur joue le rôle d'un interrupteur ouvert.

Donc, tout le courant d'intensité  $I_0$  débité par le générateur circule dans la bobine.

D'après la loi de Pouillet,  $I_0 = \frac{E}{R}$ .

A.N:  $I_0 = 55,5$  mA.

b) - Lorsque l'on ouvre l'interrupteur  $K$ , à cause du phénomène d'auto-induction, la bobine s'oppose à l'annulation du courant. Celui-ci continue à circuler, d'après la loi de Lenz, dans le même sens. Ainsi, le condensateur va se charger et à son tour, il se déchargera dans la bobine dès que le courant s'annule et ainsi de suite :

le circuit RLC série est le siège d'oscillations libres non amorties.

- La loi des mailles s'écrit :  $u_C + u_L = 0$  (Fig.2).

En posant  $u_C = u$ , on a :  $u - L \frac{di}{dt} = 0$

Or,  $i = \frac{dq}{dt}$  et  $q = -C.u$ . Donc,  $i = -C \frac{du}{dt}$ . D'où :  $u + LC \frac{d^2u}{dt^2} = 0$ ,

ce qui signifie :  $\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{LC}u = 0$

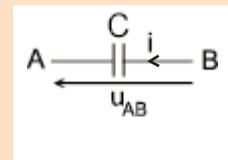


Fig.1

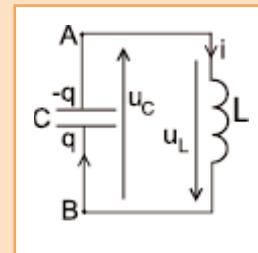


Fig.2

- On a :  $u(t) = U_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^4 \text{ rad.s}^{-1}.$$

A  $t = 0$ ,  $u = U_m \sin \varphi = 0$ , d'où  $\sin \varphi = 0$ . Donc,  $\varphi = 0$  ou bien  $\varphi = \pi \text{ rad}$ .

On a :  $i = -C \frac{du}{dt}$ . Donc,  $i = -CU_m \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$ . A  $t = 0$ , on a :  $i = -CU_m \omega_0 \cos \varphi = I_0 > 0$ .

Donc,  $\cos \varphi < 0$ . D'où,  $\varphi = \pi \text{ rad}$ .

$$\cos \varphi = -\frac{I_0}{U_m C \omega_0} = -1, \text{ ce qui signifie : } U_m = \frac{I_0}{C \omega_0}.$$

AN :  $U_m \simeq 5,55 \text{ V}$ .

Finalement, on a :  $u(t) = 5,55 \sin(10^4 t + \pi)$

$q = -C.u$ , d'où  $q = 5,55 \cdot 10^{-6} \sin(10^4 t)$

$$i = -CU_m \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) = CU_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi - \frac{\pi}{2}). \text{ Or, } CU_m \omega_0 = I_0. \text{ Donc, } I_m = I_0 = 55,5 \text{ mA}.$$

D'où :  $i = 55,5 \sin(10^4 t + \frac{\pi}{2})$  en mA, avec  $t$  en seconde.

c)  $E = E_L + E_C$

La résistance du circuit RLC série étant supposée nulle, l'énergie totale se conserve : elle

reste égale à l'énergie transférée initialement à l'oscillateur, c'est l'énergie magnétique  $E_L = \frac{1}{2} L I_0^2$

emmagasinée par la bobine durant tout le régime permanent de la question 1°a).

$$E = \frac{1}{2} L I_0^2$$

AN :  $E = 1,54 \cdot 10^{-5} \text{ J}$

2°a)

Première méthode : Pour tout instant  $t > 0$ , la diminution de l'amplitude des oscillations libres durant le régime transitoire est due à la résistance du circuit qui est la résistance  $r$  de la bobine. Donc,  $r$  est non nulle.

Deuxième méthode : Durant le régime permanent, obtenu pour  $t < 0$ , la tension aux bornes du condensateur est :  $u = 0,5 \text{ V}$ . Or, la tension  $u_{AB}$  aux bornes de la

bobine est égale à  $u$  d'où  $u_{AB} = 0,5 \text{ V} \neq 0$ . Donc,  $r = \frac{u_{AB}}{I_0}$  est non nulle.

b) On a :  $r = \frac{u}{I_0}$ . Or,  $I_0 = \frac{E}{r+R}$ , d'où  $r = \frac{u}{E}(R+r)$ . Donc,  $r = \frac{u.R}{E-u}$ .

AN :  $r = 10 \Omega$ .

c) D'après l'oscillogramme,  $T = t_2 - t_1$  qui correspond à peu près à 3.25 div sur l'axe des temps.

Or, une division représente 0,2 ms. Donc,  $T = 0,65$  ms.

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 0,628$  ms, d'où  $T$  est légèrement supérieure à  $T_0$ .

d) Aux instants  $t_1$  et  $t_2$ ,  $u$  est maximale en valeur absolue. Donc, l'énergie du circuit RLC série est purement électrostatique.

A l'instant  $t_1$ , on a :  $E_1 = \frac{1}{2}CU_{m1}^2$  et à l'instant  $t_2$ , on a :  $E_2 = \frac{1}{2}CU_{m2}^2$ .

D'après l'oscillogramme, on a :  $U_{m1} = 5$  V et  $U_{m2} = 4,5$  V.

Donc,  $E_2 - E_1 = \frac{1}{2}C(U_{m2}^2 - U_{m1}^2)$ .

A.N:  $E_2 - E_1 = -2,375 \cdot 10^{-6}$  J.



# Exercices à résoudre



## Tests rapides des acquis

### 1

### Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- La décharge d'un condensateur dans une bobine est identique à sa décharge dans un résistor.
- 2- La pseudo-période des oscillations d'un circuit RLC série est légèrement inférieure à sa période propre.
- 3- Un oscillateur RLC série transfère son énergie à l'extérieur d'autant plus rapidement que sa

résistance est plus grande.

4- Dans un régime pseudo-périodique, le nombre d'oscillations augmente lorsque la pseudo-période augmente.

5- Les oscillations libres d'un circuit RLC amorti sont dues à des transformations intégrales des énergies électrostatique et magnétique.

### 2

### Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la (ou les) proposition(s) juste(s).

- I- L'amortissement des oscillations libres d'un circuit RLC série est dû à :
  - a- la capacité du condensateur ;
  - b- l'inductance de la bobine ;
  - c- la résistance du résistor ;
  - d- la résistance de la bobine ;
  - e- sa résistance totale.

$$a - T_o = 2\pi\sqrt{\frac{L}{C}} ;$$

$$b - T_o = 2\pi\sqrt{\frac{1}{LC}} ;$$

$$c - T_o = 2\pi\sqrt{LC}.$$

- II- La décharge d'un condensateur dans une bobine purement inductive fait naître des oscillations ;
  - a- périodiques ;
  - b- sinusoïdales amorties ;
  - c- pseudo-périodiques non amorties ;
  - d- incessantes.

- IV- Un circuit RLC série ne peut entrer en régime d'oscillations libres :
  - a- sans lui transférer initialement de l'énergie ;
  - b- sans lui transférer sans cesse de l'énergie ;
  - c- sans qu'il transfère lui-même de l'énergie à l'extérieur ;
  - d- sans les transformations mutuelles d'énergie électrique et d'énergie magnétique.

- III- La période propre  $T_o$  d'un oscillateur RLC série s'exprime :



## Exercices d'application

### 3

On se propose d'étudier le comportement d'un circuit RLC constitué par une association en série d'une bobine de résistance  $r$  et d'inductance  $L$  et d'un condensateur de capacité  $C = 15 \mu\text{F}$ .  
On prend une pile plate du commerce de f.é.m.

$E = 4.5 \text{ V}$  et un résistor de résistance  $R = 1 \text{ k}\Omega$ , puis on réalise le montage de la figure1.

Un dispositif informatisé d'acquisition de données permet de visualiser à travers son entrée Y la tension  $u$  aux bornes du condensateur en fonction du temps.

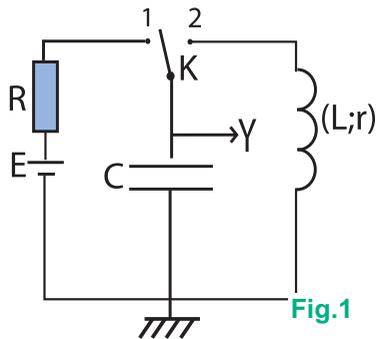


Fig.1

On place le commutateur en position 1 jusqu'à ce que le condensateur soit chargé, puis on le bascule en position 2 à un instant que l'on prendra comme origine des temps : la fermeture du commutateur en position 2 déclenche l'acquisition des mesures. La courbe de la figure 2 s'affiche sur l'écran de l'ordinateur.

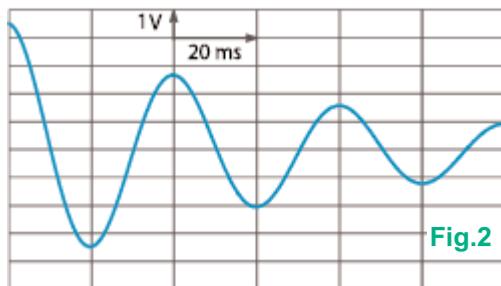


Fig.2

- 1°) De quel phénomène le circuit est-il le siège?
- 2°) Calculer l'énergie du condensateur en début d'acquisition, à l'instant  $t=0$  et au bout de deux oscillations. Quelles sont les transformations d'énergie qui ont lieu dans ce circuit pendant une pseudopériode ?
- 3°) Etablir l'équation différentielle que vérifierait la tension  $u_C$  entre les armatures du condensateur si la résistance interne de la bobine était nulle.
- 4°) Dédire de la question précédente les expressions littérales de la pulsation propre et de la période propre du circuit. Sachant que, dans les conditions choisies pour l'acquisition, la pseudopériode peut être confondue avec la période propre, calculer la valeur de l'inductance  $L$  de la bobine.

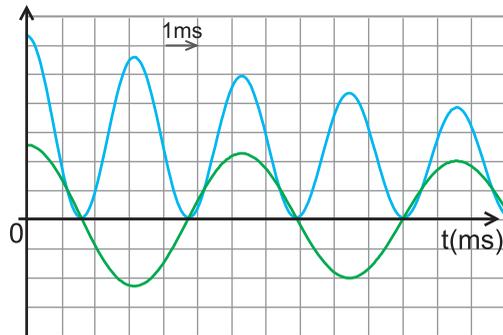
**4** Un circuit RLC série est constitué d'une bobine d'inductance  $L = 1$  H, de résistance  $R$  et d'un condensateur de capacité

$C = 1 \mu\text{F}$ .

Le condensateur est initialement chargé.

À  $t = 0$ , on décharge le condensateur dans la bobine et on enregistre l'évolution de la tension  $u_C$  aux bornes du condensateur ainsi que celle de l'énergie électrique  $E_C$  qui y est emmagasinée (Fig. ci-dessous).

Les échelles des ordonnées ne sont pas indiquées sur le graphique de cette figure.



- 1°) Montrer graphiquement que la résistance  $R$  de la bobine n'est pas nulle.
- 2°) Déterminer graphiquement la pseudo-période  $T$  de  $u_C(t)$ .
- 3°) Comparer la valeur mesurée  $T$  à la valeur de la période propre  $T_0$  du circuit.
- 4°) Quelle est la pseudo-période  $T_E$  de l'énergie  $E_C$  ?
- 5°) Comparer  $T_E$  et  $T$ .

## 5

On réalise un montage formé par une association en série:

- d'un condensateur de capacité  $C = 0.47 \mu\text{F}$ , initialement chargé sous une tension de  $5$  V ,
- d'une bobine d'inductance  $L = 44$  mH et de résistance nulle,
- d'un interrupteur.

- 1°) a) Établir l'équation différentielle que vérifie la tension  $u_C$  aux bornes du condensateur après la fermeture du circuit. En déduire l'expression de la période propre  $T_0$  du circuit.
- b) Exprimer  $u_C$  en fonction du temps.
- c) En déduire l'expression de la charge  $q$  du condensateur.

2°) On remplace le condensateur par un autre de capacité  $C' = 4$  C et la bobine par une autre d'inductance  $L' = L/2$ .

Exprimer la nouvelle période  $T'_0$  en fonction de  $T_0$ .

# 6

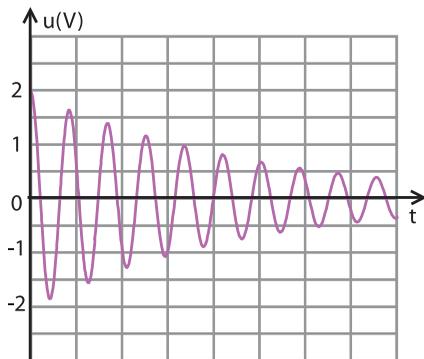
L'équation différentielle associée à la décharge d'un condensateur de capacité  $C$  et portant initialement la charge  $Q_0 = 4 \cdot 10^{-4}$  C, dans une bobine d'inductance  $L$ , s'écrit :

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0 \quad (1)$$

- 1°) Donner l'expression de l'énergie totale du circuit L,C.
- 2°) Retrouver l'équation différentielle (1) en utilisant le fait que l'énergie totale se conserve.
- 3°) vérifier que  $q = Q_m \sin(\omega_0 t + \phi)$  est solution de l'équation (1).
- 4°) Donner, en fonction de  $L$  et  $C$ , l'expression de la période propre de l'oscillateur électrique. La calculer.
- 5°) Le circuit a été fermé à un instant pris comme origine des temps . Déterminer numériquement les constantes figurant dans l'expression de la charge  $q$ . On donne :  $C = 30 \mu\text{F}$  et  $L = 0,1$  H.

# 7

Le graphe ci-après représente l'évolution au cours du temps de la tension  $u$  aux bornes d'un condensateur de capacité  $C = 1,16 \mu\text{F}$  qui a été chargé puis connecté à une bobine d'inductance  $L = 0,35\text{H}$  et de résistance interne  $r$ . On numérotera les maxima de tension visibles à partir de 1. La pseudopériode des oscillations a pour valeur  $T = 4,4$  ms.



- 1°) Comparer la pseudopériode  $T$  à la période propre  $T_0$  de l'oscillateur.
- 2°) Exprimer puis calculer l'énergie électrique du condensateur aux instants  $t_1$  et  $t_7$

correspondant au maxima 1 à 7.

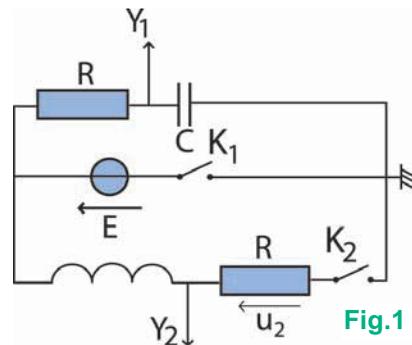
3°a) Donner la valeur de l'énergie magnétique de la bobine et de l'énergie totale du circuit aux mêmes instants.

b) Conclure quant à l'évolution de l'énergie totale de l'oscillateur au cours du temps.

## Exercices de synthèse

# 8

On considère le circuit électrique comportant un générateur de tension idéal de f.e.m.  $E = 6$  V, un condensateur de capacité  $C = 20 \mu\text{F}$ , une bobine d'inductance  $L = 0,8$  H et de résistance nulle, deux résistors de même résistance  $R = 20 \Omega$  et deux interrupteurs  $K_1$  et  $K_2$  (Fig.1).



### A- Première partie

Dans cette expérience, on ferme  $K_1$  (en maintenant  $K_2$  ouvert). Le dipôle RC est alors soumis à un échelon de tension de valeur  $E$ .

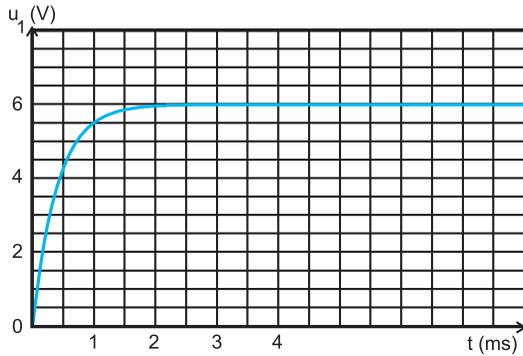
1°) Quel est le nom du phénomène observé sur la voie 1 à la fermeture de  $K_1$ ?

2°) Reproduire la partie de circuit concernée et indiquer sur le schéma, juste après la fermeture de l'interrupteur  $K_1$ , le sens du courant, le signe des charges de chacune des armatures du condensateur. Indiquer la flèche-tension  $u_1$  aux bornes du condensateur.

3°) sur la voie  $Y_1$  d'un oscilloscope à mémoire, on obtient la courbe de la figure 2. Déterminer graphiquement, la constante de temps  $\tau$  du dipôle RC en expliquant la méthode utilisée. Sachant que  $R = 20 \Omega$ , en déduire la valeur de la capacité  $C$ .

4°) L'étude théorique du dipôle RC conduit à

l'équation différentielle :  $\tau \frac{du_1}{dt} + u_1 = E$


**Fig.2**

a- Retrouver cette équation différentielle en appliquant la loi des mailles.

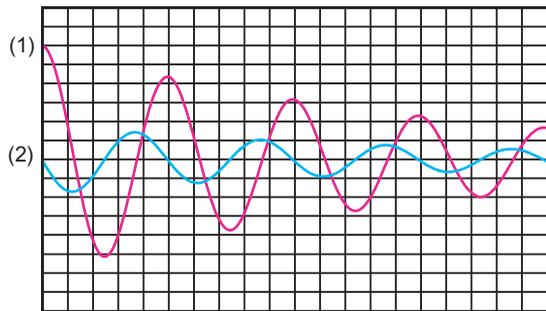
b- Compte tenu des conditions initiales, la solution de cette équation est de la forme :

$$u_1 = E. [1 - \exp(-t/\tau)].$$

Calculer la valeur de  $u_1$  pour  $t = 5\tau$ . Conclure.

#### B- Deuxième partie

Une fois la première expérience réalisée, on ouvre  $K_1$  puis on ferme  $K_2$ . Le circuit est alors le siège d'oscillations électriques. À l'aide d'un dispositif d'acquisition de données, on visualise la tension  $u_1$  aux bornes du condensateur sur la voie 1 et la tension  $u_2$  aux bornes du résistor sur la voie 2 du même oscilloscope. On obtient les courbes **1** et **2** de la figure 3.



5 ms/div ; 1 V /div pour  $u_1$  ; 0,2 mV/div pour  $u_2$

**Fig.3**

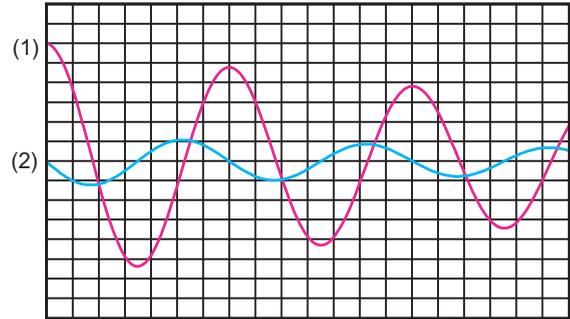
1°) Attribuer à chaque courbe la tension correspondante en justifiant brièvement pour une courbe seulement.

2°) Etablir l'équation différentielle à laquelle obéissent les oscillations de  $u_2$  (t).

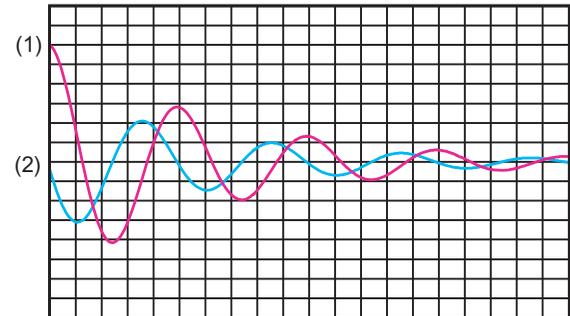
3°) Déterminer graphiquement la valeur de la pseudopériode  $T$  des oscillations. Comparer les valeurs de  $T$  et de la période propre  $T_0$  de l'oscillateur.

4°) On réalise à présent la deuxième expérience en modifiant un seul des paramètres  $R$  ou  $L$ . Deux cas sont proposés : dans l'un, on a augmenté la valeur de  $L$  ; dans l'autre, on a augmenté la valeur de  $R$ . On obtient les courbes des figures 4 et 5.

Attribuer à chaque cas proposé la figure qui lui correspond et justifier la réponse.



5 ms/div ; 1 V /div pour  $u_1$  ; 0,2 mV/div pour  $u_2$

**Fig.4**


5 ms/div ; 1 V /div pour  $u_1$  ; 0,2 mV/div pour  $u_2$

**Fig.5**

**9** Un condensateur de capacité  $C = 10 \mu\text{F}$  est chargé avec un générateur maintenant entre ses bornes une tension  $U_0 = 3 \text{ V}$ .

1°) Calculer la charge du condensateur et l'énergie qu'il a emmagasiné.

2°) Ce condensateur chargé est déconnecté du générateur puis relié, à  $t = 0$ , aux bornes d'une bobine d'inductance  $L = 0,1 \text{ H}$ . La résistance totale du circuit est pratiquement nulle.

a) Faire un schéma du montage. Dessiner qualitativement ce que l'on observerait sur l'écran d'un oscilloscope branché aux bornes du condensateur.

b) Donner une interprétation énergétique du phénomène.

c) Établir l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle de la tension instantanée  $u_C$  aux bornes du condensateur.

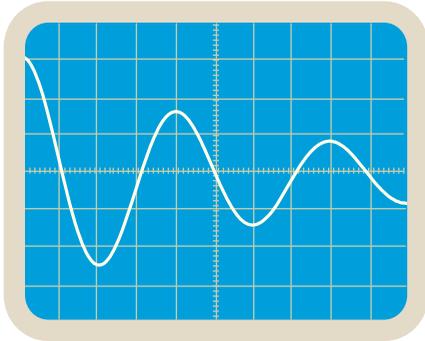
d) Quelle relation doit lier la période propre  $T_0$ , C et L pour que la solution de cette équation différentielle soit  $u_C(t) = U_m \sin(\omega_0 t + \phi)$  ?

e) Déterminer les valeurs de la tension maximale  $U_m$  et de la phase initiale  $\phi$ .

f) Exprimer, en fonction de  $T_0$ , les instants pour lesquels l'intensité du courant électrique est maximale.

3°) En réalité la bobine possède en plus de l'inductance une résistance  $r$  non nulle.

La tension  $u_C(t)$  aux bornes du condensateur est enregistrée avec un oscilloscope à mémoire. La courbe obtenue avec la sensibilité horizontale  $10 \text{ ms} \cdot \text{div}^{-1}$  est reproduite sur la figure ci-dessous.



a- Comparer la pseudopériode  $T$  et  $T_0$ .

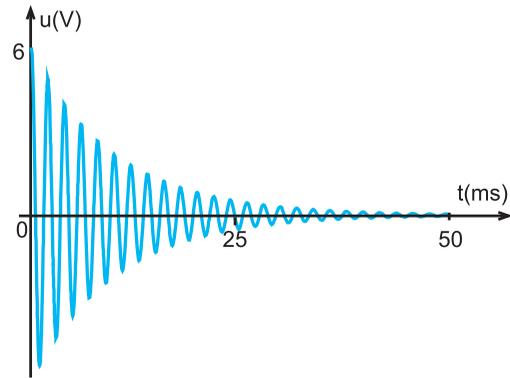
b- Pourquoi a-t-on besoin d'un oscilloscope à mémoire ?

c- Calculer l'énergie thermique dissipée par la résistance  $r$  de la bobine au bout de l'oscillation produite entre  $t_0 = 0$  et  $t_1 = T$ .

**10** Au cours d'une séance de travaux pratiques, on veut vérifier l'exactitude de la valeur  $L = 0,2 \text{ H}$  de l'inductance d'une bobine, indiquée par le fabricant.

Pour cela, on étudie la décharge d'un condensateur de capacité  $C = 0,5 \mu\text{F}$ , initialement chargé sous la tension  $E = 6 \text{ V}$ , à travers la bobine.

A l'aide d'un dispositif informatisé d'acquisition de données, on visualise sur l'écran d'un ordinateur, la courbe d'évolution de la tension  $u$  aux bornes du condensateur en fonction du temps. (Fig. ci-après)



1°) Pourquoi qualifie-t-on un tel régime d'évolution temporelle de  $u$  comme étant un régime pseudopériodique et non périodique ?

2° a) Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension  $u$ .

b) On pose cette équation différentielle sous la forme suivante :  $\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = 0$

\* Expliciter  $\tau$  et donner sa dimension ainsi que sa signification physique.

\* Déterminer à partir de la courbe, une valeur approchée de  $\tau$ . En déduire la valeur de  $L$ .

On donne  $R = 20 \Omega$ .

c) Comparer la valeur de l'inductance trouvée expérimentalement  $L_{\text{exp}}$  avec la valeur  $L = 0,2 \text{ H}$  portée sur le support de la bobine en calculant l'écart relatif  $\frac{L_{\text{exp}} - L}{L}$ .

En déduire si l'indication  $L = 0,2 \text{ H}$  est correcte.

**11**

A l'aide d'un générateur de tension idéal, d'un condensateur, de deux résistors et d'une bobine inductive, on réalise le montage de la figure 1.

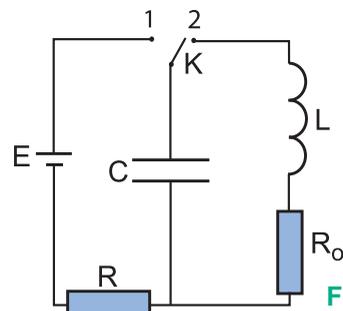
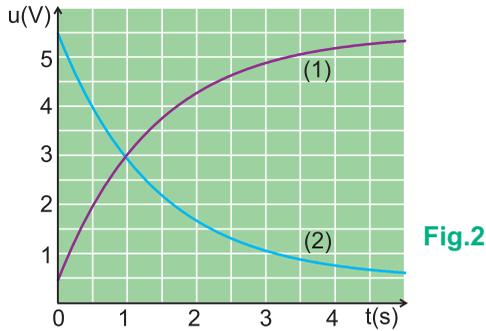


Fig.1

1°) On réalise la charge du condensateur de

capacité  $C = 50 \mu\text{F}$  par le générateur de tension idéal de f.e.m.  $E = 6 \text{ V}$ .

A l'instant  $t = 0$ , on place le commutateur  $K$  en position 1. L'évolution au cours du temps de la tension  $u_R$  aux bornes du résistor de résistance  $R = 30 \text{ k}\Omega$  et celle de la tension  $u_C$  aux bornes du condensateur sont représentées sur la figure 2.



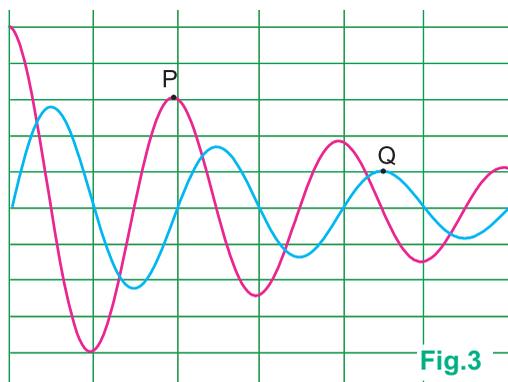
a) Quelle est, des courbes 1 et 2, celle qui illustre l'évolution de  $u_C$  ? Justifier la réponse.

b) Quelle serait la charge  $q$  du condensateur à la fin du processus de charge ?

c) Sachant que la constante de temps  $\tau$  du circuit est la durée au bout de laquelle le condensateur a acquis 63% de sa charge maximale, déterminer graphiquement la valeur de  $\tau$ .

d) Déterminer la valeur de l'intensité  $i$  du courant de charge à l'instant  $t = \tau$ .

2°) On suppose maintenant que le condensateur a acquis sa charge maximale. On place l'interrupteur  $K$  en position 2. On observe, à l'aide d'un oscilloscope, la tension  $u_C$  sur l'entrée  $Y_1$  et la tension  $u_{R_0}$  aux bornes du



résistor de résistance  $R_0 = 5 \Omega$  sur l'entrée  $Y_2$  (Fig.3)

Les réglages de l'oscilloscope sont :

- sensibilité horizontale :  $5 \text{ ms/div}$

- sensibilité verticale :

$1 \text{ V/div}$  pour  $Y_1$  et  $250 \text{ mV/div}$  pour  $Y_2$ .

a) Rappeler les expressions de l'énergie électrostatique  $E_C$  et de l'énergie magnétique  $E_L$ . Calculer ces énergies aux instants correspondant aux points P et Q (Fig.3).

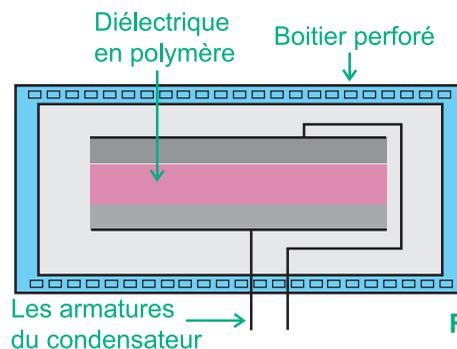
b) Comparer les énergies totales du circuit RLC série aux instants correspondant aux points P et Q.

## 12 Étude de texte

### Capteur d'humidité

La mesure du taux (ou pourcentage) d'humidité relative de l'air (%HR) est appelée l'hygrométrie. Pour pouvoir y accéder, on fait recours à des capteurs de type "résistif" (reposant sur la variation d'une résistance avec l'humidité) ou "capacitif" (reposant sur la variation de la capacité avec l'humidité) : les premiers capteurs, souvent à base d'oxydes métalliques, sont peu précis et affectés par la condensation. Les seconds, dits "humidistances" possèdent souvent les qualités requises.

Un humidistance comporte un condensateur plan dont la capacité de très faible valeur  $C$  de l'ordre de  $120 \text{ pF}$  varie en fonction de l'humidité du diélectrique. En fait, le diélectrique est un film de polymère (polyamide par exemple) dont la permittivité varie avec son humidité (Fig.1).



Cette variation d'humidité entraîne une variation de la fréquence propre du circuit RLC série dans lequel le condensateur est inséré.(Fig.2)

Ces capteurs d'humidité sont conçus pour fonctionner entre  $-10^{\circ}\text{C}$  et  $+40^{\circ}\text{C}$ , dans une

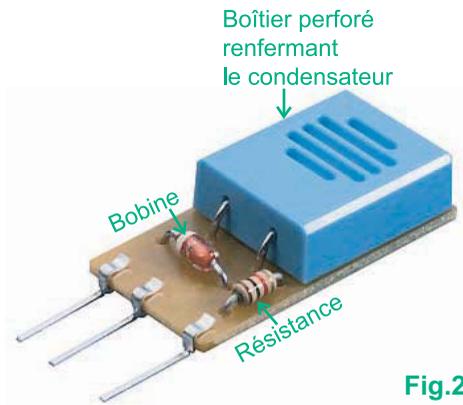


Fig.2

gamme de mesure de 10 à 100 % d'humidité, avec une précision de quelques % et un temps de réponse de l'ordre de 30 s.

### Questions

1°) La permittivité du diélectrique utilisé est dite hygroscopique, pourquoi ?

2°) Expliquer comment la variation du taux d'humidité relative de l'air entraîne une variation de la fréquence propre des oscillations.

3°) Sachant que la valeur de  $C$  est à 40% HR et que la fréquence propre des oscillations au lieu de l'expérience est  $N_0 = 31850\text{ Hz}$ , déterminer le taux d'humidité relative de l'air en ce lieu.

On donne  $L = 200\text{ mH}$  et on suppose que la fréquence des oscillations est pratiquement égale à la fréquence propre de l'oscillateur.

# Fiche technique

## Visualisation d'un régime transitoire avec un oscilloscope analogique

Pour la mise en évidence expérimentale des régimes pseudopériodique et apériodique d'un oscillateur RLC série comme lors de l'étude expérimentale de la réponse d'un dipôle RC ou RL à un échelon de tension, on a eu besoin d'un oscilloscope à mémoire qui ne peut être que numérique. Mais, dans le cas échéant, c'est-à-dire à défaut d'un oscilloscope de ce type, peut-on se débrouiller avec un oscilloscope analogique ?

Oui, il suffit de penser à profiter de la durée  $\theta_p = 0,1\text{s}$  de persistance des impressions lumineuses sur la

rétine de l'oeil et en cherchant un moyen permettant de visualiser le régime transitoire, que ce soit le régime pseudopériodique, le régime apériodique ou autre, de manière répétitive toutes les durées  $\theta$  inférieures à la durée  $\theta_p$  de persistance des impressions lumineuses.

Pour cette fin, il est pratique et assez commode, pour charger par exemple le condensateur du circuit RLC série du montage de la figure 1 de la page 80, d'utiliser au lieu d'un générateur de tension idéal de f.e.m.  $E = 5\text{ V}$ , un générateur de tension en créneaux évoluant au cours du temps selon le chronogramme de la figure 1, entre  $-U_o = -5\text{ V}$  et  $+U_o = +5\text{ V}$ . Puis, on réalise le montage de la figure 2. Après avoir mis l'oscilloscope analogique en marche et avoir fait les réglages nécessaires, on observe à priori l'oscillogramme

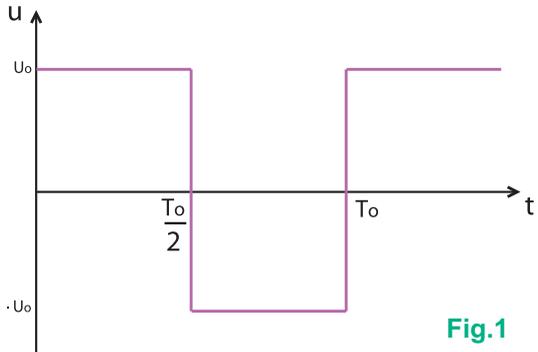


Fig.1

stable de la figure 3 à condition que la demi période  $\frac{T_e}{2}$  de la tension  $u$  en créneaux soit à la fois inférieure à la durée  $\theta_p$  de persistance des impressions lumineuses à l'oeil et très supérieure à la pseudopériode  $T$  des oscillations libres et par suite très supérieure à la période propre  $T_o = 2\pi\sqrt{LC}$  de l'oscillateur.

Donc, pour obtenir un oscillogramme net et stable comme celui de la figure 3, il faut bien étudier le choix des valeurs de  $L$  et de  $C$  :

$$\infty T_o \ll T_e. \text{ D'où, } LC \ll T_e^2$$

$$\infty T_e < \theta_p. \text{ D'où, } T_e^2 < \theta_p^2$$

$$\text{Il faut donc : } LC \ll \theta_p^2 = 10^{-2} \text{ s}^2.$$

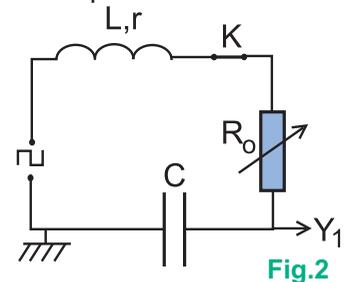


Fig.2

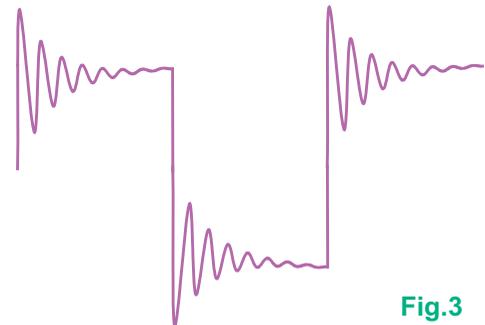


Fig.3

### Remarque

Dans le cas de la réponse d'un dipôle RC ou RL à un échelon de tension, il faut veiller à ce que la demi période de la tension en crénaux soit dix fois plus grande que la constante de temps du dipôle.

Enfin, en agissant sur la base des temps de l'oscilloscope, on arrive à visualiser l'oscillogramme représentant une seule décharge oscillante, c'est-à-dire la réponse à un seul échelon de tension (Fig.4)

De plus, l'oscilloscope lui-même peut être un facteur de perturbation des mesures. En fait, l'entrée  $Y_1$  ou  $Y_2$  d'un oscilloscope est équivalente à un résistor de résistance  $R_{osc} = 1 \text{ M}\Omega$  monté en parallèle avec un condensateur de capacité  $C_{osc}$  allant de 16 à 47 pF. Donc, il faut en tenir compte pour réussir l'expérience.

Par conséquent, le schéma du montage réalisé devient équivalent à celui de la figure 5.

Par application de la loi des mailles, on écrit :

$$u_C + (R_o + r) i + L \frac{di}{dt} = 0 \quad (1)$$

$$\text{où } i = i_1 + i_2 + i_3 = \frac{dq}{dt} + \frac{dq_{osc}}{dt} + \frac{u_C}{R_{osc}}$$

Or,  $q = Cu_C$  et  $q_{osc} = C_{osc} \cdot u_C$ , il vient alors :

$$i = C' \frac{du_C}{dt} + C_{osc} u_C \text{ avec } C' = C + C_{osc}$$

On peut facilement disposer d'un condensateur de capacité  $C \gg 50 \text{ pF}$ .

Donc, on peut négliger  $C_{osc}$  devant  $C$ , d'où  $C' \simeq C$  et  $i \simeq C \frac{du_C}{dt} + C_{osc} u_C$  (2).

(1) et (2) donnent :

$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + [(R_o + r) C + \frac{L}{R_{osc}}] \frac{du_C}{dt} + (1 + \frac{R_o + r}{R_{osc}}) u_C = u$$

Pour que cette équation ne diffère pas de :  $LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + (R_o + r) C \frac{du_C}{dt} + u_C = u$ , il faut :

•  $1 + \frac{R}{R_{osc}} \simeq 1$ , c'est-à-dire  $\frac{R}{R_{osc}} \ll 1$ , ce qui est facilement vérifié car

$R_{osc} = 1 \text{ M}\Omega$  est très élevée.

•  $(R_o + r)C + \frac{L}{R_{osc}} \simeq (R_o + r)C$ . Donc  $\frac{L}{R_{osc}} \ll (R_o + r)C$ , c'est-à-dire  $\frac{1}{R_{osc} C} \ll \frac{R_o + r}{L}$ ,

ce qui signifie :  $\frac{L}{(R_o + r)C} \ll R_{osc} = 10^6 \Omega$ .

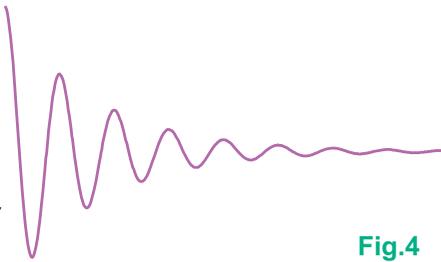


Fig.4

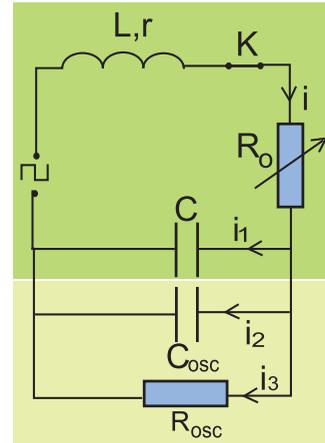


Fig.5

Pour que la condition  $(R_o + r) \ll R_{osc}$  reste satisfaite, on ne peut augmenter  $R_o$ .  
Donc, pour satisfaire cette dernière condition, il faut choisir une très petite inductance  $L$  et  
une grande capacité  $C$ , mais sans perdre de vue la condition:  $LC \ll 10^{-2} \text{ s}^2$ .

Exemples :

∞ Avec  $L = 10 \text{ mH}$ ,  $C = 100 \text{ } \mu\text{F}$  et  $R_o$  telle que  $(R_o + r) = 20 \text{ } \Omega$ , on a :

$$LC = 10^{-6} \ll 10^{-2} \text{ et } \frac{L}{(R_o + r)C} = 5 \text{ } \Omega \ll 10^6 \text{ } \Omega : \text{ c'est un très bon choix.}$$

∞ Avec  $L = 1 \text{ H}$ ,  $C = 1 \text{ } \mu\text{F}$  et  $(R_o + r) = 20 \text{ } \Omega$ , on a toujours :

$$LC = 10^{-6} \ll 10^{-2} \text{ et } \frac{L}{(R_o + r)C} = 5 \cdot 10^4 \text{ } \Omega, \text{ qui n'est pas négligeable devant la}$$

valeur  $10^6 \text{ } \Omega$  de  $R_{osc}$  : c'est un mauvais choix.

## Objectifs

- ◆ Distinguer, en régime forcé, le résonateur de l'excitateur.
- ◆ Visualiser simultanément à l'oscilloscope la tension excitatrice  $u(t)$  et l'intensité du courant  $i(t)$ .
- ◆ Mesurer l'amplitude et la fréquence d'une grandeur oscillante en régime forcé sinusoïdal.
- ◆ Déterminer le déphasage entre la tension excitatrice  $u(t)$  et l'intensité du courant  $i(t)$ .
- ◆ Mettre en évidence expérimentalement le phénomène de résonance d'intensité et celui de la résonance de charge.
- ◆ Établir en  $i(t)$  ou en  $q(t)$ , l'équation différentielle des oscillations forcées en régime sinusoïdal.
- ◆ Établir l'expression de l'intensité maximale  $I_m$  du courant oscillant en fonction de la fréquence des excitations et en déduire celle de la charge maximale  $Q_m$ .
- ◆ Interpréter théoriquement le phénomène de résonance.
- ◆ Calculer la puissance moyenne absorbée par un oscillateur électrique.
- ◆ Expliquer l'importance du facteur de puissance dans les transformations de l'énergie électrique.

## Prérequis

### SAVOIR

- ◆ Définir un oscillateur.
- ◆ Caractériser une grandeur oscillante sinusoïdale par sa période, son amplitude et sa phase initiale.
- ◆ Écrire les relations :  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  et  $N = \frac{1}{T}$
- ◆ Définir les valeurs maximale  $I_m$  et efficace  $I$  de l'intensité du courant alternatif.
- ◆ Définir les valeurs maximale  $U_m$  et efficace  $U$  d'une tension alternative.
- ◆ Écrire les relations :

$$I_m = I\sqrt{2} \text{ et } U_m = U\sqrt{2}.$$

- ◆ Écrire les relations:

$$E_c = \frac{q^2}{2C} \text{ et } E_L = \frac{1}{2} Li^2$$

### SAVOIR FAIRE

- ◆ Reconnaître un oscillateur.
- ◆ Visualiser à l'oscilloscope :
  - une tension électrique,
  - une intensité de courant.
- ◆ Déterminer graphiquement la période et l'amplitude d'une grandeur électrique oscillante.
- ◆ Calculer la période propre d'un oscillateur RLC série.
- ◆ Établir l'équation différentielle régissant les oscillations libres d'un circuit RLC série par application de la loi des mailles.
- ◆ Calculer l'énergie totale d'un oscillateur RLC série.

# OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES FORCÉES EN RÉGIME SINUSOÏDAL

# 4

La guitare électrique est munie d'une caisse creuse à laquelle sont adjoints des microphones électriques. Grâce à la résonance électrique, le son amplifié prime sur la résonance naturelle de la caisse.



- ◆ En quoi consiste la recherche manuelle ou automatique d'une chaîne radio ou d'un canal de télévision ?
- ◆ Que veut-on dire par "résonance électrique" dont les applications sont très nombreuses ?

# OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES FORCÉES EN RÉGIME SINUSOÏDAL

On a vu dans le chapitre précédent que si un circuit RLC série peut effectuer des oscillations libres, celles-ci cessent plus au moins rapidement à cause de l'amortissement dû à sa résistance.

Quel sera l'effet de l'application d'une tension sinusoïdale aux bornes d'un tel oscillateur, une simple compensation de l'amortissement ou plus ?

## 1 RÉPONSE D'UN CIRCUIT RLC SÉRIE À UNE TENSION SINUSOÏDALE

### 1.1- PRODUCTION D'OSCILLATIONS FORCÉES

#### Manipulation

♦ On alimente un circuit RLC série par un GBF (générateur basse fréquence) délivrant une tension sinusoïdale de fréquence  $N$  réglable  $u(t) = U_m \cdot \sin \omega t$ ,  $U_m$  étant maintenue constante.

Le circuit RLC série est constitué d'un résistor de résistance  $R_o$  réglable, d'un condensateur de capacité  $C = 0,47 \mu\text{F}$  et d'une bobine d'inductance  $L = 0,2 \text{ H}$  et de résistance interne  $r = 12,5 \Omega$  (Fig.1).

♦ Pour suivre simultanément l'évolution temporelle de la tension  $u$  délivrée par le GBF et celle de l'intensité du courant  $i$  débité dans le circuit :

- on monte les composants du circuit comme sur le schéma de la figure 1 de telle sorte que le résistor soit du côté de la masse du GBF.

- le point M étant mis à la masse, on relie directement le point A à la voie  $Y_1$  et le point B à la voie  $Y_2$  d'un oscilloscope bicourbe (Fig.1).

- on fixe la fréquence  $N$  à la valeur 400 Hz, la tension maximale  $U_m$  à 2 V et la résistance  $R_o$  à 50  $\Omega$  par exemple. Lorsque l'interrupteur K est ouvert, on observe sur l'écran de l'oscilloscope uniquement l'oscillogramme (1) de la figure 2.

En fermant le circuit, on observe sur l'écran de l'oscilloscope les oscillogrammes stables (1) et (2) avec la sensibilité 1 ms/div et 1 V/div (Fig.2).

- La fréquence étant toujours égale à 400 Hz, on réalise une série de mesures de l'amplitude  $U_{R_{om}}$  de la tension aux bornes de résistor de fonction de  $U_m$ .

Les résultats de mesures ont permis d'obtenir le tracé de la figure 3.

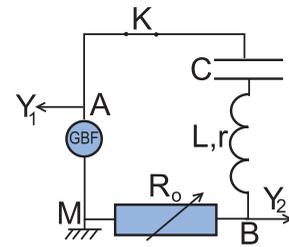


Fig.1 : Circuit RLC série en montage permettant de visualiser à la fois  $u(t)$  et  $u_{R_o}(t)$ .

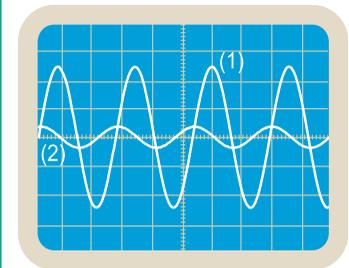


Fig.2 : Oscillogrammes de  $u$  et de  $u_{R_o}$ .

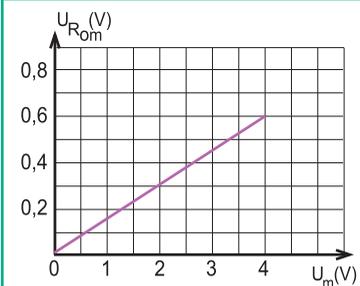


Fig.3 : Tracé de  $U_{R_{om}}$  en fonction de  $f(U_{R_{om}})$

♦ Pour suivre simultanément l'évolution temporelle de la tension  $u$  délivrée par le GBF et celle de la charge  $q$  du condensateur :

- on monte les composants du circuit comme sur le schéma de la figure 4 de telle sorte que le condensateur soit du côté de la masse du GBF.

- le point M étant toujours mis à la masse, on relie directement le point A à la voie  $Y_1$  et le point D à la voie  $Y_2$  de l'oscilloscope (Fig.4).

- on maintient la fréquence du GBF égale à 400 Hz,  $U_m = 2$  V et  $R_0 = 50 \Omega$  et on ferme de nouveau le circuit. Dans ces conditions et avec les sensibilités 1 ms/div et 2 V/div, on observe, avec l'oscillogramme stable (1) de la figure 2, l'oscillogramme stable (3) sur l'écran de l'oscilloscope (Fig.5).

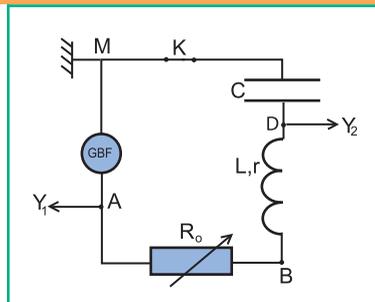


Fig.4 : Circuit RLC série en montage permettant de visualiser à la fois  $u(t)$  et  $u_C(t)$

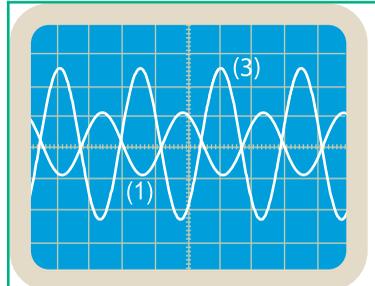


Fig.5 : Oscillogrammes de  $u(t)$  et  $u_C(t)$

### Questions

1°) Montrer qu'il y a deux moyens pour transformer le montage de la figure 1 en le montage de la figure 4.

2°) Justifier le fait de prendre  $u_{R0}(t)$  et  $u_C(t)$  comme étant des tensions représentant respectivement  $i(t)$  et  $q(t)$ .

3°) Comparer la forme des oscillogrammes représentant  $i(t)$  et  $q(t)$  à la forme de celui de  $u(t)$ .

4°) Mesurer les fréquences  $N_1$  de  $i(t)$  et  $N_2$  de  $q(t)$  et les comparer à la fréquence  $N$  de  $u(t)$  ainsi qu'à la fréquence propre  $N_0$  de l'oscillateur.

5°) a) A l'aide de la courbe de la figure 3, montrer que :  
 $U_m = kU_{R0m}$ , où  $k$  est une constante que l'on calculera.

b) Montrer que la tension maximale  $U_m$  peut s'écrire en fonction de l'intensité maximale  $I_m$  sous la forme :  $U_m = Z I_m$  où  $Z$  est une constante dont on déterminera la dimension.

6°) A l'aide des oscillogrammes (2) de la figure 2 et (3) de la figure 5, calculer respectivement  $I_m$  et la charge maximale  $Q_m$ .

### Commentaire

L'analyse des oscillogrammes de la figure 2 montre que, comme celle de  $u(t)$ , la forme de chacune des courbes représentant  $i(t)$  et  $q(t)$  traduit une variation sinusoïdale au cours du temps.

De plus, il y a constamment le même décalage horaire entre l'oscillogramme de  $u(t)$  et chacun des oscillogrammes représentant  $i(t)$  et  $q(t)$ . Par conséquent, l'intensité  $i(t)$  et la charge  $q(t)$  varient avec la même fréquence  $N$  que la tension  $u(t)$  imposée par le GBF et non avec la fréquence propre du circuit RLC série : les oscillations de  $i(t)$  et de  $q(t)$  ne sont plus

libres, elles sont imposées par le GBF, d'où leur qualification d'oscillations forcées. Ainsi, le GBF a joué le rôle d'excitateur.

La forme linéaire de la courbe représentant  $U_{\text{Rom}}$  en fonction de  $U_m$  montre que le quotient  $\frac{U_m}{I_m}$  est une constante qui ne dépend que des caractéristiques de l'oscillateur. On l'appelle impédance du circuit et on la note  $Z$ .

Ayant la dimension d'une résistance électrique, l'impédance s'exprime en ohm ( $\Omega$ ).

### Interprétation théorique

Pour le circuit de la figure 1, la loi des mailles s'écrit :

$$u_{\text{BM}} + u_{\text{DB}} + u_{\text{AD}} + (-u_{\text{AM}}) = 0, \text{ d'où : } u_{\text{AM}} = u_{\text{BM}} + u_{\text{DB}} + u_{\text{AD}}.$$

$$\text{Donc, } u_{\text{AM}} = R_o i + r i + L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C}.$$

En tenant compte de la relation  $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$ , on a :

$$L \frac{di}{dt} + (R_o + r) i + \frac{1}{C} \int i dt = u_{\text{AM}},$$

équation différentielle des oscillations de  $i(t)$ .

La même équation peut s'écrire :

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + (R_o + r) \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = u_{\text{AM}}.$$

Sous cette forme, c'est l'équation différentielle des oscillations de  $q(t)$ .

Ces équations différentielles à second membre non nul admettent respectivement comme solutions particulières celles du régime permanent :

$$i(t) = I_m \sin(2\pi Nt + \varphi_i) \text{ et } q(t) = Q_m \sin(2\pi Nt + \varphi_q), \text{ où :}$$

♦  $\varphi_i$  et  $\varphi_q$  sont respectivement les phases initiales de  $i(t)$  et de  $q(t)$ ,

$$\text{♦ } I_m = \frac{U_m}{Z}.$$

$$\text{Sachant que } i(t) = \frac{dq}{dt}, \text{ on a : } i(t) = 2\pi N Q_m \cos(2\pi Nt + \varphi_q).$$

$$\text{D'où : } I_m = 2\pi N Q_m, \text{ ce qui équivaut à : } Q_m = \frac{I_m}{2\pi N} = \frac{U_m}{2\pi N Z}.$$

#### Remarque :

Par recours à la relation  $Q_m = \frac{I_m}{2\pi N}$ , on peut retrouver l'une des valeurs maximales  $I_m$  et  $Q_m$ , calculées précédemment (réponse à la question 6) à partir de l'autre.

## Conclusion

La réponse d'un circuit RLC série à une tension sinusoïdale est un courant alternatif sinusoïdal engendré par des oscillations sinusoïdales de la charge  $q$  du condensateur, à la même fréquence  $N$  que la tension excitatrice.

Pour une fréquence donnée  $N$  de la tension excitatrice :

- l'intensité maximale  $I_m$  est proportionnelle à la valeur maximale  $U_m$  de la tension excitatrice.

$I_m = \frac{U_m}{Z}$ , où  $Z$  est une grandeur physique ayant la dimension d'une résistance, appelée impédance du circuit RLC série.

- la charge maximale  $Q_m$  du condensateur est liée à  $I_m$  par la relation :  $Q_m = \frac{I_m}{2\pi N}$

## 1.2- DÉPHASAGE

### 1.2.1 - Étude générale

#### Définition

On appelle déphasage entre deux fonctions sinusoïdales de phases initiales  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  et de même période, la différence de phase  $\Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1)$  ou  $(\varphi_1 - \varphi_2)$ .

#### Exemples

♦ Les chronogrammes (1) et (2) de chacune des figures (6a) et (6b) représentent deux tensions  $u_1$  et  $u_2$  synchrones (de même période et simultanées) et de phases initiales  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$ .

Dans le premier cas (Fig.6a),  $u_1$  et  $u_2$  sont dites en phase ou en concordance de phase tandis que dans le deuxième cas (Fig.6b),  $u_1$  et  $u_2$  sont dites en opposition de phase.

#### Questions

1°) Justifier qualitativement l'appellation concordance de phase et opposition de phase.

2°) a) Montrer que la concordance de phase signifie  $\Delta\varphi = 2k\pi$  rad, avec  $k$  entier relatif.

b) Montrer que l'opposition de phase signifie  $\Delta\varphi = (\pi + 2k\pi)$  rad, avec  $k$  entier relatif.

3°) Dans les cas de la figure 7 où le décalage horaire  $\Delta t$  entre  $u_1$  et  $u_2$  est égale à  $\frac{T}{4}$ , on dit que  $u_2$  et  $u_1$  évoluent au cours du temps en quadrature de phase. Plus précisément,  $u_2$  est en quadrature retard sur  $u_1$  dans le cas de la figure 7a, tandis qu'elle est en quadrature avance sur  $u_1$  dans le cas de la figure 7b.

Expliquer cette différence par le calcul de  $\Delta\varphi$  dans les deux cas.

4°) Dédurre des exemples traités précédemment que la valeur absolue du déphasage  $|\Delta\varphi|$  entre deux fonctions sinusoïdales isochrones est liée à leur décalage horaire  $\Delta t$  par la relation :

$$|\Delta\varphi| = \frac{2\pi}{T} \Delta t$$

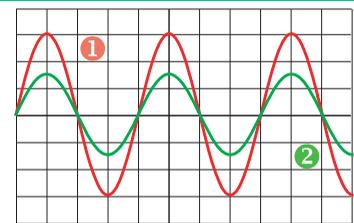


Fig.6a : Tensions  $u_1$  et  $u_2$  en concordance de phase

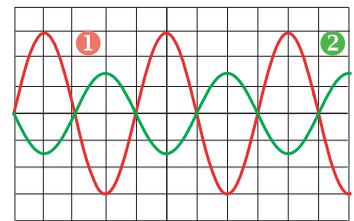


Fig.6b : Tensions  $u_1$  et  $u_2$  en opposition de phase

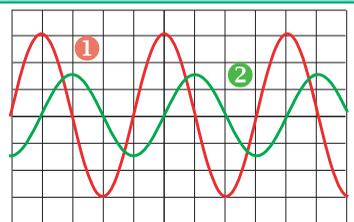


Fig.7a : Tension  $u_2$  en quadrature retard sur  $u_1$

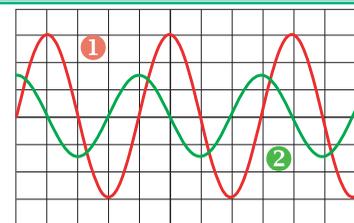


Fig.7b : Tension  $u_2$  en quadrature avance sur  $u_1$

**Conclusion**

A tout décalage horaire  $\Delta t$  entre deux fonctions sinusoïdales  $y_1(t)$  et  $y_2(t)$  isochrones (de même période  $T$ ), représentées dans le même système d'axes, est associé un déphasage  $\Delta\varphi$  tel que :  $|\Delta\varphi| = \frac{2\pi}{T} \Delta t$ .

- Si  $\Delta t = 0$ ,  $\Delta\varphi = 0$  : les deux fonctions sont en concordance de phase.

- Si  $\Delta t = \frac{T}{2}$ ,  $\Delta\varphi = \pm \pi$  rad : les deux fonctions sont en opposition de phase.

- Si  $\Delta t = \frac{T}{4}$ ,  $\Delta\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$  rad : les deux fonctions sont en quadrature de phase.

Si le déphasage ( $\varphi_2 - \varphi_1$ ) est positif,  $y_2(t)$  est en avance de phase par rapport à  $y_1(t)$  et inversement.

**1.2.2 - Déphasage entre  $i(t)$  et  $q(t)$  en régime sinusoïdal forcé**

Dans le paragraphe 1.1, on a montré qu'en régime permanent, la charge  $q(t)$  du condensateur d'un circuit RLC série alimenté par une tension sinusoïdale  $u(t) = U_m \sin 2\pi Nt$  s'écrit :

$$q(t) = Q_m \sin(2\pi Nt + \varphi_q).$$

Or  $i(t) = \frac{dq}{dt}$ . Donc,  $i(t) = 2\pi N Q_m \cos(2\pi Nt + \varphi_q)$ , ce qui revient à écrire :  $i(t) = 2\pi N Q_m \cos(2\pi Nt + \varphi_q + \frac{\pi}{2})$ . Ainsi on montre que :

$$\varphi_i = \varphi_q + \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$$

Autrement dit, l'intensité  $i(t)$  oscille en quadrature avance de phase par rapport à la charge  $q(t)$ .

**Questions**

Vérifier que ( $\varphi_i - \varphi_q = \frac{\pi}{2}$  rad) en montrant, à l'aide des oscillogrammes des figures 2 et 5 que les maxima de  $i(t)$  sont atteints à  $\frac{T}{4}$  avant ceux de  $q(t)$ ,  $T$  étant la période des oscillations.

**Conclusion**

Dans un circuit RLC série, en régime sinusoïdale forcé, l'intensité  $i(t)$  du courant électrique oscille en quadrature avance de phase par rapport à la charge  $q(t)$ .

**2****INFLUENCE DE LA FRÉQUENCE D'EXCITATION SUR LA RÉPONSE D'UN CIRCUIT RLC SÉRIE****Manipulation**

♦ On reprend le montage de la figure 1 où le générateur BF délivre une tension  $u(t) = U_m \sin 2\pi Nt$ , avec  $U_m = 2$  V. En faisant varier la fréquence  $N$  des excitations, on constate

qu'à chaque fois, la tension  $u_{R_0}(t)$  conserve sa forme sinusoïdale mais avec un changement de sa valeur maximale  $U_{R_{0m}}$  et de son décalage horaire  $\Delta t < \frac{T}{2}$  par rapport à  $u(t)$ . En particulier, lorsque  $\Delta t$  s'annule,  $U_{R_{0m}}$  est à sa valeur la plus élevée.

♦ On reprend le montage de la figure 3 et on réalise la même expérience précédente. On obtient, pour la tension  $u_c(t)$ , les mêmes faits observés avec  $u_{R_0}(t)$  à la seule différence que la tension  $u_c(t)$  s'annule toujours à  $\Delta t < \frac{T}{2}$ , après la tension excitatrice  $u(t)$ .

♦ Avec l'un ou l'autre des deux montages sus-indiqués, pour différentes valeurs de la fréquence  $N$ , on réalise une série de mesures de l'intensité efficace  $I$  à l'aide d'un ampèremètre et de la tension efficace  $U_c$  à l'aide d'un voltmètre branché aux bornes du condensateur (Fig.8). Les résultats des mesures ont permis d'obtenir les tracés (1) et (2) de la figure 9 représentant respectivement, l'évolution des valeurs maximales  $I_m$  de l'intensité du courant et  $Q_m$  de la charge  $q$  au cours du temps.

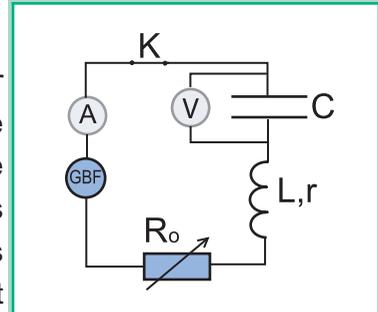


Fig.8 : Mesure de  $I$  et de  $U_c$

### Questions

1°) D'après les constatations faites sur le décalage horaire  $\Delta t$  entre  $U_{R_0}(t)$  et  $u(t)$ , puis entre  $u_c(t)$  et  $u(t)$ , montrer que, selon la valeur de la fréquence  $N$  de  $u(t)$ , l'intensité  $i(t)$  peut être en avance de phase ou bien en retard de phase par rapport à  $u(t)$ , tandis que  $q(t)$  évolue toujours en retard de phase par rapport à  $u(t)$ .

2°) Décrire la forme particulière de chacune des courbes  $I_m$  et  $Q_m$  en fonction de  $N$ .

3°) a) Déterminer graphiquement les valeurs  $N_1$  et  $N_2$  de la fréquence  $N$  correspondant respectivement aux valeurs maximales des amplitudes  $I_m$  et  $Q_m$  ; les comparer à la fréquence propre  $N_0$  de l'oscillateur.

b) Pour  $N = N_1$ , calculer l'impédance  $Z$  du circuit et la comparer à sa résistance totale  $R = R_0 + r$ .

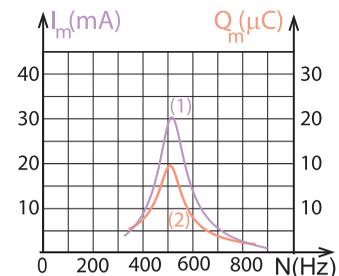


Fig.9 : Courbes d'évolution de  $I_m$  et de  $Q_m$  en fonction de  $N$

### Conclusion

En plus de leur évolution sinusoïdale, au cours du temps, à la fréquence  $N$  de la tension excitatrice  $u(t)$ , la charge  $q(t)$  du condensateur d'un circuit RLC série et l'intensité  $i(t)$  du courant qui y circule sont caractérisées chacune par une valeur maximale (respectivement  $Q_m$  et  $I_m$ ) et une phase initiale (respectivement  $\varphi_q$  et  $\varphi_i$ ) qui dépendent de la fréquence  $N$ .

La réponse d'un circuit RLC série à une tension sinusoïdale de fréquence  $N$  égale à la fréquence propre  $N_0$  du circuit est un courant oscillant en

phase avec la tension excitatrice et avec la valeur la plus élevée de l'intensité maximale : **c'est la résonance d'intensité.**

A la résonance d'intensité, le circuit RLC série se comporte comme un résistor de résistance R.

Comme il peut se produire, dans un circuit RLC série, une résonance d'intensité, il peut s'y produire une résonance de charge, mais à une fréquence légèrement inférieure à la fréquence propre  $N_0$  du circuit.

## Interprétation théorique

### Valeur maximale $I_m$ et phase initiale $\varphi_i$ de l'intensité $i$ du courant

Pour déterminer la valeur maximale  $I_m$  et la phase initiale  $\varphi_i$  de l'intensité  $i(t)$  du courant, il est commode de recourir à la construction de Fresnel dont le principe est expliqué dans la fiche technique de fin de chapitre (p.141).

$$\text{On a : } Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = U_m \sin \omega t, \text{ avec } R = R_0 + r$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i).$$

$$\frac{di}{dt} = \omega I_m \sin\left(\omega t + \varphi_i + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\int i dt = \frac{I_m}{\omega} \sin\left(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2}\right) + \text{cte}$$

Il vient alors :

$$RI_m \sin(\omega t + \varphi_i) + L\omega I_m \sin\left(\omega t + \varphi_i + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{I_m}{C\omega} \sin\left(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{\text{cte}}{C} = U_m \sin(\omega t).$$

Étant une fonction sinusoïdale,  $U_m \sin \omega t$  ne peut être qu'une somme de fonctions sinusoïdales. Donc,  $\text{cte} = 0$ .

- ♦  $RI_m \sin(\omega t + \varphi_i) \rightarrow \overline{OA_1} [RI_m, \varphi_i]$
- ♦  $L\omega I_m \sin\left(\omega t + \varphi_i + \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \overline{OA_2} [L\omega I_m, \varphi_i + \frac{\pi}{2}]$
- ♦  $\frac{I_m}{C\omega} \sin\left(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \overline{OA_3} \left[\frac{I_m}{C\omega}, \varphi_i - \frac{\pi}{2}\right]$
- ♦  $U_m \sin \omega t \rightarrow \overline{OA} [U_m, 0]$  tel que  $\overline{OA_1} + \overline{OA_2} + \overline{OA_3}$

Les vecteurs de Fresnel  $\overline{OA_2} + \overline{OA_3}$  étant de sens contraires, il en résulte trois constructions possibles :

- ♦  $\|\overline{OA_2}\| > \|\overline{OA_3}\|$ , cas correspondant à  $L\omega > \frac{1}{C\omega}$   
c'est-à-dire  $N > N_0$  : il donne la construction de la figure 10a.
- ♦  $\|\overline{OA_2}\| < \|\overline{OA_3}\|$ , cas correspondant à  $L\omega < \frac{1}{C\omega}$

c'est-à-dire  $N < N_0$  : il donne la construction de la figure 10b.

◆  $\|\overline{OA_2}\| = \|\overline{OA_3}\|$ , cas correspondant à  $L\omega = \frac{1}{C\omega}$

c'est-à-dire  $N = N_0$  : il donne la construction de la figure 10c.

Le triangle OAB étant rectangle en B (Fig.10a et 10b),

on a dans le cas général :

$$U_m^2 = (R I_m)^2 + (L\omega I_m - \frac{I_m}{C\omega})^2, \text{ d'où } U_m = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} I_m.$$

$$\text{Donc, } I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}},$$

$$\text{soit : } I_m = \frac{U_m}{Z} \text{ avec } Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}.$$

D'après le cas de la figure 10a,  $L\omega > \frac{1}{C\omega}$ , on a  $\varphi_i < 0$ ,

ça signifie que l'intensité  $i(t)$  du courant est en retard de phase par rapport à la tension excitatrice  $u(t)$  : le circuit RLC série est dit inductif.

D'après le cas de la figure 10b,  $L\omega < \frac{1}{C\omega}$ , on a  $\varphi_i > 0$ , ça

signifie que l'intensité  $i(t)$  du courant est en avance de phase par rapport à la tension excitatrice  $u(t)$  : le circuit RLC série est dit capacitif.

D'après les constructions précédentes, on a :

$$|\operatorname{tg}\varphi_i| = \frac{|L\omega - \frac{1}{C\omega}|}{R}$$

En tenant compte de la dépendance du signe de  $\varphi$  de celui de

$(L\omega - \frac{1}{C\omega})$ , la phase initiale  $\varphi_i$  de  $i$  est telle que :

$$\operatorname{tg}\varphi_i = \frac{\frac{1}{C\omega} - L\omega}{R}, \text{ avec } -\frac{\pi}{2} \text{ rad} < \varphi_i < \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

### Remarque

Le déphasage  $\varphi_i$  entre  $i$  et  $u$  peut être aussi caractérisé par :

$$\cos \varphi_i = \frac{R}{Z}$$

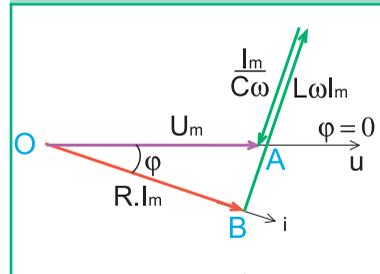


Fig.10a : Cas où  $L\omega > \frac{1}{C\omega}$

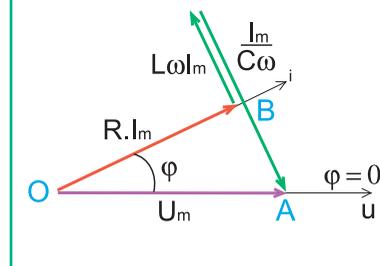


Fig.10b : Cas où  $L\omega < \frac{1}{C\omega}$

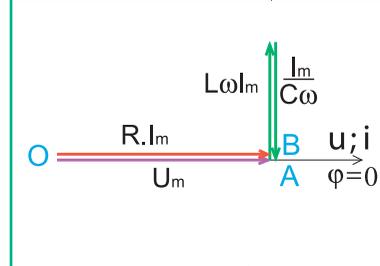


Fig.10c : Cas où  $L\omega = \frac{1}{C\omega}$

Fig.10 : Constructions de Fresnel

### Valeur maximale $Q_m$ et phase initiale $\varphi_q$ de la charge $q$ du condensateur

$q(t) = Q_m \sin(\omega t + \varphi_q)$  et  $q(t) = \int i \, dt$ . D'où :

$$Q_m = \frac{I_m}{\omega} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 \omega^2 + \left(\frac{1}{C} - L\omega^2\right)^2}}$$

$$\varphi_q = \varphi_i - \frac{\pi}{2} \text{ rad. Or, } -\frac{\pi}{2} \text{ rad} < \varphi_i < \frac{\pi}{2} \text{ rad, ce qui donne}$$

$$-\frac{\pi}{2} \text{ rad} < \varphi_q + \frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$$

D'où :  $-\pi \text{ rad} < \varphi_q < 0$ , ce qui signifie que la charge  $q$  évolue toujours en retard de phase par rapport à  $u(t)$ .

### Résonance d'intensité

L'impédance du circuit s'écrit  $Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$ .

♦ Aux très basses pulsations ainsi qu'aux pulsations beaucoup plus élevées que la pulsation propre  $\omega_0$  de l'oscillateur,

l'écart entre  $L\omega$  et  $\frac{1}{C\omega}$  augmente. Par suite, l'impédance  $Z$  devient de plus en plus grande.

Donc, dans l'un ou l'autre cas,  $I_m(\omega) = \frac{U_m}{Z} \rightarrow 0$ , ce qui

signifie que la réponse du circuit RLC série devient de plus en plus faible. Cette réponse s'améliore lorsque  $Z$  prend une valeur modérée, ce qui n'est possible qu'avec des valeurs comparables de  $L\omega$  et de  $\frac{1}{C\omega}$ .

♦ Dans le cas particulier où  $L\omega = \frac{1}{C\omega}$  obtenu avec  $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ,

c'est - à - dire avec  $N = N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$  :

- l'impédance  $Z$  est minimale :  $Z = R$ .

Par conséquent, l'intensité maximale prend sa valeur la plus

élevée  $I_{m0} = \frac{U_m}{R}$  : **c'est la résonance d'intensité.**

- La phase initiale  $\varphi_i$  de  $i(t)$  par rapport à  $u(t)$  est telle que

$$\text{tg}\varphi_i = \frac{\frac{1}{C\omega} - L\omega}{R} = 0, \text{ ce qui signifie qu'à la résonance, la}$$

tension  $u(t)$  et l'intensité  $i(t)$  sont en phase.

**Remarque**

L'appellation d'un oscillateur en régime forcé comme étant un résonateur revient au phénomène de résonance.

**Résonance de charge**

$$Q_m = \frac{I_m}{\omega}. \text{ Or, } I_m = \frac{U_m}{Z}, \text{ d'où :}$$

$$Q_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2\omega^2 + \left(\frac{1}{C} - L\omega^2\right)^2}} = \frac{U_m}{\sqrt{g(\omega)}},$$

$$\text{avec } g(\omega) = R^2\omega^2 + \left(\frac{1}{C} - L\omega^2\right)^2.$$

Donc, l'étude de  $Q_m$  en fonction de  $\omega$  revient à celle de  $g(\omega)$ .

Il suffit alors de déterminer le signe de  $\frac{dg}{d\omega}$ .

$$\frac{dg}{d\omega} = 2R^2\omega - 4L\omega\left(\frac{1}{C} - L\omega^2\right) = 2\omega\left(R^2 - 2\frac{L}{C} + 2L^2\omega^2\right)$$

Comme on a  $\omega \neq 0$ ,  $\frac{dg}{d\omega}$  s'annule seulement pour  $\omega = \omega_1$

telle que :

$$\omega_1^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}, \text{ et ce, en supposant qu'avec la valeur de } R_0$$

$$\text{choisie, on a : } \left(R^2 - 2\frac{L}{C}\right) < 0.$$

Dans ces conditions,

pour  $\omega < \omega_1$ , on a  $\frac{dg}{d\omega} < 0$  et pour  $\omega > \omega_1$ , on a  $\frac{dg}{d\omega} > 0$ , ce qui signifie que  $g(\omega)$  est minimale lorsque  $\omega = \omega_1$ .

Or,  $Q_m = \frac{U_m}{\sqrt{g(\omega)}}$ . Donc,  $Q_m$  est maximale : la valeur maximale

$Q_m$  de la charge  $q$  du condensateur est à sa valeur la plus élevée, ce qui explique la résonance de charge.

Par suite, la pulsation  $\omega_1$  à laquelle on a une résonance de charge est appelée pulsation de résonance et on la note  $\omega_r$ .

Or,  $\omega = 2\pi N$  et  $\frac{1}{LC} = (2\pi N_0)^2$ . Donc, la fréquence de résonance

$$\text{s'écrit : } N_r = \sqrt{N_0^2 - \frac{R^2}{8\pi^2 L^2}}$$

Ainsi, on montre bien que la résonance de charge est obtenue à une fréquence  $N_r < N_o$ .

### Conclusion

Un circuit RLC série soumis une tension sinusoïdale de fréquence  $N$  entre en résonance de charge à la fréquence  $N = \sqrt{N_o^2 - \frac{R^2}{8\pi^2 L^2}}$  et en résonance d'intensité à la fréquence  $N = N_o$ .

- Résonance de charge  $\Leftrightarrow \begin{cases} Q_m \text{ est la plus élevée} \\ q \text{ reste en retard de phase par rapport à } u(t) \end{cases}$
- Résonance d'intensité  $\Leftrightarrow \begin{cases} I_m \text{ est la plus élevée} \\ i(t) \text{ est en phase avec } u(t) \end{cases}$

## 3 INFLUENCE DE LA RÉSISTANCE TOTALE DU CIRCUIT SUR LA RÉSONANCE

### Manipulation

On refait l'étude expérimentale du paragraphe 2 (p.116), toujours avec  $L = 0,2 \text{ H}$  et  $C = 0,47 \mu\text{F}$ , mais en fixant  $R_o$  successivement aux valeurs  $R_{o1} = 50 \Omega$ ,  $R_{o2} = 200 \Omega$  et  $R_{o3} = 1000 \Omega$ .

Les résultats des mesures faites permettent d'obtenir :

- pour l'intensité, les courbes de résonance (1), (2) et (3) de la figure 11a, correspondant respectivement à  $R_{o1}$ ,  $R_{o2}$  et  $R_{o3}$ .
- pour la charge, les courbes (1), (2) et (3) de la figure 11b correspondant respectivement à  $R_{o1}$ ,  $R_{o2}$  et  $R_{o3}$ .

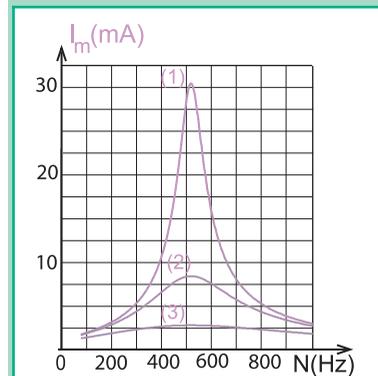


Fig.11a : Influence de l'amortissement sur la résonance d'intensité

### Questions

1°) Comparer les allures des courbes de résonance (1), (2) et (3) de la figure 11a entre elles ; en déduire l'influence de la résistance du circuit sur la résonance d'intensité.

2°) Comparer les allures des courbes (1), (2) et (3) de la figure 11b, entre elles ; en déduire l'influence de la résistance totale du circuit sur la résonance de charge.

3°) Dans les deux cas de figure (11a et 11b) déterminer les valeurs de toutes les fréquences de résonances et conclure.

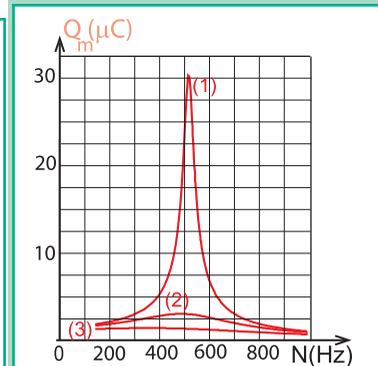


Fig.11b : Influence de l'amortissement sur la résonance de charge

## Interprétation

### ♦ Influence de l'amortissement sur la résonance d'intensité

A la résonance d'intensité, on a  $I_{mo} = \frac{U_m}{R}$ . Cela signifie que l'importance de la résonance dépend de l'ordre de grandeur de  $R$ , donc de  $R_o$  car  $R = R_o + r$ .

$I_{mo}$  est d'autant plus grande que  $R$  est plus petite.

- Si  $R$  est très petite, le maximum de  $I_{mo}$  est très élevé, ce qui se traduit par un pic de résonance très pointu (courbe (1) de la figure 11a) : **c'est la résonance aiguë**.

- Si  $R$  est grande,  $I_{mo}$  est faible, ce qui se traduit par un pic de résonance peu prononcé (courbe (2) de la figure 11a) : **c'est la résonance floue**.

- Si  $R$  est très grande,  $I_{mo}$  est très faible et le pic de résonance devient à peine reconnaissable (courbe (3) de la figure 11a) : **la résonance devient très floue**.

Cependant, la fréquence de résonance est inchangée : elle reste toujours égale à la fréquence propre de l'oscillateur (circuit RLC série).

### ♦ Influence de l'amortissement sur la résonance de charge

A la résonance de charge, on a :

$$Q_{mo} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2(2\pi N_r)^2 \left[ \frac{1}{C} - L(2\pi N_r)^2 \right]^2}}, \text{ avec } N_r = \sqrt{N_o^2 - \frac{R^2}{8\pi^2 L^2}} \quad (1)$$

$$\text{ce qui donne } Q_{mo} = \frac{U_m}{R \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}$$

- Si  $R$  est très petite (cas de  $R_{01}$ ), le terme  $\frac{R^2}{8\pi^2 L^2}$  est très petit devant  $N_o^2$ , ce qui donne une fréquence de résonance très légèrement inférieure à la fréquence propre  $N_o$  et une valeur maximale de l'amplitude  $Q_{mo}$  très élevée. Ces faits se traduisent par un pic de résonance très pointu (courbe (1) de la figure 11b) : **c'est la résonance aiguë**.

- Si  $R$  est grande (cas de  $R_{02}$ ), le terme  $\frac{R^2}{8\pi^2L^2}$  prend une valeur plus grande, mais sans dépasser celle de  $N_0^2$  ce qui donne une fréquence de résonance toujours inférieure à la fréquence propre  $N_0$  et une valeur maximale d'amplitude  $Q_{m0}$  très peu élevée (courbe (2) de la figure 11b) : **c'est la résonance floue.**

- Si  $R$  est très grande (cas de  $R_{03}$ ), la valeur du terme  $\frac{R^2}{8\pi^2L^2}$  devient inférieure à la valeur de  $N_0^2$ , c'est-à-dire que la condition  $(R^2 - 2\frac{L}{C}) < 0$  établie dans l'interprétation théorique du paragraphe 2 n'est plus satisfaite. Au contraire, on a  $(R^2 - 2\frac{L}{C}) > 0$  à cause de la très grande valeur de  $R$ . Par conséquent,  $Q_m$  ne peut que décroître lorsque la fréquence  $N$  des excitations augmente (courbe (3) de la figure 11b) : **résonance impossible.**

Une telle réponse du circuit RLC série, caractérisée par une évolution pratiquement linéaire de la charge maximale  $Q_m$  en fonction de la fréquence  $N$  des excitations est appelée réponse linéaire ; on dit aussi qu'un tel régime forcé est linéaire.

### Conclusion

Pour un circuit RLC série, la résonance de charge ou d'intensité est d'autant plus aiguë que l'amortissement est faible.

Contrairement à la fréquence de la résonance d'intensité qui ne dépend pas de l'amortissement, la fréquence de la résonance de charge est d'autant plus proche de la fréquence propre  $N_0$  de l'oscillateur que l'amortissement est faible.

## 4 LE PHÉNOMÈNE DE SURTENSION

### Manipulation

On reprend le montage de la figure 1 (p.112), toujours avec  $L = 0,2 \text{ H}$ ,  $C = 0,47 \text{ }\mu\text{F}$  et  $U_m = 2 \text{ V}$ , mais en choisissant comme fréquence d'excitation, la fréquence propre ( $N_o = 520 \text{ Hz}$ ) du circuit RLC série.

On mesure la valeur maximale  $U_{cm}$  de la tension aux bornes du condensateur pour des valeurs de la résistance  $R_o$  égales à  $R_{o1} = 20 \text{ }\Omega$ ,  $R_{o2} = 50 \text{ }\Omega$  et  $R_{o3} = 200 \text{ }\Omega$ . Les résultats des mesures sont consignés dans le tableau suivant :

|                               |    |    |     |
|-------------------------------|----|----|-----|
| $R_o \text{ (}\Omega\text{)}$ | 20 | 50 | 200 |
| $U_{cm} \text{ (V)}$          | 40 | 21 | 6,5 |

### Questions

1°) Reproduire, puis compléter le tableau suivant :

|                               |    |    |     |
|-------------------------------|----|----|-----|
| $R_o \text{ (}\Omega\text{)}$ | 20 | 50 | 200 |
| $Q = \frac{U_{cm}}{U_m}$      |    |    |     |

2°) Le quotient  $Q = \frac{U_{cm}}{U_m}$  est appelé facteur de surtension à la résonance. Justifier cette appellation.

3°) a) Montrer théoriquement que  $Q$  peut s'écrire uniquement en fonction des caractéristiques  $R$ ,  $L$  et  $C$  de l'oscillateur.

b) Calculer les valeurs théoriques de  $Q$ , correspondant respectivement aux valeurs  $20 \text{ }\Omega$ ,  $50 \text{ }\Omega$  et  $200 \text{ }\Omega$  de la résistance  $R_o$ .

4°) Quelle précaution faut-il prendre pour avoir un facteur de surtension modéré à la résonance ?

### Expression de Q

Pour une pulsation  $\omega$  égale à la pulsation propre  $\omega_0$ ,

$$U_C = \frac{I_0}{C\omega_0} \text{ et } I_0 = \frac{U}{R_0 + r}. \text{ D'où : } Q = \frac{1}{(r + R_0) C\omega_0}. \quad (1)$$

Or,  $\frac{1}{C\omega_0} = L\omega_0$ . Donc, Q s'exprime autrement comme suit :

$$Q = \frac{L\omega_0}{R_0 + r} \quad (2)$$

En remplaçant  $\omega_0$  par  $\frac{1}{\sqrt{LC}}$  dans (1) par exemple, il vient :

$$Q = \frac{1}{(R_0 + r) C} \sqrt{LC}. \text{ Donc : } Q = \frac{1}{(R_0 + r)} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Donc, le facteur de surtension Q augmente quand l'inductance L augmente et lorsque la capacité C et la résistance R du circuit diminuent. S'il est trop élevé, la surtension devient dangereuse tant pour l'utilisateur que pour les composants du circuit ou les appareils d'une manière générale : elle peut provoquer le claquage du condensateur et des étincelles entre les spires de la bobine, d'où le risque d'électrocution.

### Remarque

A la résonance d'intensité :  $U = (R_0 + r) I$  et  $U_{\text{Bobine}} = \sqrt{r^2 + (L\omega_0)^2} I$ .

Si la valeur de l'inductance L est telle que,  $L\omega_0 \gg (R_0 + r)$ , la valeur de la tension efficace aux bornes de la bobine sera plus grande que la valeur de la tension efficace d'alimentation. Donc, il y a aussi risque de surtension aux bornes de la bobine (Fig.12).

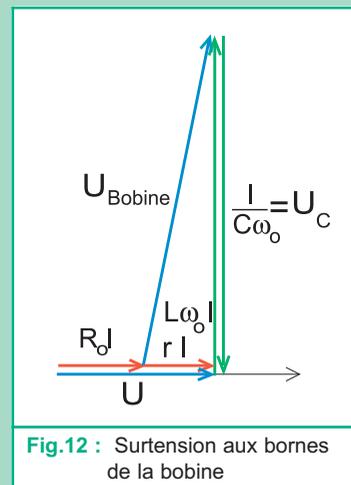


Fig.12 : Surtension aux bornes de la bobine

### Conclusion

- A la résonance d'intensité d'un circuit RLC série, il peut surgir aux bornes du condensateur, une surtension caractérisée par le facteur :

$$Q = \frac{1}{(R_0 + r)} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

- Le facteur de surtension Q est d'autant plus grand que la résonance est plus aiguë.

- Une surtension élevée peut entraîner des conséquences néfastes.

## 5 APPLICATIONS DE LA RÉSONANCE

Les applications de la résonance sont très nombreuses. on cite essentiellement :

- les oscillateurs à quartz,
- le haut parleur et le microphone électrodynamique,
- la réception d'émissions radiophoniques.

Dans le dernier exemple cité, lorsqu'il s'agit d'un poste radio ordinaire, la résonance aiguë est recherchée parce que pour écouter nettement une émission, on doit accorder la fréquence propre de l'oscillateur RLC série du récepteur (poste radio) avec la fréquence sur laquelle émet la station choisie. Cependant, dans le cas d'une chaîne "haute fidélité", les étages d'amplification doivent répondre avec des courbes de résonance floue (les plus aplaties possibles) dans le domaine des sons audibles afin que l'appareil puisse restituer les timbres des voix et des instruments de musique.

## 6 PUISSANCE MOYENNE ET FACTEUR DE PUISSANCE

Dans ce paragraphe, on se propose d'étudier le bilan énergétique des oscillations forcées d'un circuit RLC série en régime sinusoïdal.

### 6.1- PUISSANCE ÉLECTRIQUE INSTANTANÉE

En appliquant à ses bornes A et B une tension sinusoïdale de basse fréquence  $u(t) = U\sqrt{2} \sin \omega t$ , un dipôle D (Fig.13) sera parcouru par un courant d'intensité sinusoïdale

$i(t) = I\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi)$  et recevra, à tout instant, une puissance électrique :  $p(t) = u(t).i(t)$  .

Étant générale, cette expression est applicable au circuit RLC

série  $p(t) = ui = U\sqrt{2} \sin(\omega t).I\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi) = 2UI \sin \omega t.\sin(\omega t + \varphi)$ .

En appliquant au produit des deux facteurs sinusoïdaux figurant dans cette expression de  $p(t)$ , la relation trigonométrique

$\text{Sin}a.\text{sin}b = \frac{1}{2}[\cos(a - b) - \cos(a + b)]$ , on aboutit à :

$$p(t) = UI\cos \varphi - UI\cos(2\omega t + \varphi).$$

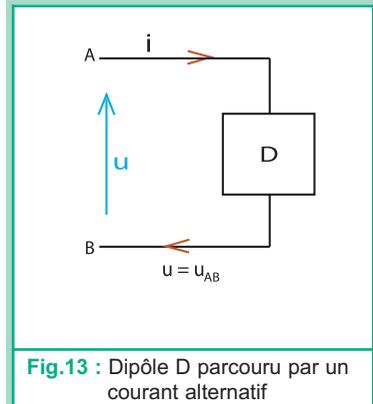


Fig.13 : Dipôle D parcouru par un courant alternatif

On constate que la puissance instantanée est la somme algébrique du terme constant “ $UI\cos\varphi$ ” et du terme “ $UI\cos(2\omega t + \varphi)$ ” évoluant périodiquement au cours du temps avec une fréquence double de celle de  $u(t)$  et de  $i(t)$ , ce qui rend  $p(t)$  périodique de période  $T_p = \frac{1}{2} T$ .

Ainsi, pendant une demi-oscillation de  $i(t)$ ,  $\cos(2\omega t + \varphi)$  varie entre +1 et -1. Par conséquent,  $p(t)$  peut être positive et le dipôle RLC série est effectivement un récepteur. Puis, elle peut devenir négative et le même dipôle se comporte alors comme un générateur. Cependant, pour déterminer le bilan, ces constatations restent insuffisantes.

## 6.2- PUISSANCE ÉLECTRIQUE MOYENNE

### Définition

La puissance moyenne d'un dipôle D est la valeur moyenne prise par sa puissance instantanée  $p(t)$  sur une très grande durée  $\Delta t$  (tendant vers l'infini). Lorsque  $p(t)$  est périodique<sup>⊙</sup>, il est équivalent de prendre  $\Delta t$  égale à une période.

On note la puissance électrique moyenne  $P$  et on l'appelle aussi en régime forcé sinusoïdal, puissance électrique active ou réelle. Comme toute puissance, la puissance moyenne s'exprime en watt (W) et se mesure avec un wattmètre.

### Expression de P

Lorsque la puissance instantanée  $p(t)$  est périodique, sa valeur moyenne  $P$  sur une période  $T_p$  s'écrit :

$$P = \frac{1}{T_p} \int_{kT_p}^{(k+1)T_p} p(t) dt$$

où  $k$  est un entier naturel.

En régime sinusoïdal, on vient de trouver :

$$p(t) = UI\cos\varphi - UI\cos(2\omega t + \varphi).$$

$$\text{Donc, } P = \frac{1}{T_p} \int_{kT_p}^{(k+1)T_p} UI\cos\varphi dt - \frac{1}{T_p} \int_{kT_p}^{(k+1)T_p} UI\cos(2\omega t + \varphi) dt.$$

$$\text{Ce qui donne : } P = \frac{UI\cos\varphi}{T_p} \left[ t \right]_{kT_p}^{(k+1)T_p} - \frac{UI}{2\omega T_p} \left[ \sin(2\omega t + \varphi) \right]_{kT_p}^{(k+1)T_p}.$$

La fonction  $\sin(2\omega t + \varphi)$  étant périodique de période  $T_p = \frac{\pi}{\omega}$ ,

$$\text{on a : } \left[ \sin(2\omega t + \varphi) \right]_{kT_p}^{(k+1)T_p} = 0.$$

$$\text{Cependant, } \left[ t \right]_{kT_p}^{(k+1)T_p} = T_p. \text{ Il vient donc : } P = UI\cos\varphi$$

⊙ Le cas unique qui figure dans le programme est celui du régime sinusoïdal forcé.

Cette forme générale de l'expression de la puissance moyenne est indépendante de la nature du dipôle.

Étant semblable à l'expression de la puissance consommée en courant continu, le produit  $UI$  intervenant dans l'expression de  $P$  est appelé puissance apparente du dipôle.

La puissance apparente s'exprime en volt-ampère (V.A).

Le facteur  $\cos\varphi$  auquel la puissance moyenne est proportionnelle s'appelle **facteur de puissance**.

Pour le circuit RLC série,  $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$ . Donc, ce facteur est toujours positif. Par suite, la puissance moyenne est positive, ce qui veut dire que le circuit RLC série se comporte dans l'ensemble comme un dipôle passif.

D'autre part, on a  $U = Z.I$ , d'où :

$$P = R.I^2$$

Ainsi, on montre que la puissance active d'un circuit RLC série est due à sa résistance totale  $R$  : c'est une puissance consommée par effet Joule. En d'autres termes, la puissance moyenne dissipée dans le circuit sert à compenser l'amortissement : en moyenne, l'énergie transférée de l'excitateur à l'oscillateur sert, lorsque le régime oscillatoire est établi, à compenser les pertes par effet Joule.

### 6.3- RÉSONANCE DE PUISSANCE

La puissance moyenne ( $P = RI^2$ ) d'un circuit RLC série est proportionnelle au carré de l'intensité efficace du courant oscillant dans le circuit. Il s'en suit une résonance de puissance à chaque fois qu'il y a résonance d'intensité (Fig.14).

À la résonance d'intensité,  $P$  est maximale, ce qui est en accord avec la condition ( $\cos\varphi = 1$ ) établie précédemment.

### 6.4- TRANSFERT DE PUISSANCE MOYENNE

La puissance moyenne fournie par le GBF au circuit RLC série en régime forcé sinusoïdal est :

$$P = R \frac{U^2}{Z^2} = \frac{RU^2}{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

Discutons cette relation dans les deux cas extrêmes d'amortissement.

- Si l'amortissement est important, lorsque  $\omega$  tend vers zéro ou  $\omega$  est très grand, la puissance transférée est quasiment nulle. Mais, au voisinage de  $\omega_0$ ,  $P$  devient égale à  $\frac{U^2}{R}$ . Le transfert

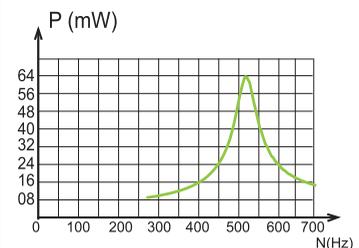


Fig.14 : Evolution de  $P$  en fonction de  $N$

de puissance s'effectue alors quelle que soit la fréquence mais il reste faible. Par conséquent, l'amplitude des oscillations est faible. C'est ce qui justifie la résonance floue (Fig.15).

- Si l'amortissement est faible, le transfert de puissance est important. Par conséquent, l'amplitude des oscillations est élevée. C'est ce qui justifie la résonance aiguë (Fig.15).

### 6.5- IMPORTANCE DU FACTEUR DE PUISSANCE $\cos\varphi$

Dans toute installation électrique, la tension d'alimentation est imposée par le réseau de distribution de la STEG. Tout appareil de l'installation est caractérisé par sa puissance nominale, puissance moyenne en fonctionnement normal. En marche, il sera parcouru par un courant d'intensité efficace :  $I = \frac{P}{U \cos\varphi}$ .

Le courant électrique débité provoque un échauffement par effet Joule des câbles de la ligne de transport d'électricité.

Par conséquent, de la puissance est perdue et, en grande partie, la perte est à la charge de la STEG : c'est la perte en ligne.

Comment minimiser la perte en ligne ?

Si l'on désigne par  $P_o$  la puissance moyenne perdue par effet Joule dans la ligne d'alimentation de résistance  $R_o$ , on a :

$$P_o = R_o I^2, \text{ soit : } P_o = R_o \frac{P^2}{U^2 \cos^2 \varphi}$$

$P$  et  $U$  étant imposées, pour minimiser  $P_o$ , il faut chercher à minimiser  $R_o$  et augmenter  $\cos\varphi$ .

Les possibilités de diminution de  $R_o$  sont limitées. En effet, l'opération demande l'augmentation du diamètre des câbles électriques, ce qui augmente leurs poids. Par conséquent, les lignes et leur infrastructure coûteront beaucoup plus cher.

Ainsi, la seule solution pratique pour rendre minimales les pertes par effet Joule est d'augmenter le facteur de puissance  $\cos\varphi$ . Pour ce, on exige qu'une installation électrique ait un facteur de puissance élevé ( $\cos\varphi > 0,8$ ).

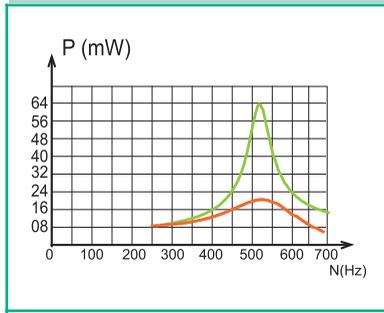


Fig.15 : Courbes de résonance aiguë et de résonance floue

### Conclusion

La puissance moyenne d'un circuit RLC série est dissipée par effet Joule. Cette dissipation se fait à n'importe quelle fréquence mais elle est d'autant plus importante que la résistance est plus grande.

A la résonance d'intensité, correspond une résonance de puissance :

la puissance moyenne de l'oscillateur RLC série est dans ces conditions la plus élevée.

# L'essentiel

■ Comme en régime libre non amorti, les oscillations forcées d'un circuit RLC série sont sinusoïdales mais de fréquence imposée par l'excitateur.

■ La réponse d'un circuit RLC série à une tension excitatrice sinusoïdale de fréquence  $N$  est :

- pour l'ensemble, un courant électrique alternatif sinusoïdal de valeur maximale :

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

- pour le condensateur, une charge électrique sinusoïdale de valeur maximale :

$$Q_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2(\frac{1}{C\omega} - L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

■ Contrairement au déphasage ( $\varphi_q - \varphi_u$ ) de la charge par rapport à la tension excitatrice qui est toujours négatif, le déphasage ( $\varphi_i - \varphi_u$ ) de l'intensité du courant par rapport à la tension excitatrice peut être positif ou nul.

■ En régime forcé sinusoïdal, les valeurs maximales  $Q_m$  de la charge du condensateur et  $I_m$  de l'intensité du courant sont d'autant plus élevées que l'amortissement est plus faible.

■ La résonance d'intensité est obtenue pour une fréquence d'excitations égale à la fréquence propre  $N_0$  de l'oscillateur, alors que celle de la charge est obtenue pour une fréquence d'excitations légèrement inférieure à  $N_0$ .

■ La résonance d'intensité d'un circuit RLC série peut être accompagnée d'une surtension aux bornes du condensateur, caractérisée par un quotient  $Q > 1$  appelé dans ces conditions facteur de surtension :

$$Q = \frac{U_c}{U}$$

■ En régime sinusoïdal forcé, la puissance moyenne  $P$  d'un circuit RLC série est la valeur moyenne prise par sa puissance instantanée  $p(t)$  durant une période :

$$P = UI \cos \varphi = RI^2$$

■ Comme la résonance d'intensité, la résonance de puissance est obtenue pour une fréquence des excitations égale à la fréquence propre de l'oscillateur.

■ Les pertes par effet Joule sont d'autant plus faibles que le facteur de puissance est plus grand.

# Exercices

## Exercice résolu

### ÉNONCÉ

On associe en série un condensateur de capacité  $C$ , une bobine  $B$  d'inductance  $L$  et un résistor de résistance  $R_0 = 81,5 \Omega$ . L'ensemble est alimenté par un générateur de basses fréquences (GBF) délivrant à ses bornes une tension alternative sinusoïdale  $u(t)$  de valeur maximale  $U_m = 6 \text{ V}$  et de fréquence  $N$  réglable (Fig.1).

1°) a) Préciser parmi les points A et B du circuit celui auquel on doit relier la masse du GBF afin de visualiser simultanément la tension d'alimentation  $u(t)$  et la tension  $u_{R_0}$  aux bornes du résistor, sur l'écran d'un oscilloscope bicourbe.

b) Reproduire le schéma de la figure 1 en y indiquant les branchements effectués à l'oscilloscope.

2°) Pour une valeur  $N_1$  de la fréquence  $N$  du GBF, on obtient les oscillogrammes (1) et (2) de la figure 2 avec les réglages suivants :

- base de temps :  $0,5 \text{ ms/div}$  ;
- voie utilisée pour visualiser  $u(t)$  :  $2 \text{ V/div}$  ;
- voie utilisée pour visualiser  $u_{R_0}(t)$  :  $1 \text{ V/div}$ .

a) Identifier parmi les oscillogrammes (1) et (2) celui représentant  $u(t)$ .

b) Déterminer graphiquement la fréquence  $N_1$  et la valeur maximale  $I_m$  de l'intensité  $i(t)$  du courant électrique oscillant dans le circuit RLC série. En déduire la valeur de la charge maximale  $Q_m$ .

c) Calculer l'impédance  $Z$  du circuit RLC série.

d) - Déterminer graphiquement le déphasage entre  $i(t)$  et  $u(t)$ .

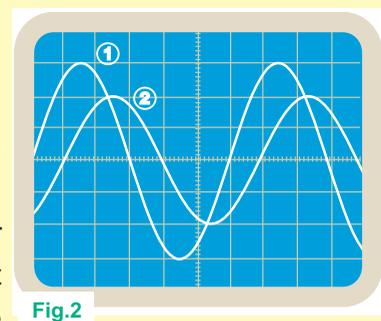
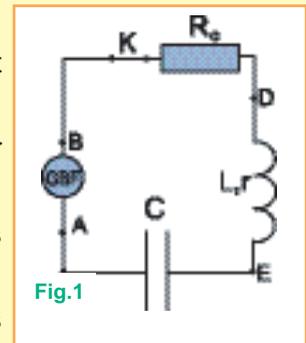
- En déduire que la bobine a une résistance interne non nulle que l'on calculera.

3) Pour étudier le comportement de l'oscillateur à une autre fréquence  $N_2$  du GBF, on visualise simultanément avec  $u(t)$ , la tension  $u_C(t)$  aux bornes du condensateur.

a) Préciser le point du circuit auquel on doit relier la masse du GBF à cette fin.

b) Reproduire de nouveau le schéma de la figure 1 tout en y indiquant les nouveaux branchements effectués à l'oscilloscope.

c) En fermant le circuit, on obtient les oscillogrammes de la figure 3 avec une sensibilité horizontale de  $1 \text{ ms/div}$  et une même sensibilité de  $2 \text{ V/div}$  pour les deux voies  $Y_1$  et  $Y_2$ . Identifier l'oscillogramme représentant  $u_C(t)$ .



- d)** Déterminer graphiquement la fréquence de  $u_C(t)$  ainsi que son déphasage par rapport à  $u(t)$ .
- e)** Montrer que l'oscillateur RLC série est en résonance d'intensité ou bien en résonance de charge.
- f)** Calculer le facteur de surtension et préciser si sa valeur présente un danger tout en justifiant la réponse.
- g)** Calculer C et L.

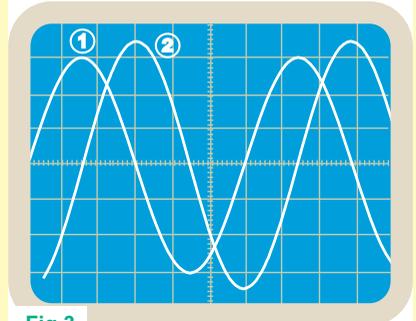


Fig.3

**SOLUTION**

**1°a)** Afin de visualiser simultanément  $u(t)$  et  $u_{R_0}(t)$ , il faut que la masse du GBF soit du côté du résistor de résistance  $R_0$ . Il faut alors la relier au point B.

**b)** Comme sur le schéma de la figure 4, le point A est à relier à l'entrée  $Y_1$  (ou  $Y_2$ ) afin de visualiser  $u(t)$  tandis que le point D est à relier à l'entrée  $Y_2$  (ou  $Y_1$ ) pour visualiser  $u_{R_0}(t)$ .

**2°a)**  $U_m = 6$  V et la voie utilisée pour visualiser  $u(t)$  est de 2 V/div. Donc, l'oscillogramme (1) dont les crêtes sont distantes de 6 div est celui qui représente  $u(t)$ .

**b)**  $u_{R_0}(t) = R_0 \cdot i(t)$  : étant proportionnelles l'une à l'autre,  $i(t)$  et  $u_{R_0}(t)$  évoluent au cours du temps avec la même fréquence.

Du fait que le décalage horaire entre les oscillogrammes (1) et (2) de la figure 2 est constant, on affirme que  $u_{R_0}(t)$  évolue avec la même fréquence  $N_1$  de  $u(t)$ .

$N_1 = \frac{1}{T_1}$ . Or,  $T_1$  s'étale sur 6 divisions et la sensibilité horizontale utilisée est de 0,5 ms/div.

Donc,  $T_1 = 3$  ms, ce qui signifie :  $N_1 \approx 333$  Hz.

On a :  $u_{R_0}(t) = R_0 \cdot i(t)$ , ce qui signifie :  $i(t) = \frac{u_{R_0}(t)}{R_0}$ . D'autre part, en s'appuyant sur la forme sinusoïdale de l'oscillogramme (2) de la figure 2, on écrit :  $u_{R_0}(t) = U_{R_{om}} \sin(2\pi N_1 t + \varphi)$ , où  $\varphi$  est sa phase initiale. Donc,  $i(t) = I_m \sin(2\pi N_1 t + \varphi)$ , avec  $I_m = \frac{U_{R_{om}}}{R_0}$ .

2 div  $\rightarrow U_{R_{om}}$  et 1 div  $\rightarrow 1$  V. Donc,  $U_{R_{om}} = 2$  V. D'où, avec  $R_0 = 81,5 \Omega$  :  $I_m = 24,5$  mA.

On a  $i = \frac{dq}{dt}$  et  $i(t)$  est une fonction sinusoïdale du temps. Donc,  $q(t)$  l'est aussi :

$$q(t) = Q_m \sin(2\pi N_1 t + \varphi).$$

$$i(t) = I_m \sin(2\pi N_1 t + \varphi_i), \text{ d'où : } q(t) = \frac{I_m}{2\pi N_1} \sin(2\pi N_1 t + \varphi_i - \frac{\pi}{2}).$$

$$\text{Il s'en suit : } Q_m = \frac{I_m}{2\pi N_1}.$$

$$\text{A.N : } Q_m = 11,7 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

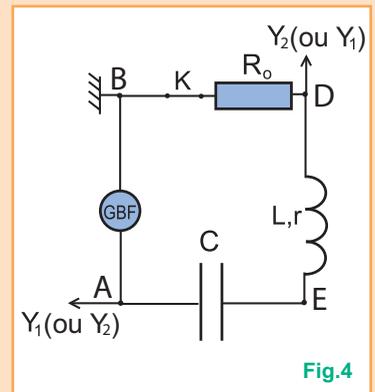


Fig.4

c) L'impédance  $Z$  du circuit RLC série s'écrit :  $Z = \frac{U_m}{I_m}$ .

A.N. : Avec  $U_m = 6 \text{ V}$  et  $I_m = 24,5 \text{ mA}$ ,  $Z = 244,9 \Omega \approx 245 \Omega$ .

d) Soit  $\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_u$ , le déphasage entre  $i(t)$  et  $u(t)$  de phases initiales  $\varphi_i$  et  $\varphi_u$ .  $\varphi_i$  étant égale à la phase initiale  $\varphi$  de  $u_{R_0}(t)$ , déterminer  $\Delta\varphi$  revient à déterminer graphiquement le décalage horaire  $\Delta t$  entre les oscillogrammes (2) et (1) de la figure 2 représentant respectivement  $u_{R_0}(t)$  et  $u(t)$ .

$$|\Delta\varphi| \rightarrow \Delta t = \frac{T}{6} \text{ et } \pi \text{ rad} \rightarrow \frac{T}{2}. \text{ Donc, } |\Delta\varphi| = \frac{\pi}{3} \text{ rad.}$$

Les maximums de  $u_{R_0}(t)$  sont atteints à  $\Delta t$  après ceux de  $u(t)$ . Donc,  $u_{R_0}(t)$  est en retard de phase par rapport à  $u(t)$ , ce qui signifie  $\Delta\varphi < 0$ . Par suite, on a :  $\Delta\varphi = -\frac{\pi}{3} \text{ rad}$ .

On sait que  $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$ . Ceci équivaut à  $R = Z \cdot \cos\varphi$ . Avec  $Z = 245 \Omega$  et  $\cos\varphi = \frac{1}{2}$  car  $\varphi = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$ , on a :

$R = 122,5 \Omega$ . Or,  $R_0 = 81,5 \Omega$ . Donc,  $R > R_0$ . Il en découle que la bobine a une résistance non nulle  $r = R - R_0$ . A.N. :  $r = 41 \Omega$ .

3°a) Pour visualiser simultanément la tension d'alimentation  $u(t)$  et la tension  $u_C(t)$  aux bornes du condensateur, la masse du GBF doit être reliée au point A comme dans la figure 5.

b) Comme sur le schéma de la figure 5, le point B est à relier à l'entrée  $Y_1$  (ou  $Y_2$ ) afin de visualiser  $u(t)$  tandis que le point E est à relier à l'entrée  $Y_2$  (ou  $Y_1$ ) pour visualiser  $u_C(t)$ .

c) L'oscillogramme (1) étant le seul d'amplitude égale à  $6 \text{ V}$ , il représente  $u(t)$ . Donc, c'est l'oscillogramme (2) qui représente  $u_C(t)$ .

d) Du fait que le décalage horaire entre les oscillogrammes (1) et (2) de la figure 3 est constant, on affirme que  $u_C(t)$  évolue avec la même fréquence  $N_2$  de  $u(t)$ .

En procédant comme on a fait pour répondre à la question 2.b, on obtient :  $N_2 = 167 \text{ Hz}$ .

Les maximums de la tensions  $u(t)$  sont atteints à  $\frac{T}{4}$  avant ceux de  $u_C(t)$ , ce qui signifie que  $u_C(t)$

est en quadrature retard de phase par rapport à  $u(t)$  :  $\varphi_{u_C} - \varphi_u = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .

e) On a :  $i = \frac{dq}{dt}$ , d'où :  $\varphi_i = \varphi_q + \frac{\pi}{2}$ . D'autre part,  $u_C = \frac{q}{C}$ . Il s'en suit :  $\varphi_{u_C} = \varphi_q$ .

Donc,  $\varphi_i = \varphi_{u_C} + \frac{\pi}{2}$ . Or,  $\varphi_{u_C} - \varphi_u = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ . Donc,  $\varphi_u - (\varphi_i - \frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ , d'où :  $\varphi_u - \varphi_i = 0$ .

Il s'agit alors d'une résonance d'intensité.

f)  $Q = \frac{U_{Cm}}{U_m}$ . En procédant comme on a fait pour déterminer graphiquement la valeur de  $U_{R_{om}}$  dans la réponse à la question 2.c, on trouve :  $U_{Cm} = 7 \text{ V}$ . On a ainsi :  $Q \approx 1,17$ .

$Q$  étant très peu supérieur à l'unité du fait que  $U_{Cm}$  est très légèrement supérieure à  $U_m$ , on ne court aucun danger.

g) On est à la résonance d'intensité. Donc,  $Q = \frac{1}{RC\omega_2}$ , d'où :  $C = \frac{1}{RQ\omega_2}$ .

A.N. : Sachant que  $\omega_2 = 2\pi N_2$  et avec  $N_2 = 167 \text{ Hz}$ , on trouve :  $C = 6,68 \text{ nF}$ .

D'autre part, la fréquence d'excitation est égale à la fréquence propre de l'oscillateur :

$$N_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \text{ d'où } L = \frac{1}{4\pi^2 N_2^2 C}. \quad \text{A.N. : } L = 137 \text{ mH}$$

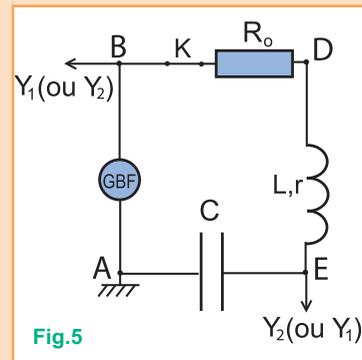


Fig.5



# Exercices à résoudre



## Tests rapides des acquis

### 1

### Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- Les oscillations d'un circuit RLC série auquel est appliquée une tension sinusoïdale sont libres.
- 2- La fréquence des oscillations forcées d'un circuit RLC série peut être égale à sa fréquence propre.
- 3- La résonance d'intensité est obtenue lorsque la tension aux bornes du circuit RLC série est en phase avec l'intensité du courant qui y circule.
- 4- La résonance d'intensité est obtenue lorsque l'impédance du circuit RLC série est maximale.

- 5- Le facteur de surtension d'un circuit RLC série augmente lorsque la résistance totale du circuit augmente.
- 6- La puissance moyenne consommée par le condensateur est nulle.
- 7- La résonance de puissance est elle même une résonance d'intensité.
- 8- Pour minimiser les pertes par effet Joule dans les lignes d'alimentation en électricité, on diminue le facteur de puissance.

### 2

### Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la (ou les) proposition(s) juste(s).

■ I- Un circuit RLC série est en résonance d'intensité lorsque :

- a- son impédance est minimale ;
- b- la fréquence qui lui est imposée est égale à sa fréquence propre ;
- c- son impédance est égale à la résistance du résistor ;
- d- l'intensité du courant qui y circule et la tension qui lui est appliquée sont en phase.

■ II- A la résonance d'intensité, l'intensité du courant  $i$  est :

- a- en quadrature avance de phase sur la tension aux bornes du condensateur ;
- b- en quadrature retard de phase par rapport à la tension aux bornes de la bobine.
- c- en phase avec la tension aux bornes du résistor.
- d- en phase avec la tension aux bornes du circuit RLC série.

■ III- Un circuit RLC série soumis à une tension sinusoïdale  $u$  de fréquence réglable  $N$  ne peut entrer en résonance de charge que si :

a-  $N_0 > \frac{R}{2\pi L\sqrt{2}}$  ;

b-  $C < \frac{R^2}{2L^2}$  ;

c-  $LCN_0^2 = 1$ .

■ IV- A la résonance d'intensité, une augmentation de la résistance du circuit RLC série entraîne :

- a- la diminution de la fréquence caractéristique de la résonance ;
- b- la diminution de la valeur maximale de l'amplitude de l'intensité du courant ;
- c- l'augmentation de la valeur maximale de la puissance moyenne consommée par le circuit.

■ V- Le facteur de surtension  $Q$  d'un circuit RLC série s'écrit :

a-  $\frac{2\pi LN_0}{R}$  ;

b-  $\frac{U_L}{U}$  quelle que soit la valeur de la fréquence  $N$  ;

c-  $\frac{1}{R}\sqrt{\frac{C}{L}}$  ;

d-  $\frac{U_C}{U}$  à la résonance d'intensité.

## Exercices d'application

**3** Les émetteurs produisent des oscillations électriques forcées dans les circuits d'accord des récepteurs radio. La recherche des stations émettrices sur ces derniers est un exemple de résonance d'intensité.

On désire capter une émission à la fréquence  $N = 16233$  Hz. Quelle valeur doit-on donner à la capacité  $C$  du condensateur du circuit d'accord RLC série sachant que la bobine a une inductance  $L = 10^{-4}$  H ?.

**4** On monte en série un condensateur de capacité  $C$  et une bobine d'inductance  $L$  et de résistance  $r$  aux bornes d'un générateur BF délivrant une tension sinusoïdale  $u(t)$  de pulsation  $\omega$  variable:  $u(t) = 30\sqrt{2} \sin \omega t$

En fixant  $\omega$  à  $2000 \text{ rad.s}^{-1}$ , les mesures fournissent :  $I = 600 \text{ mA}$ ,  $U_1 = 30 \text{ V}$  et  $U_2 = 30 \text{ V}$ .  
 $I$  : Valeur efficace de l'intensité  $i$  du courant circulant dans le circuit.

$U_1$  : Valeur efficace de la tension  $u_1$  aux bornes de la bobine.

$U_2$  : Valeur efficace de la tension  $u_2$  aux bornes du condensateur.

L'intensité  $i$  est de la forme :  $i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$ .

**1°)** A l'aide de la construction de Fresnel, calculer  $\varphi$ ,  $r$ ,  $L$  et  $C$ .

**2°)** Comparer par le calcul de leur quotient, la pulsation d'alimentation  $\omega$  et la pulsation propre  $\omega_0$  de l'oscillateur RLC série et préciser tout en justifiant la réponse le sens dans lequel il faut faire varier  $\omega$  pour avoir une résonance d'intensité.

**5** Un circuit RLC série comprenant :  
 - Un condensateur de capacité  $C = 20 \mu\text{F}$ ,  
 - un résistor de résistance  $R = 20 \Omega$ ,  
 - une bobine d'inductance  $L = 0,55 \text{ H}$  et de résistance interne  $r = 12,5 \Omega$ .

On applique aux bornes de ce circuit une tension sinusoïdale de fréquence variable :

$$u(t) = 100\sqrt{2} \sin 2\pi Nt, \text{ avec } N = 48 \text{ Hz}$$

**1°)** Donner, sans démonstration, l'expression de l'impédance  $Z$  en fonction de  $R$ ,  $r$ ,  $L$  et  $C$ . La calculer.

**2°)** Donner l'expression de l'intensité efficace  $I$  en fonction de  $Z$ .

**3°)** Le circuit est équivalent à un résistor de résistance  $(R + r)$ .

**a)** Montrer que la valeur de  $N$  est égale à la fréquence propre  $N_0$  du circuit. La calculer.

**b)** Quelles sont alors les valeurs de l'impédance  $Z_0$  et de l'intensité  $I_0$  obtenues pour  $N = N_0$ .

**6** On considère un circuit comportant, en série, un résistor de résistance  $R$ , une bobine d'inductance  $L$  et un condensateur de capacité  $C$ . Ce circuit est alimenté par un générateur BF délivrant une tension sinusoïdale de valeur efficace  $U$  et de pulsation  $\omega$  réglable. Un ampèremètre de résistance négligeable permet de mesurer l'intensité efficace  $I$  du courant dans le circuit.

**1°)** Pour une pulsation  $\omega$  donnée, utiliser la construction de Fresnel pour exprimer l'impédance du circuit et le déphasage en fonction de  $\omega$ ,  $R$ ,  $L$  et  $C$ .

**2°)**  $U$  étant constante, on fait varier  $\omega$  et on relève l'intensité efficace  $I$  pour chaque valeur de  $\omega$ .

**a)** Donner l'allure générale de la courbe représentant  $I = f(\omega)$ . Quel phénomène cette courbe met-elle en évidence ?

**b)** Soit  $\omega_0$  la valeur de la pulsation pour laquelle le phénomène précédent se produit. La pulsation  $\omega_0$  dépend-elle de  $R$ ,  $L$  et  $C$  ?

Donner l'expression de  $\omega_0$  en fonction de deux de ces trois grandeurs.

**c)** Que deviennent l'impédance  $Z$  et le déphasage pour  $\omega = \omega_0$  ?

**7** Un dipôle RLC série constitué d'une bobine  $B$  d'inductance  $L$  et de résistance  $r$  et d'un condensateur de capacité  $C = 0,5 \mu\text{F}$ , est alimenté par un générateur délivrant une tension alternative sinusoïdale de fréquence  $N$  variable. La tension efficace  $U$  aux bornes du générateur est maintenue constante et égale à  $2 \text{ V}$ . Les valeurs de la fréquence  $N_0$  de résonance d'intensité et l'intensité efficace  $I_0$  correspondante sont respectivement  $2325 \text{ Hz}$  et  $130 \text{ mA}$ . Déterminer :

- 1°) les caractéristiques de la bobine inductive,
- 2°) le facteur de surtension et la puissance moyenne maximale consommée par le circuit RLC série.

## 8

On établit une tension alternative sinusoïdale de pulsation  $\omega$  entre les bornes M et N d'une portion de circuit comprenant un condensateur de capacité C et une bobine d'inductance L et de résistance interne r. L'intensité efficace étant  $I = 0,20$  A, la mesure des tensions efficaces fournit les résultats suivants :

$U_{MN} = 120$  V,  $U_{MP} = 160$  V et  $U_{PN} = 56$  V. (P : point de connexion de la bobine au condensateur).

- 1°) Calculer les impédances de la bobine et du condensateur ainsi que la résistance r de la bobine.
- 2°) Calculer le déphasage de la tension  $u_{MN}$  par rapport à l'intensité i du courant.
- 3°) Sachant qu'un courant de pulsation  $\omega_0 = 250 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$  parcourant le circuit serait en phase avec la tension  $u_{MN}$ , déterminer :
  - a) les valeurs de l'inductance et de la capacité,
  - b) la pulsation  $\omega$  et la fréquence N correspondante,
  - c) la puissance moyenne consommée dans le circuit.
- 4°) Montrer que l'intensité efficace du courant reprendra la valeur  $I = 0,20$  A pour une deuxième pulsation  $\omega'$  que l'on calculera.
- 5°) Comparer les puissances moyennes consommées dans le circuit aux pulsations  $\omega$ ,  $\omega_0$  et  $\omega'$ .

## 9

Un oscillateur RLC série comprenant un résistor de résistance  $R = 50 \Omega$ , un condensateur de capacité  $C = 1 \mu\text{F}$  et une bobine d'inductance L réglable et de résistance négligeable est alimenté par un générateur délivrant une tension sinusoïdale :

$$u(t) = 10\sqrt{2} \sin(100\pi t)$$

- 1°) Etablir l'équation différentielle régissant les oscillations du courant circulant dans le circuit RLC série.
- 2°) Sachant qu'en régime permanent, l'intensité du courant s'écrit  $i(t) = I_m \sin(100\pi t + \varphi)$  :

- a) déterminer la valeur  $L_0$  de l'inductance de la bobine donnant une résonance d'intensité,
- b) montrer que si l'on ferme le circuit en maintenant L égale à  $L_0$ , il se produit un phénomène de surtension aux bornes du condensateur.

2°) Sachant que la valeur de la tension de rupture sérigraphiée sur le boîtier du condensateur utilisé est  $U_0 = 100$  V, déterminer la valeur de l'inductance L de la bobine à ne pas dépasser pour éviter tout risque de claquage du condensateur.

## 10

Un dipôle AB est constitué par l'association en série d'un résistor, d'un condensateur de capacité C et d'une bobine purement inductive d'inductance L.

On désigne par R la résistance totale du circuit. On applique aux bornes du dipôle AB une tension  $u_{AB} = U_m \sin \omega t$  de valeur efficace U, constante mais de pulsation  $\omega$  réglable. Un wattmètre mesure la puissance électrique moyenne P reçue par le dipôle.

1°) Démontrer que lorsque l'on règle  $\omega = \omega_0$  pour obtenir les conditions de résonance d'intensité pour ce dipôle, on mesure une valeur maximale  $P_0$  pour la puissance moyenne. Exprimer  $P_0$  en fonction de U et de R.

En déduire l'expression de l'énergie électrique  $E_0$  reçue par le dipôle pendant une période, en fonction de U, R et  $\omega_0$ .

2°) Dans les conditions de résonance, exprimer en fonction du temps l'énergie totale  $E_t$  emmagasinée dans le dipôle, sous forme magnétique  $E_L$  dans la bobine et sous forme électrique  $E_C$  dans le condensateur.

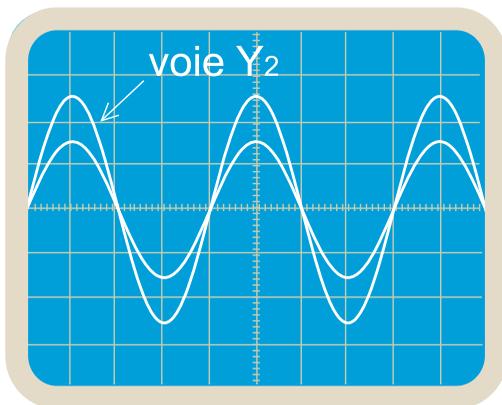
Montrer que  $E_t$  reste constante. Dans ces conditions, exprimer cette énergie totale en fonction de L, U et R. Que devient donc à chaque instant l'énergie électrique reçue par le dipôle ?

3°) Exprimer le rapport  $\frac{E_t}{E_0}$  en fonction du facteur de surtension Q du circuit.

**11** Un générateur G délivrant une tension alternative sinusoïdale de fréquence  $N$  réglable et de valeur efficace  $U$  constante alimente un circuit RLC série constitué d'un résistor de résistance  $R = 300 \Omega$ , d'un condensateur de capacité  $C = 3 \mu\text{F}$  et d'une bobine d'inductance  $L$  et de résistance interne  $r$ . On se propose de visualiser simultanément à l'oscilloscope, la tension  $u(t)$  aux bornes du circuit (voie  $Y_1$ ) et la tension  $u_R(t)$  aux bornes du résistor (voie  $Y_2$ ).

Pour une valeur  $N_0$  de la fréquence  $N$  de la tension délivrée par G, on obtient les oscillogrammes de la figure ci-après avec :

- sensibilité verticale sur la voie  $Y_1$  :  $4 \text{ V} / \text{div}$ .
- sensibilité verticale sur la voie  $Y_2$  :  $2 \text{ V} / \text{div}$ .
- sensibilité horizontale :  $1 \text{ ms} / \text{div}$ .



- 1°) Quel est le phénomène observé ?
- 2°) Déterminer la valeur de l'inductance  $L$  et celle de la résistance  $r$  de la bobine.

**12** On monte en série un résistor de résistance  $R$ , un condensateur de capacité  $C$  et une bobine purement inductive, d'inductance  $L = 0,1 \text{ H}$ .

On applique entre les bornes du dipôle ainsi réalisé une tension sinusoïdale  $u(t) = U_m \sin 2\pi Nt$ , où l'amplitude  $U_m$  est constante et la fréquence  $N$  est réglable.

- 1°) Etablir l'équation différentielle régissant les

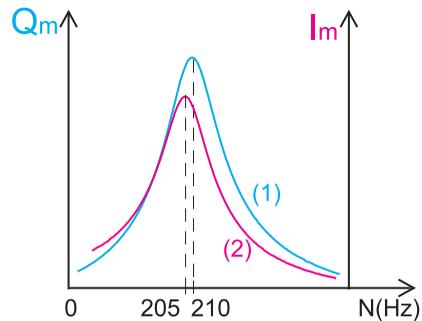
oscillations de la charge  $q$  du condensateur.

2°) a) Exprimer la valeur maximale  $I_m$  de l'intensité du courant oscillant en fonction de  $U_m$ ,  $R$ ,  $L$ ,  $C$  et  $N$ .

b) En déduire l'expression de la valeur maximale  $Q_m$  de la charge  $q$ .

3°) Montrer que le circuit entre en résonance de charge pour une fréquence  $N_r$  dont on déterminera l'expression en fonction de  $R$ ,  $L$  et  $N_0$  (fréquence propre du circuit). En déduire que cette résonance disparaît lorsque la résistance  $R$  dépasse une valeur limite  $R$  que l'on exprimera en fonction de  $L$  et de  $C$ .

4°) Pour différentes valeurs de la fréquence  $N$ , on mesure les valeurs maximales  $Q_m$  de la charge  $q$  et  $I_m$  de l'intensité  $i$  du courant qui circule dans le circuit. Les résultats des mesures ont permis de tracer les courbes (1) et (2) de la figure ci-dessous.



- a) Identifier, en le justifiant, la courbe correspondant à  $Q_m(N)$ .
- b) En déduire les valeurs de  $N_0$ ,  $N_r$ ,  $C$  et  $R$ .

### ◆ Exercices de synthèse

**13** On dispose d'un condensateur sur lequel le fabricant fournit les indications suivantes :

|                  |            |
|------------------|------------|
| Références       | EFD-CPM13B |
| Capacité         | 1,2 MF     |
| Tolérance        | 10%        |
| Tension maximale | 160 V      |

On se propose de faire une recherche de la valeur réelle de la capacité  $C$ . Pour ce, on réalise un circuit série constitué d'un GBF délivrant une tension sinusoïdale de valeur efficace

$U = 2$  V, d'un résistor de résistance  $R = 10 \Omega$ , d'une bobine d'inductance  $L = 58$  mH et de résistance  $r$  et du condensateur à étudier. Puis, on y insère un voltmètre et un ampèremètre.

1°) Schématiser le montage à réaliser de telle sorte que l'on puisse :

- vérifier que la tension efficace à la sortie du GBF soit maintenue constante et égale à 2 V,
- mesurer l'intensité efficace du courant dans le circuit RLC série.

2°) On va rechercher la résonance d'intensité en faisant varier la fréquence de la tension délivrée par le GBF. Lors des mesures, on constate qu'à la fréquence  $N = 610$  Hz, l'intensité efficace prend sa valeur maximale  $I = 96,7$  mA.

a) Quelle est la valeur numérique de la fréquence propre du circuit ? justifier la réponse.

b) Déduire de cette fréquence, la valeur de la capacité  $C$  du condensateur. Quelle indication aurait dû porter le fabricant à la place de MF ?

c) La valeur obtenue par cette méthode de mesure est-elle dans le domaine de tolérance donné par le constructeur ?

**14** Un circuit électrique comporte en série :

- un résistor de résistance  $R = 40 \Omega$ ,
- un condensateur de capacité  $C$ ,
- une bobine d'inductance  $L$  et de résistance  $r$ .

L'ensemble est alimenté par un GBF délivrant une tension sinusoïdale de fréquence  $N$  réglable :  $u(t) = 10\sqrt{2} \sin(2\pi Nt)$

1°) Pour une fréquence  $N_0$ , la valeur de la tension efficace aux bornes du résistor est  $U_R = 9,6$  V et la tension instantanée aux bornes du condensateur est :

$$u_c(t) = U_c \sqrt{2} \sin(318\pi t - \frac{\pi}{2}) \text{ où } U_c = 36 \text{ V.}$$

a) Montrer que le circuit est en résonance d'intensité.

b) Déterminer:

- la valeur de l'intensité efficace  $I_0$  du courant électrique circulant dans le circuit,
- les valeurs de  $C$ ,  $L$  et  $r$ ,
- la valeur du coefficient de surtension  $Q$  du circuit.

c) Montrer que  $u$  et  $u_c$  vérifient à chaque instant la relation :  $u_c^2 = -Q^2 u^2 + 2U_c^2$ .

d) Etablir l'expression de l'énergie électrique totale en fonction de  $u$  et  $u_c$  et montrer qu'elle se conserve.

**15** Un GBF (générateur basse fréquence) délivrant une tension sinusoïdale de valeur efficace  $U = 10$  V, est utilisé pour alimenter un résistor de résistance  $R = 100 \Omega$ , un condensateur de capacité  $C = 0,5 \mu\text{F}$  et une bobine de résistance  $r = 100 \Omega$  et d'inductance  $L = 50$  mH, ces trois dipôles étant montés en série.

1°) Pour la fréquence  $N = N_1 = 318$  Hz du GBF, calculer :

a) l'impédance  $Z_1$  du circuit RLC série,

b) la valeur efficace  $I_1$  de l'intensité du courant débité par le GBF,

c) la puissance  $P_1$  consommée par le circuit,

d) la phase  $\varphi_1$  de la tension  $u(t)$  délivrée par le générateur par rapport à l'intensité du courant qu'il débite. Préciser parmi ces deux grandeurs (tension ou intensité du courant) celle qui est en avance de phase sur l'autre.

En déduire le caractère (résistif, capacitif ou inductif) du circuit.

2°) Pour la fréquence  $N_1$ , tracer à l'échelle le diagramme de Fresnel du circuit.

3°) On fixe la fréquence  $N$  à une valeur  $N_0$  égale à la fréquence propre du circuit RLC série.

a) Que devient le diagramme de Fresnel tracé précédemment ?

b) En exploitant ce nouveau diagramme, calculer l'impédance  $Z_0$  du circuit, la valeur efficace  $I_0$  de l'intensité du courant débité par le GBF et la puissance  $P_0$  consommée par le circuit.

**16** On dispose des appareils et des composants suivants :

- un générateur de tension sinusoïdale de valeur efficace réglable de 0 à 10 V, de fréquence réglable de 5 à 5 kHz,
- un ampèremètre,
- deux voltmètres,
- une bobine d'inductance  $L$  et de résistance  $r$ ,
- un condensateur de capacité  $C$ ,
- une boîte de résistance réglable de 0 à 1,1 k $\Omega$ ,
- un oscilloscope bicourbe.

1°) Schématiser avec les éléments adéquats de la liste ci-dessus le montage permettant d'étudier la variation de l'intensité du courant dans un circuit RLC série soumis à une tension sinusoïdale de fréquence variable (l'oscilloscope sera utilisé au 3°).

2°) la mesure de l'intensité efficace dans le circuit en fonction de la fréquence permet de

|       |      |      |      |      |      |      |      |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|
| N(Hz) | 100  | 200  | 300  | 400  | 500  | 600  | 700  |
| I(mA) | 1,6  | 3,4  | 5,7  | 8,9  | 15,1 | 27,6 | 47,0 |
| N(Hz) | 800  | 900  | 1000 | 1100 | 1200 | 1300 | 1400 |
| I(mA) | 31,5 | 20,5 | 14,6 | 11,7 | 9,8  | 8,5  | 7,6  |

dresser le tableau suivant. La tension efficace  $U$  d'entrée est maintenue constante, égale à 5 V pour tout l'exercice.

a) Tracer la courbe  $I = f(N)$ .

Echelles :

- Sur l'axe des abscisses, 1cm représente 100 Hz.
- Sur l'axe des ordonnées, 1cm représente 2,5 mA.

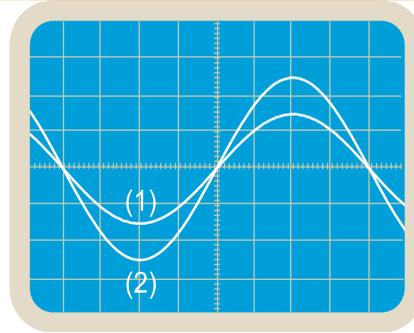
b) Que représente la fréquence  $N_0$  correspondant au maximum d'intensité ? Donner sa valeur.

c) Quelle est la résistance totale du circuit ?

3°) a) Représenter sur le schéma de la première question le branchement de l'oscilloscope pour visualiser la tension  $u(t)$  délivrée par le générateur sur la voie A et les variations d'intensité du courant sur la voie B.

b) Lorsque  $N = N_0$ , on observe l'oscillogramme de la figure ci-dessous. Les réglages de l'oscilloscope sont :

- déviation verticale voie A : 2 V/div.
- déviation verticale voie B : 1 V/div.
- balayage : 0,2 ms/div.



Quelle est, parmi les courbes (1) et (2), celle qui correspond à celle enregistrée sur la voie A ?

En déduire la valeur de la résistance  $R$  réglable puis celle de la résistance  $r$  de la bobine.

c) La tension efficace  $U_C$  mesurée aux bornes du condensateur est alors maximale et vaut 21,5 V. Déterminer la valeur de  $C$ .

d) Calculer la valeur de l'inductance  $L$ .

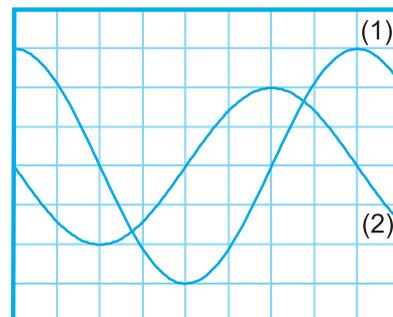
**17** On réalise un dipôle RLC en montant en série un résistor de résistance  $R$ , un condensateur de capacité  $C$  et une bobine purement inductive d'inductance  $L = 1\text{H}$ .

On applique aux bornes de ce dipôle une tension sinusoïdale  $u(t) = U\sqrt{2}\sin\omega t$ , où la valeur efficace  $U$  est constante et la pulsation  $\omega$  est réglable.

1°) Donner l'expression de l'intensité efficace  $I$  du courant qui circule dans le circuit en fonction des grandeurs  $U$ ,  $R$ ,  $L$ ,  $C$  et  $\omega$ . En déduire l'expression de la tension efficace  $U_C$  aux bornes du condensateur en fonction des mêmes grandeurs.

2°) Montrer que l'oscillateur entre en résonance de charge pour une pulsation  $\omega_r$  inférieure à la pulsation propre  $\omega_0$  de l'oscillateur.

3°) Pour une pulsation  $\omega = 100\pi \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ , on visualise, à l'aide d'un oscilloscope bicourbe, la tension  $u(t)$  aux bornes du circuit RLC série et la tension  $u_C(t)$  aux bornes du condensateur. On obtient alors les chronogrammes de la figure ci-dessous.



- a) Lequel des chronogrammes (1) et (2) est celui de  $u_c(t)$  ? Justifier la réponse.
- b) Calculer le déphasage de  $u_c(t)$  par rapport à  $u(t)$ .
- c) Montrer que dans ces conditions, l'oscillateur est en résonance d'intensité.
- 4°) Sachant que la sensibilité verticale de l'oscilloscope est réglée à une valeur égale à 10 V/div, déterminer l'expression de la charge  $q(t)$  du condensateur.

## 18 Étude de texte

### Le facteur de puissance

Le facteur de puissance est un paramètre qui rend compte de l'efficacité qu'a une installation électrique pour consommer de la puissance lorsqu'elle est en marche.

Un mauvais facteur de puissance va augmenter les pertes en ligne, gaspiller la capacité et réduire l'efficacité de l'infrastructure électrique de l'utilisateur.

La structure tarifaire des fournisseurs d'électricité comme la STEG est établie de façon à inciter les usagers à maintenir constamment un facteur de puissance très élevé. Cela évite les variations de tension et les pertes d'énergie sur le réseau et, par conséquent, le surdimensionnement des installations. Si chacun améliore le facteur de puissance de sa propre installation électrique, il réduit les frais de puissance tout en prolongeant la durée de vie de ses équipements.

La puissance apparente que le réseau de la STEG fournit se décompose en une puissance active et une puissance réactive.

La puissance active assure le fonctionnement des équipements produisant de la chaleur (appareils d'éclairage, radiateurs, etc.), alors que la puissance réactive résulte de la création de champs magnétiques utiles au fonctionnement de divers équipements (moteurs, compresseurs, etc.).

L'une des façons de mieux gérer les coûts d'énergie, c'est de minimiser la puissance maximale appelée en fonction des besoins simultanés des usagers en énergie électrique. En fait, la puissance maximale appelée joue un rôle déterminant dans l'établissement de la puissance qui leur est facturée pour une période donnée.

L'une des solutions proposées aux industriels est de monter des condensateurs dans l'installation électrique de leur usine afin de réduire l'écart entre la puissance moyenne et la puissance apparente et d'améliorer ainsi leur facteur de puissance.

### Questions

- 1°) Qu'est-ce qu'un mauvais facteur de puissance et qu'est-ce qui le fait augmenter les pertes en ligne ?
- 2°) Dégager du texte les avantages du facteur de puissance élevé.
- 3°) Démontrer l'amélioration du facteur de puissance d'une installation électrique industrielle par l'insertion de condensateurs.

# Fiche technique

## Construction de Fresnel

Dans de nombreux problèmes de physique qui traitent des phénomènes périodiques, on est souvent amené à exprimer la somme  $y$  de deux ou plusieurs fonctions sinusoïdales isochrones  $y_1 = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$ ,  $y_2 = a_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$ , ...,  $y_n = a_n \sin(\omega t + \varphi_n)$ .

Sachant que leur somme est une fonction sinusoïdale de même période  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ,  $y$  peut se mettre sous la forme :  $y = a \sin(\omega t + \varphi)$ , où  $A$  est son amplitude et  $\varphi$  sa phase initiale.

Pour déterminer  $a$  et  $\varphi$ , il est commode de recourir à une méthode graphique connue sous le nom de construction de Fresnel. Pour la réaliser, on procède comme suit :

A une fonction  $y = a \sin(\omega t + \varphi)$ , on associe, un vecteur  $\overline{OA}$  appelé vecteur de Fresnel (Fig.1) :

- de module égal à l'amplitude  $a$  de  $y$ ,
- d'origine  $O$  confondue avec le centre du cercle trigonométrique,
- tournant avec une vitesse angulaire égale à la pulsation  $\omega$ , dans le sens trigonométrique choisi conventionnellement comme sens positif,
- faisant, à l'instant  $t = 0$  avec l'axe  $(O, \vec{i})$  un angle égal à la phase initiale  $\varphi$ .

A tout instant  $t$ , la projection orthogonale de  $\overline{OA}$  sur l'axe  $(O, \vec{j})$  est  $y = a \sin(\omega t + \varphi)$  (Fig.2).

Le fait que les positions relatives des vecteurs de Fresnel associés à des fonctions isochrones ne soient pas modifiées au cours du temps permet de représenter chacun d'entre eux dans sa position à  $t = 0$  (Fig.3) :

$$y_{k=1,2,\dots,n} = a_k \sin(\omega t + \varphi_k) \mapsto \overline{OA_k} [a_k, \varphi_k].$$

$$y = y_1 + y_2 + \dots + y_n \mapsto \overline{OA} = \overline{OA_1} + \overline{OA_2} + \dots + \overline{OA_n}.$$

Or,  $y = a \sin(\omega t + \varphi)$ . Donc, on a  $\overline{OA} [a, \varphi]$  (Fig.4).

Ainsi, on vient de réaliser un exemple de construction de Fresnel (Fig.4) avec laquelle on peut déterminer les expressions de l'amplitude  $a$  et de la phase initiale  $\varphi$  de  $y$  en fonction des amplitudes  $a_k$  et des phases initiales  $\varphi_k$  des fonctions sinusoïdales  $y_k$  dont elle est la somme.

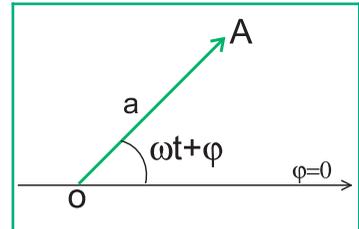


Fig.1 : Vecteur de Fresnel

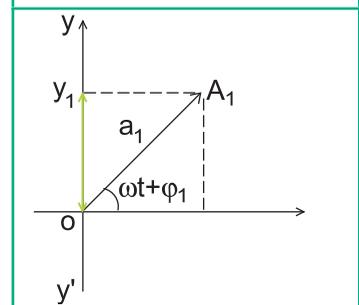


Fig.2 : Projection d'un vecteur de Fresnel sur l'axe  $y'y'$

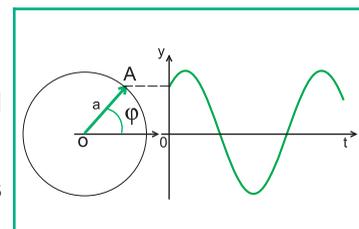


Fig.3 : Représentation d'un vecteur de Fresnel à  $t = 0$ .

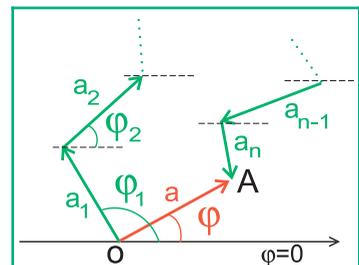


Fig.4 : Exemple de construction de Fresnel

# En savoir plus

## GÉNÉRATEUR DE COURANT HAUTE FRÉQUENCE

Etant inventé et construit vers 1895, l'appareil de la figure ci-contre permet, à partir d'une source de courant de haute tension fournie par une bobine spéciale connue sous le nom de bobine de Ruhmkorff (partie cylindrique située à la partie droite de la figure), de la transformer en courant de haute fréquence. Le principe est fondé sur la propriété de la décharge oscillante des condensateurs qui se compose d'une série de décharges, alternativement dans un sens, puis en sens contraire, avec des intensités qui décroissent rapidement. L'intervalle de temps qui



sépare deux décharges successives est d'ailleurs extrêmement court. Une décharge oscillante constitue donc un courant qui change de sens un grand nombre de fois par seconde. Ce phénomène est d'autant plus net qu'il se produit lorsque la décharge traverse des conducteurs métalliques, gros et courts. Il est dû à l'auto-induction du circuit de décharge. La période est d'autant plus grande que le circuit est plus enroulé sur lui-même, c'est-à-dire qu'il a une auto-induction plus considérable. Elle croît également avec la capacité du condensateur. Les courants de haute fréquence ont la propriété d'illuminer les tubes à vide (Crookes, Geissler) à distance, sans aucune liaison par fil. Les premières applications pratiques des courants, en haute tension, ont été réalisées dans le domaine médical. Nikola Tesla, physicien autrichien né en Dalmatie en 1857, s'aperçoit que les courants ainsi produits sont sans danger pour le corps humain qui peut aisément recevoir des effluves électriques même sous une intensité de deux ou trois ampères, en ne ressentant seulement qu'une sensation de chaleur. Les fréquences élevées sont sans action directe sur les fibres nerveuses et musculaires.

Le docteur et professeur Arsène d'Arsonval généralise l'emploi de ces courants dans le monde médical dès 1893. Il crée ainsi le service d'électrothérapie à la Salpêtrière et appelle cette nouvelle thérapeutique la d'arsonvalisation. Ces courants ont la propriété de produire une dilatation vasculaire générale abaissant la tension artérielle.

Les premiers appareils étaient munis du résonateur du docteur Oudin (c'est le cas de l'appareil présenté ci-dessus) : il s'agit d'un autotransformateur constitué par un solénoïde placé verticalement, dont l'extrémité se termine par une boule conductrice. La partie inférieure seule sert de circuit de décharge des armatures externes de deux condensateurs, reliés sur une longueur correspondant à quelques spires par l'intermédiaire d'un contact mobile ajustable. Selon son emplacement, il se produit par résonance électrique, un courant de haute fréquence dont les effets sont considérablement amplifiés.

## Objectifs

- ◆ A l'aide d'un enregistrement graphique, reconnaître le régime d'oscillations libres (amorties ou non amorties) d'un pendule élastique.
- ◆ Distinguer les régimes pseudopériodique, apériodique et critique des oscillations amorties.
- ◆ Etablir l'équation différentielle des oscillations libres d'un pendule élastique.
- ◆ Mesurer la période des oscillations d'un pendule élastique.
- ◆ Calculer l'énergie mécanique d'un pendule élastique en régime libre.
- ◆ Expliquer la conservation de l'énergie mécanique d'un oscillateur non amorti.
- ◆ Expliquer la diminution d'amplitude des oscillations libres amorties d'un pendule élastique par la non conservation de son énergie mécanique.

## Prérequis

### SAVOIR

- ◆ Ecrire l'expression de l'énergie cinétique.
- ◆ Enumérer les facteurs dont dépend l'énergie potentielle élastique.
- ◆ Ecrire l'équation horaire d'un mouvement rectiligne sinusoïdal.
- ◆ Enoncer la loi de Hooke.

### SAVOIR FAIRE

- ◆ Délimiter un système matériel.
- ◆ Distinguer les forces intérieures des forces extérieures à un système.
- ◆ Reconnaître la période et la fréquence d'un mouvement périodique.
- ◆ Calculer la pulsation d'un mouvement rectiligne sinusoïdal.
- ◆ Appliquer la relation fondamentale de la dynamique à un solide en mouvement de translation.
- ◆ Ecrire la solution générale de toute équation différentielle de la forme  $\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$ , où  $k$  est une constante positive.
- ◆ Appliquer la loi de Hooke.

# OSCILLATIONS LIBRES D'UN PENDULE ÉLASTIQUE

# 5



*Avec son amortisseur à ressort, le VTT (Vélo Tout Terrain) TS (Tout Suspendu) donne au cycliste un confort d'utilisation supérieur dans une compétition de descente d'une montagne.*

*En évitant le balancement des anneaux, le gymnaste démontre tant sa force que son équilibre.*



- ◆ Les geysers, le cœur humain et le balancier d'une horloge sont, entre beaucoup d'autres exemples, des systèmes oscillants. Pourquoi ?
- ◆ Quelle est l'origine du ronflement continu que l'on entend souvent à proximité de fils électriques ou téléphoniques aériens ?
- ◆ A quoi est due la catastrophe naturelle connue sous le nom de tsunami ?

# OSCILLATIONS LIBRES D'UN PENDULE ÉLASTIQUE

On désigne par pendule élastique tout système constitué d'un solide (S) de masse  $m$  attaché à un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur  $k$ .

Dans le présent chapitre, on s'intéresse à l'évolution d'un tel système mécanique au cours du temps.

## OSCILLATIONS LIBRES NON AMORTIES

### 1 MISE EN ÉVIDENCE

#### Manipulation

Un pendule élastique est disposé horizontalement sur un banc à coussin d'un air comme l'indique la figure 1. La masse du solide (S) est  $m = 0,1 \text{ kg}$  et la raideur du ressort est  $k = 20 \text{ N.m}^{-1}$ .

Le solide (S) étant au repos, on l'écarte d'une distance  $d = 2 \text{ cm}$  de sa position d'équilibre dans la direction de l'axe de ressort puis on l'abandonne à lui-même sans vitesse initiale. Le solide (S) effectue des oscillations de part et d'autre de sa position d'équilibre (position de repos) : on dit que les oscillations sont libres. Le système {solide, ressort} constitue un oscillateur libre. L'enregistrement graphique des premières oscillations libres du solide (S) est donné par la figure 2.

**Remarque :** l'enregistrement graphique peut être réalisé à l'aide d'un dispositif d'acquisition informatique.

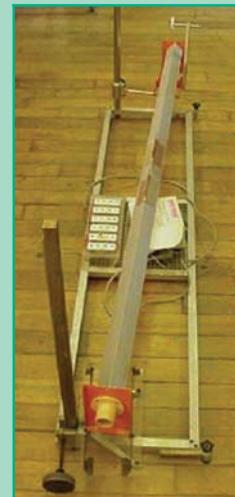


Fig.1 : Oscillateur mécanique sur banc à coussin

#### Questions

1°) A l'aide de l'enregistrement graphique de la figure 2 :

- mesurer les valeurs maximales ainsi que les valeurs minimales de l'élongation  $x$  du centre d'inertie  $G$  du solide (S), les comparer entre elles et à la distance  $d$  dont on a écarté  $G$  initialement de sa position d'équilibre.
- mesurer les intervalles de temps séparant les maximums (ou les minimums) successifs et les comparer entre eux.

2°) Dédurre des réponses aux questions 1 - a et 1 - b si les oscillations de pendule élastique utilisées sont amorties ou bien non amorties et qu'elles sont périodiques de période  $T_0$  que l'on précisera.

3°) Conclure quant à la nature du mouvement de  $G$ .

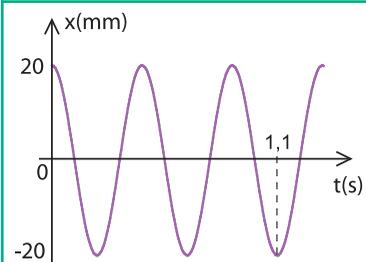


Fig.3 : Tracé de  $U_m$  en fonction de  $f(U_{Rom})$

### Conclusion

Les oscillations libres non amorties d'un pendule élastique sont rectilignes sinusoïdales. l'élongation s'écrit :

$$x = X_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

### Remarque

Les valeurs de l'amplitude  $X_m$  et de la phase initiale  $\varphi$  dépendent des conditions initiales.

## 2 FACTEURS DONT DÉPEND LA PÉRIODE DES OSCILLATIONS

### 2.1- INFLUENCE DE L'AMPLITUDE

#### Manipulation

On refait la même expérience pour différentes valeurs de  $d$  ( $X_m$ ). À l'aide d'un chronmètre, on mesure la durée  $\Delta t$  de dix oscillations. les résultats des mesures sont consignés dans le tableaux suivant :

|                |     |     |     |     |     |
|----------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| $X_m$ (cm)     | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   |
| $\Delta t$ (s) | 4,4 | 4,5 | 4,4 | 4,4 | 4,5 |

### Remarque

La même manipulation peut être réalisée avec un pendule élastique vertical (Fig.3).

#### Questions

- 1°) Calculer la période  $T_0$  des oscillations correspondant à chacune des amplitudes  $X_m$  choisies.
- 2°) Comparer les valeurs trouvées entre elles et en déduire si les oscillations, d'amplitudes différentes, sont isochrones.

### Conclusion

La période  $T_0$  des oscillations libres non amorties d'un pendule élastique est indépendante de leur amplitude.

### 2.2- INFLUENCE DE LA MASSE DU SOLIDE (S)

#### Manipulation

On refait encore la même expérience avec les solides de masses  $m$  différentes. On détermine à chaque fois indirectement la période  $T_0$ .

Les résultats des mesures sont consignés dans le tableau suivant :

|                        |       |       |       |       |      |       |
|------------------------|-------|-------|-------|-------|------|-------|
| $m$ (kg)               | 0,050 | 0,100 | 0,150 | 0,200 | 0,50 | 0,300 |
| $\Delta t = 10T_0$ (s) | 3,2   | 4,4   | 5,4   | 6,3   | 7,0  | 7,7   |

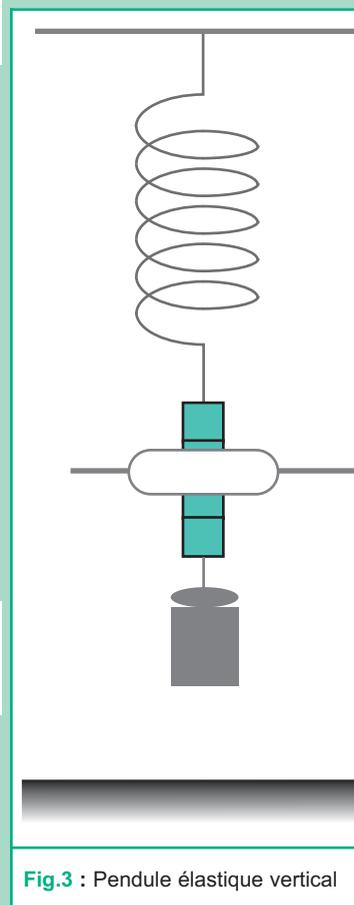


Fig.3 : Pendule élastique vertical

### Questions

- 1°) Montrer qualitativement que la période  $T_0$  des oscillations n'est pas proportionnelle à  $m$ .
- 2°) L'évolution de  $T_0^2$  en fonction de la masse  $m$  est donnée par la figure 4. Montrer que  $T_0^2$  est proportionnelle à  $m$  et déterminer la constante de proportionnalité entre ces deux grandeurs.
- 3°) En déduire la relation entre la période  $T_0$  des oscillations et la masse  $m$  du solide (S).

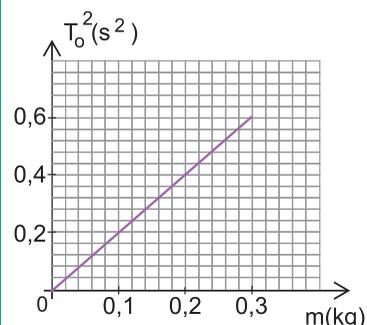


Fig. 4 : Courbe  $T_0^2 = f(m)$

### Conclusion

La période des oscillations libres non amorties d'un pendule élastique est proportionnelle à la racine carrée de la masse du solide (S).

## 2.3- INFLUENCE DE LA RAIDEUR DU RESSORT

### Manipulation

La même expérience, réalisée avec le même solide (S) de masse 100 g, accroché à des ressorts de raideurs différentes, donne les résultats consignés dans le tableau suivant :

| k (N.m <sup>-1</sup> )  | 10   | 20   | 30   | 40   | 50   |
|-------------------------|------|------|------|------|------|
| $\Delta t = 10 T_0$ (s) | 6,28 | 4,44 | 3,62 | 3,14 | 2,80 |

### Questions

- 1°) Montrer qualitativement que la période  $T_0$  des oscillations n'est pas inversement proportionnelle à la raideur  $k$  du ressort.
- 2°) La courbe représentant  $T_0^2 = f\left(\frac{1}{k}\right)$  est donnée par la figure 5. Montrer que  $T_0^2$  est proportionnelle à  $\frac{1}{k}$ . Déterminer la constante de proportionnalité.
- 3°) En déduire la relation entre la période  $T_0$  des oscillations et la raideur  $k$  du ressort.

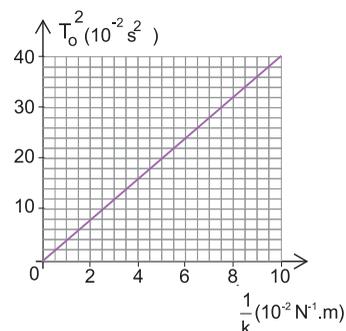


Fig. 5 : Courbe  $T_0^2 = f\left(\frac{1}{k}\right)$

### Conclusion

La période des oscillations libres non amorties d'un pendule élastique est inversement proportionnelle à la racine carrée de la raideur  $k$  du ressort.

## 2.4- CONCLUSION GÉNÉRALE : EXPRESSION DE LA PÉRIODE $T_0$

La période d'un pendule élastique est indépendante de l'amplitude des oscillations, elle ne dépend que des grandeurs  $m$  et  $k$  caractéristiques du pendule, d'où sa qualification de

période propre. Etant à la fois proportionnelle à  $\sqrt{m}$  et inversement proportionnelle à  $\sqrt{k}$ , la période propre d'un pendule élastique est alors proportionnelle à  $\sqrt{\frac{m}{k}}$ , ce qui signifie  $T_0 = C\sqrt{\frac{m}{k}}$  où  $C$  est une constante dont la valeur  $2\pi$  peut être déduite des résultats obtenus précédemment. D'où :  $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

### 3 ETUDE THEORIQUE

Dans toutes les expériences réalisées précédemment et par rapport à un repère lié au laboratoire, le solide (S) est soumis aux forces extérieures suivantes :

- son poids  $\vec{P}$ .
- la réaction  $\vec{R}$  du coussin d'air.
- la tension  $\vec{T}$  du ressort.

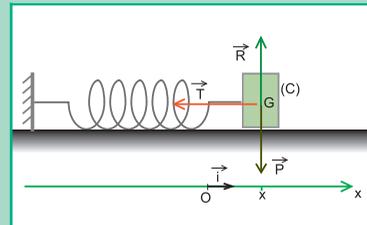


Fig.6 : Forces extérieures au solide (S)

#### Questions

- 1°) a) Montrer que :  $\vec{T} = -kx.\vec{i}$ , où  $k$  est la raideur du ressort et  $x$  est l'élongation du centre d'inertie  $G$  de (S) à un instant  $t$  (Fig. 6).  
b) Justifier la qualification de la tension  $\vec{T}$  du ressort comme étant une force de rappel.
- 2°) Par application de la relation fondamentale de la dynamique au solide (S) dans un repère lié au laboratoire, montrer que l'équation différentielle du mouvement de  $G$  s'écrit :  $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$  avec  $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ .
- 3°) Vérifier que cette équation différentielle admet comme solution générale :  $x = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$ .
- 4°) Montrer que l'expression théorique de la période propre  $T_0$  du pendule élastique s'identifie bien à celle trouvée expérimentalement.

#### Conclusion

Etant sinusoïdales, les oscillations libres non amorties d'un pendule élastique sont régies par l'équation différentielle :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \text{ avec } \omega_0^2 = \frac{k}{m}.$$

## 4 ENERGIE D'UN PENDULE ELASTIQUE

L'énergie mécanique  $E$  du système {solide (S) + ressort} est la somme de l'énergie cinétique  $E_c$  due au mouvement du solide (S) et de l'énergie potentielle élastique  $E_p$  due à la déformation du ressort :  $E = E_c + E_p$ .

### 4.1- ENERGIE CINÉTIQUE

L'énergie cinétique du solide (S) est  $E_c = \frac{1}{2}mv^2$

or,  $v = \frac{dx}{dt} = X_m \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$  d'où :  $E_c = \frac{1}{2}mX_m^2 \omega_0^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$

Compte tenu de  $\omega_0^2 m = k$ , il vient :

$$E_c = \frac{1}{2}kX_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) = \frac{1}{4}kX_m^2 [1 + \cos 2(\omega_0 t + \varphi)]$$

Donc, les variations de l'énergie cinétique en fonction du temps sont périodiques de période  $\frac{T_0}{2}$  (Fig. 7, cas où  $\varphi = 0$ )

### 4.2- ENERGIE POTENTIELLE ÉLASTIQUE

On a vu en deuxième année que l'énergie potentielle élastique d'un système matériel déformable dépend de ses caractéristiques. Pour un pendule élastique, étant une fonction de la raideur  $k$  du ressort et de sa déformation  $\Delta l$ , elle s'écrit sous la forme :

$$E_p = \frac{1}{2}k\Delta l^2$$

### Questions

1°) Montrer que l'énergie potentielle élastique  $E_p$  du système

{solide, ressort} s'écrit :  $E_p = \frac{1}{4}kX_m^2 [1 - \cos 2(\omega_0 t + \varphi)]$

2°) Représenter la courbe  $E_p = f(t)$  et montrer que sa période est  $\frac{T_0}{2}$ .

### 4.3- L'ÉNERGIE MÉCANIQUE ET SA CONSERVATION

$$E = E_c + E_p$$

En remplaçant  $E_c$  et  $E_p$  par les expressions trouvées, on aura

$$E = \frac{1}{2}kX_m^2 [\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi)]. \text{ Or,}$$

$\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi) = 1$ . Il vient donc :

$$E = \frac{1}{2}kX_m^2 = \frac{1}{2}mV_m^2. \text{ Ainsi, } E = \frac{1}{2}mv^2(t) + \frac{1}{2}kx^2(t) = \text{cte}, \forall t.$$

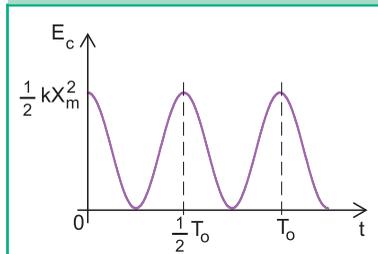


Fig.7 : Energie cinétique en fonction du temps (cas où  $\varphi = 0$ )

**Conclusion**

En régime libre non amorti, l'énergie mécanique d'un pendule élastique horizontal est constante. Par suite, un tel système est dit conservatif.

#### 4.4- TRANSFORMATIONS MUTUELLES DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE ET DE L'ÉNERGIE POTENTIELLE

Au cours de ses oscillations libres non amorties, le pendule élastique passe périodiquement par sa position de repos ( $x = 0$ ) avec une vitesse maximale en valeur absolue ( $v = \pm V_m$ ) et rebrousse chemin lorsque, simultanément, sa vitesse s'annule et son élongation est extrême ( $x = \pm X_m$ ).

**Question**

Interpréter énergétiquement ces propriétés oscillatoires.

**Interprétation**

Lorsque le pendule élastique est écarté au maximum de sa position d'équilibre, position pour laquelle on a  $x = X_m$  par exemple, son énergie est purement potentielle.

En se rapprochant de la position de repos, l'élongation  $x$  diminue tandis que la valeur de la vitesse augmente. Par conséquent, l'énergie potentielle diminue aux dépens de l'énergie cinétique.

En atteignant la position de repos, l'oscillateur continue à se déplacer grâce à son énergie cinétique.

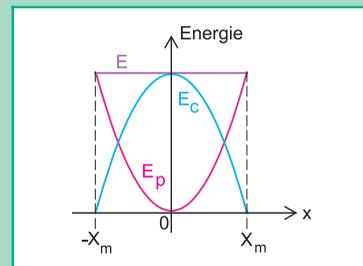
Au fur et à mesure qu'il s'en éloigne, son énergie cinétique diminue tandis que son énergie potentielle augmente. En atteignant la position  $x = -X_m$ , l'énergie cinétique s'annule tandis que l'énergie potentielle est maximale. Le solide (S) rebrousse alors chemin.

Par un raisonnement analogue, on montre qu'il va atteindre de nouveau la position extrême  $x = X_m$  et ainsi de suite.

La courbe de la figure 8 montre que l'énergie cinétique et l'énergie potentielle dont la somme est constante varient toujours en sens inverses. En effet, lorsque l'une diminue, l'autre augmente et quand l'une s'annule, l'autre est maximale.

**Conclusion**

Les oscillations libres non amorties d'un pendule élastique sont auto-entretenues par les transformations mutuelles de ses énergies cinétique et potentielle.



**Fig.8** : Transformations de l'énergie cinétique en énergie potentielle et inversement.

# OSCILLATIONS LIBRES AMORTIES

Dans la pratique, on constate que l'amplitude des oscillations libres du pendule élastique diminue progressivement à cause des facteurs dissipatifs inévitables (essentiellement les frottements). Même sur une table à coussin d'air, où les frottements sont notablement amoindris, les oscillations prennent fin au bout d'un temps plus ou moins long. De telles oscillations sont dites amorties.

## 1 ETUDE EXPERIMENTALE

### Manipulation

On reprend le dispositif de la figure 1 et on fixe sur le solide une palette perpendiculairement à la direction du déplacement et qui peut se déplacer soit dans l'air, soit dans un liquide.

On peut enregistrer le mouvement du solide oscillant avec la palette se déplaçant d'abord dans l'air puis dans l'eau. On obtient, dans le cas des oscillations amorties, des courbes comme celles des figures 9 et 10.

### Questions

1°) A l'aide des chronogrammes des figures 9 et 10 :

a) préciser comment évolue l'amplitude des oscillations libres du pendule au cours du temps ; en déduire que les oscillations sont plus amorties dans l'eau que dans l'air.

b) montrer que les maximums (ou minimums) sont atteints avec la palette dans l'air puis dans l'eau, à des intervalles de temps successifs égaux respectivement à  $T_1$  et à  $T_2$  que l'on calculera.

2°) Comparer les intervalles de temps  $T_1$  et  $T_2$  entre eux et avec la période propre  $T_0$  du pendule.

3°) Déduire des réponses aux questions 1- a et 1-b que, comme celles d'un circuit RLC série, les oscillations libres amorties d'un pendule élastique sont pseudopériodiques.

### Interprétation

Les courbes des figures 9 et 10 montrent que l'amplitude des oscillations décroît plus vite dans l'eau que dans l'air. Or, on sait que la décroissance de l'amplitude est d'autant plus grande que l'amortissement est plus important. Donc, l'eau amortit plus les oscillations que l'air.

Le passage du solide par la position d'équilibre est toujours périodique, mais le mouvement oscillatoire n'est plus périodique à cause de la diminution de l'amplitude. Le mouvement est dit pseudopériodique.

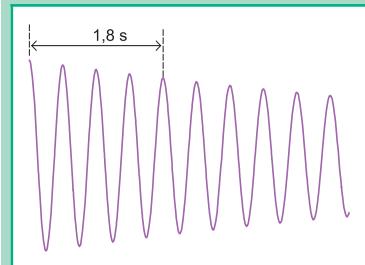


Fig.9 : Oscillations dans l'air

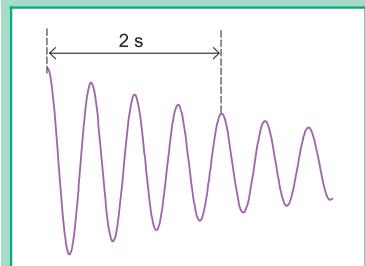


Fig.10 : Oscillations dans l'eau.

On appelle pseudopériode la durée  $T$  qui sépare deux passages successifs du solide par la même position et dans le même sens.

La valeur de la pseudopériode  $T$  ( $T_1$  ou  $T_2$ ) est voisine de celle de la période propre  $T_0$  des oscillations :  $T$  est légèrement supérieure à  $T_0$ .

Lorsqu'on augmente les frottements en immergeant totalement la palette dans l'eau, ou en utilisant un liquide plus visqueux que l'eau (de l'huile par exemple), on constate que le mouvement cesse d'être oscillatoire à partir d'une certaine valeur de l'amortissement : on dit qu'il est apériodique (Fig.11).

Pour un amortissement particulier, l'oscillateur retourne à sa position d'équilibre, sans osciller, en un minimum de temps : un tel régime est dit apériodique critique.

### Conclusion

Selon l'importance de l'amortissement, les oscillations d'un pendule élastique sont :

- faiblement amorties, le régime est pseudopériodique.
- fortement amorties, le régime est apériodique.

## 2 ETUDE THÉORIQUE

### 2.1- EQUATION DIFFÉRENTIELLE DES OSCILLATIONS

Dans un repère lié au laboratoire, le solide (S) est soumis aux forces extérieures suivantes (Fig.12) :

- son poids  $\vec{P}$ ,
- la réaction  $\vec{R}$  du coussin d'air,
- la tension du ressort (force de rappel)  $\vec{T} = -k x \vec{i}$ ,
- les forces de frottement ; celles-ci étant supposées de type visqueux, elles sont équivalentes à une force  $\vec{f}$  de sens contraire au vecteur vitesse et de la forme :  $\vec{f} = -h\vec{v}$ , où  $h$  est une constante positive, ne dépendant que de la nature du liquide visqueux, appelée coefficient de frottement.

La deuxième loi de Newton, appliquée au solide (S), s'écrit :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} + \vec{f} = m\vec{a}$$

Par projection orthogonale sur l'axe  $x'x$ , on obtient :

$$-kx - h \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2}, \text{ avec } \frac{dx}{dt} = v \text{ et } \frac{d^2x}{dt^2} = a ; \text{ il vient finalement :}$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + kx = 0 \text{ ou encore : } \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{h}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0 \quad (1)$$

Cette équation différentielle admet des solutions qui dépendent de la valeur de  $h$  et qui donnent les régimes mis en évidence expérimentalement.

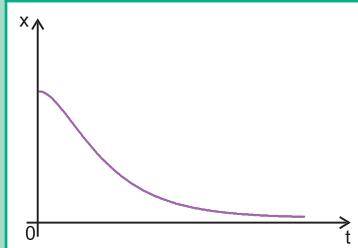


Fig.11 : Régime apériodique

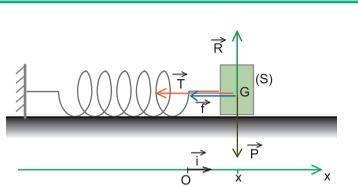


Fig.12 : Bilan des forces extérieures à (S)

## 2.2- L'ÉNERGIE MÉCANIQUE ET SA NON CONSERVATION

En l'absence de frottement, on a montré que le caractère non amorti des oscillations est dû à la conservation de l'énergie mécanique  $E$  du pendule (système solide-ressort). Qu'en est-il pour  $E$  et qu'est-ce qui fait diminuer l'amplitude des oscillations lorsque les frottements sont présents ?

L'énergie mécanique du pendule élastique est :  $E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ .

N'ayant pas les expressions de  $x(t)$  et de  $v(t)$ , pour étudier l'évolution de  $E$  au cours du temps, il suffit de déterminer sa vitesse de variation, c'est-à-dire sa dérivée par rapport au temps :

$$\frac{dE}{dt} = mv \frac{dv}{dt} + kx \frac{dx}{dt}$$

En remplaçant  $v$  par  $\frac{dx}{dt}$  et  $\frac{dv}{dt}$  par  $\frac{d^2x}{dt^2}$ , on obtient :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dx}{dt} \left[ m \frac{d^2x}{dt^2} + kx \right]$$

Or d'après (1), dans le cas où les frottements sont de type vis-

queux,  $m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = -h \frac{dx}{dt}$ . D'où :  $\frac{dE}{dt} = -h \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 = -hv^2$ .

$$\frac{dE}{dt} = -hv^2, \text{ h est une constante positive.}$$

On a ainsi :  $\frac{dE}{dt} < 0$ . Une vitesse de variation  $\frac{dE}{dt}$  négative signi-

fie que l'énergie mécanique de l'oscillateur diminue au cours du temps. Etant due aux frottements, cette diminution de  $E$  se traduit par une dissipation progressive sous forme d'énergie thermique. Celle-ci ne permet pas des transformations mutuelles intégrales d'énergie cinétique et d'énergie potentielle du pendule au cours de ses oscillations, ce qui explique la diminution de l'amplitude de ces dernières.

### Conclusion

Le pendule élastique soumis à des forces de frottement n'est pas conservatif.

Dans le cas de frottements visqueux, la diminution d'énergie mécanique d'un pendule élastique est telle que :  $\frac{dE}{dt} = -hv^2$ , où  $h$  est le coefficient de frottement.

La diminution d'énergie due aux frottements est elle-même la cause d'amortissement des oscillations libres.

## ANALOGIE ENTRE UN OSCILLATEUR MECANIQUE ET UN OSCILLATEUR ELECTRIQUE

L'étude des oscillations libres d'un pendule élastique et celle d'un circuit RLC série révèle une analogie formelle entre l'oscillateur mécanique et l'oscillateur électrique. Cette analogie est récapitulée dans le tableau suivant :

| Oscillateur                                    |  | le pendule élastique   | le circuit R L C série   |
|--|--|--|--|
| Grandeurs caractéristiques                     | Coefficient d'inertie                                      | masse m  | inductance L   |
|  | Coefficient de rappel                                      | raideur k  | inverse de la capacité $\frac{1}{C}$   |
|  | Facteur dissipatif   | coefficient de frottement h  | résistance R   |
| Grandeurs oscillantes                          |  | élongation x   | charge q   |
|  |  | vitesse $v = \frac{dx}{dt}$  | intensité $i = \frac{dq}{dt}$  |
| Equation différentielle des oscillations       | amorties   | $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{h}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0$                    | $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0$                   |
|  | non amorties   | $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$ avec $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$                 | $\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0$ avec $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$                |
| Période propre de l'oscillateur                |  | $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$   | $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$  |
| Equation horaire des oscillations non amorties |  | $x = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_x)$<br>ou<br>$v = V_m \sin(\omega_0 t + \varphi_v)$ | $q = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_q)$<br>ou<br>$i = I_m \sin(\omega_0 t + \varphi_i)$ |
| Energie de l'oscillateur                       | Formes et expressions générales                            | - potentielle élastique : $\frac{1}{2} kx^2$   | - électrostatique : $\frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$  |
|  |  | - cinétique : $\frac{1}{2} mv^2$   | - magnétique : $\frac{1}{2} Li^2$  |
|  | - mécanique : $E = \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} mv^2$    | - totale : $E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} Li^2$                          |  |
|  | non amorti   | se conserve  |  |
|  | $E = \frac{1}{2} kX_m^2 = \frac{1}{2} mV_m^2 = \text{cte}$ | $E = \frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C} = \frac{1}{2} LI_m^2 = \text{cte}$                    |  |
| amorti   | diminue  |  |  |
|  | $\frac{dE}{dt} = -hv^2 < 0$                                | $\frac{dE}{dt} = -Ri^2 < 0$  |  |

# L'essentiel

- En l'absence de tout frottement, les oscillations libres d'un pendule élastique sont non amorties. Autrement, elles sont d'autant plus amorties que les frottements sont plus importants.
- Les oscillations libres non amorties d'un pendule élastique sont régies par l'équation différentielle :  $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$ , où  $x$  est l'élongation du centre d'inertie du solide S et  $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ .
- Les oscillations libres non amorties d'un pendule élastique sont périodiques de période propre :  $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ .
- En l'absence de tout frottement, le pendule élastique oscillant est un système conservatif.
- Les oscillations libres non amorties d'un pendule élastique résultent des transformations mutuelles d'énergie cinétique et d'énergie potentielle.
- Les oscillations libres amorties d'un pendule élastique soumis à des frottements visqueux sont régies par l'équation différentielle :  $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{h}{m} \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$  où  $h$  est le coefficient de frottement. Selon l'importance de l'amortissement, le régime peut être :
  - pseudopériodique (amortissement faible),
  - apériodique (amortissement important).
- Les oscillations libres amorties d'un pendule élastique sont pseudopériodiques ; leur pseudopériode  $T$  est légèrement supérieure à la période propre de l'oscillateur : l'écart  $(T - T_0)$  est d'autant plus remarquable que l'amortissement est plus important.
- La diminution d'énergie due aux frottements rend les oscillations libres du pendule élastique amorties.

# Exercices

## Exercice résolu

### ÉNONCÉ

Un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur  $k = 10 \text{ N.m}^{-1}$  est enfilé sur une tige horizontale.

Une des extrémités du ressort est reliée à un cylindre creux (C) de masse  $m = 100 \text{ g}$  qui peut coulisser sans frottement le long de la tige.

L'abscisse  $x$  du centre d'inertie G du cylindre (C) est repérée par rapport à O, position de G à l'équilibre.

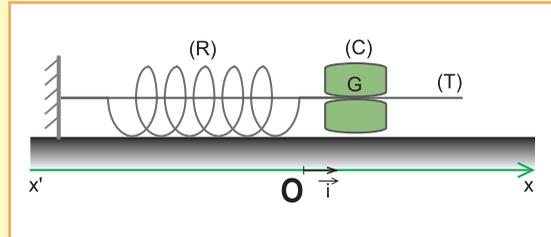


Fig.1

On écarte le cylindre de sa position d'équilibre d'une distance  $x_0 = 2 \text{ cm}$  et on l'abandonne à lui-même à un instant  $t_0$  choisi comme origine des temps.

1°) Dans une première expérience, le cylindre est abandonné sans vitesse initiale.

a) En appliquant le théorème du centre d'inertie, montrer que les oscillations du centre d'inertie G du cylindre (C) sont sinusoïdales de pulsation propre  $\omega_0$  que l'on calculera.

b) Montrer, par la détermination de  $\frac{dE}{dt}$ , que le système (cylindre, ressort) est conservatif.

c) Exprimer l'énergie mécanique E en fonction de k et de  $x_0$ . En déduire que l'amplitude  $X_{m1}$  est égale à  $x_0$ .

d) Déterminer l'équation horaire du mouvement de G.

2°) Dans une deuxième expérience, le cylindre (C) est abandonné avec une vitesse initiale  $v_0 = 0,2 \text{ m.s}^{-1}$ .

a) Qu'est-ce qui change dans les oscillations du pendule ?

Justifier qualitativement la réponse.

b) Sachant que l'élongation de G s'écrit :  $x(t) = X_{m2} \sin(\omega_0 t + \varphi_2)$ , déterminer l'amplitude  $X_{m2}$ , la phase initiale  $\varphi_2$  et la vitesse maximale  $V_{m2}$  de G.

c) Calculer l'énergie mécanique  $E_{02}$  de l'oscillateur à l'instant  $t_0 = 0$ .

d) Retrouver énergétiquement les valeurs de  $X_{m2}$  et de  $V_{m2}$ .

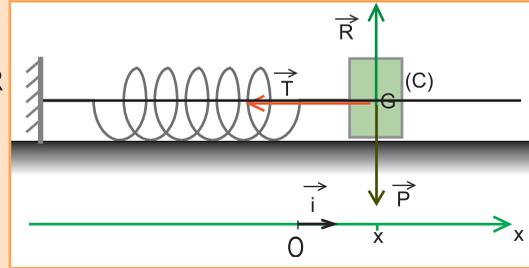
3°) Comparer les énergies mécaniques du système {cylindre + ressort} dans les deux expériences considérées.

## SOLUTION

1°) a) A un instant  $t$  donné, lorsque le cylindre (C) est en mouvement, il est soumis aux forces extérieures suivantes : son poids  $\vec{P}$ , la réaction  $\vec{R}$  de la tige et la tension  $\vec{T}$  du ressort.

L'application du théorème du centre d'inertie au cylindre (C) donne :  $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$ .

Par projection orthogonale sur  $Ox$ , on obtient :



$$-kx = ma = m \frac{d^2x}{dt^2}. \text{ D'où l'équation différentielle :}$$

$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$  (1), avec  $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ . Les oscillations du cylindre (C) sont donc sinusoïdales de

pulsation :  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ .

A.N. :  $\omega_0 = 10 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$

b) L'énergie mécanique de l'oscillateur est la somme de son énergie cinétique et de son énergie potentielle :  $E = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ .

La dérivée de  $E$  par rapport au temps donne :  $\frac{dE}{dt} = kx \frac{dx}{dt} + mv \frac{dv}{dt}$ . Or,  $v = \frac{dx}{dt}$  et  $\frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$ .

D'où :  $\frac{dE}{dt} = v \left[ kx + m \frac{d^2x}{dt^2} \right]$ . D'après l'équation différentielle (1), le terme  $\left[ kx + m \frac{d^2x}{dt^2} \right]$  est nul

quelle que soit  $v$ . Donc,  $\frac{dE}{dt} = 0$ , ce qui signifie : le système {cylindre, ressort} est conservatif.

c) Le système {cylindre, ressort} étant conservatif, son énergie mécanique  $E_1$  est constante. Donc,  $E_1 = E(t=0) = E_{o1}$ .

Or, à l'instant  $t_0 = 0$  :  $v_0 = 0$  et  $x = x_0$  ; d'où :  $E_{o1} = \frac{1}{2}kx_0^2$ .

On sait que pour  $x = \pm X_{m1}$ ,  $v = 0$ . Donc,  $E_1 = \frac{1}{2}kX_{m1}^2$ .

Par suite,  $\frac{1}{2}kX_{m1}^2 = \frac{1}{2}kx_0^2$ . Cela donne :  $X_{m1} = x_0$ .

d) L'équation horaire du mouvement de G est de la forme :  $x(t) = X_{m1} \sin(\omega_0 t + \varphi_1)$ .

A  $t = 0$  ;  $x_0 = X_{m1} \sin \varphi_1$ . Or,  $X_{m1} = x_0 = 0.02 \text{ m}$  ; d'où  $\sin \varphi_1 = 1$ . Ce qui donne :  $\varphi_1 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .

Finalement :  $x(t) = 0,02 \sin(10t + \frac{\pi}{2})$ .

2°) a) Etant abandonné à lui-même avec une vitesse initiale  $v_0$ , l'oscillateur possède une énergie mécanique  $E_{o2}$  supérieure à son énergie mécanique  $E_{o1}$  lorsqu'il est abandonné sans vitesse dans la première expérience, ce qui rend l'amplitude  $X_{m2}$  des oscillations dans la deuxième expérience supérieure à  $X_{m1} = x_0$ .

**b)** On a :  $x(t) = X_{m2} \sin(\omega_0 t + \varphi_2)$

Par dérivation de l'élongation :  $x(t) = X_{m2} \sin(\omega_0 t + \varphi_2)$ , on obtient la vitesse :

$$v(t) = X_{m2} \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_2).$$

A  $t_0 = 0$ ,  $x_0 = X_{m2} \sin \varphi_2$  (1) et  $v = v_0 = X_{m2} \omega_0 \cos \varphi_2$  (2)

Le rapport  $\frac{(1)}{(2)}$  donne :  $\text{tg} \varphi_2 = \frac{x_0 \omega_0}{v_0}$ . A.N :  $\text{tg} \varphi_2 = 1$  ; d'où  $\varphi_2 = \frac{\pi}{4}$  rad ou bien  $\frac{3\pi}{4}$  rad.

Or  $v_0 = X_{m2} \omega_0 \cos \varphi_2 > 0$ . Donc,  $\cos \varphi_2 > 0$ . D'où,  $\varphi_2 = \frac{\pi}{4}$  rad.

D'après (1), on obtient  $X_{m2} = \frac{x_0}{\sin \varphi_2}$ .

A.N. :  $X_{m2} \approx 2,83 \cdot 10^{-2}$  m

$v(t) = X_{m2} \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_2)$  donne :  $V_{m2} = X_{m2} \omega_0$

A.N. :  $V_{m2} = 0,283$  m.s<sup>-1</sup>.

**c)** A l'instant  $t_0 = 0$ ,  $v = v_0$  et  $x = x_0$ , d'où :  $E_{o2} = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2} k x_0^2$

A.N. :  $E_{o2} = 4 \cdot 10^{-3}$  J.

**d)** Le système (cylindre-ressort) étant conservatif,  $E_2$  est constante :  $E_2 = \frac{1}{2} k X_{m2}^2 = E_{o2}$ .

Ce qui entraîne :  $X_{m2} = \sqrt{\frac{2E_{o2}}{k}}$

A.N :  $X_{m2} \approx 2,83 \cdot 10^{-2}$  m

$E_{o2} = \frac{1}{2} m V_{m2}^2$ , d'où :  $V_{m2} = \sqrt{\frac{2E_{o2}}{m}}$ .

AN :  $V_{m2} = 2\sqrt{2} \cdot 10^{-1}$  m.s<sup>-1</sup>

**3°)** L'énergie mécanique E est proportionnelle au carré de l'amplitude  $X_m$ .

On a :  $E_1 = \frac{1}{2} k X_{m1}^2$  et  $E_2 = \frac{1}{2} k X_{m2}^2$ . d'où :  $\frac{E_2}{E_1} = \frac{X_{m2}^2}{X_{m1}^2}$ .

Comme  $X_{m2}$  est supérieure à  $X_{m1}$ , il vient  $\frac{E_2}{E_1} > 1$ . Donc,  $E_2 > E_1$ .

**Remarque** : on peut répondre à la question en comparant directement  $E_{o2}$  et  $E_{o1}$  car

$$E_1 = E_{o1} \text{ et } E_2 = E_{o2}.$$

En fait,  $\frac{E_2}{E_1} = \frac{E_{o2}}{E_{o1}} = 1 + \frac{1}{\omega_0^2} \left( \frac{v_0}{x_0} \right)^2 > 1$ . Donc,  $E_2 > E_1$ .

# Exercices à résoudre

## Tests rapides des acquis

### 1 Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

1- Au passage par la position d'équilibre, la valeur algébrique de la vitesse est :  $v = X_m \omega_0$ .

2- L'équation différentielle d'un pendule élastique est :  $\frac{d^2x}{dt^2} - \omega_0^2 x = 0$

3- Les oscillations d'un pendule élastique ne sont pas amorties dans l'air.

4- L'énergie cinétique maximale du solide (S) de masse  $m$  d'un pendule élastique en oscillations libres non amorties, a pour expression

$$E_c = \frac{1}{2} k X_m^2 .$$

5- La vitesse instantanée  $v(t)$  d'un solide en oscillations libres non amorties est toujours en quadrature avance de phase par rapport à son élongation  $x(t)$ .

6- Les frottements influent sur l'amplitude des oscillations d'un pendule élastique.

7- La pseudopériode des oscillations amorties d'un pendule élastique augmente avec l'amortissement.

### 2 Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la proposition juste.

1- La période propre  $T_0$  des oscillations d'un pendule élastique :

- a- dépend de l'amplitude  $X_m$ .
- b- est proportionnelle à la masse du solide (S).
- c- ne dépend pas des conditions initiales.
- d- est le temps qui sépare deux passages successifs du solide par sa position d'équilibre.

2- Les oscillations non amorties d'un pendule élastique ont une amplitude qui :

- a- dépend de la vitesse initiale ;
- b- ne dépend que de la distance dont on a écarté initialement le pendule de sa position de repos ;
- c- Une amplitude qui augmente au cours du temps.

3- La diminution de l'amplitude des oscillations amorties d'un pendule élastique est due :

- a- aux transformations mutuelles d'énergie cinétique et d'énergie potentielle ;
- b- aux frottements ;
- c- uniquement à la dissipation de son énergie cinétique en énergie thermique.

4- Au cours des oscillations libres d'un pendule élastique, la vitesse du solide au passage par la position d'équilibre, est :

- a- toujours maximale ;
- b- toujours nulle ;
- c- maximale ou minimale.

5-) Un pendule élastique est formé d'un ressort de raideur  $k = 40 \text{ N.m}^{-1}$  et d'un solide de masse  $m = 100 \text{ g}$ , sa période propre vaut :

- a- 0,62 s ;
- b- 3,10 s ;
- c- 0,31 s.

6- L'équation différentielle du mouvement sans frottement d'un solide de masse  $m$  accroché à un ressort de raideur  $k$  est :

a-  $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{m}{k} x = 0$  ;

b-  $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0$  ;

c-  $\frac{d^2x}{dt^2} + \sqrt{\frac{k}{m}} x = 0$  .

7 °) Un pendule élastique en oscillations libres amorties a :

- a) une pseudopériode croissante au cours du temps ;
- b) une pseudopériode égale à sa période propre ;
- c) son amplitude qui diminue en raison des frottements.

8°) Le régime d'oscillations d'un pendule élastique amorti est pseudopériodique lorsque :

- a) l'amortissement est faible ;
- b) l'oscillateur est abandonné avec une

vitesse initiale ;

c) L'amplitude est constante.

9°) Un pendule élastique écarté de sa position de repos et abandonné à lui-même sans vitesse initiale effectue des oscillations libres. La mesure de l'amplitude des oscillations donne 4 cm pour la première oscillation et 3,8 cm pour la deuxième oscillation. On peut affirmer alors que :

- a) l'amplitude des oscillations est constante ;
- b) les oscillations sont amorties ;
- c) les oscillations sont périodiques.

### Exercices d'application

**3** Un pendule élastique horizontal est constitué d'un solide de masse  $m = 300$  g et un ressort de raideur  $k = 10$  N.m<sup>-1</sup>. Le solide est lancé à l'instant  $t = 0$ s, depuis sa position d'équilibre, avec une vitesse  $v_0 = 0,2$  m.s<sup>-1</sup> dans le sens positif. L'élongation du centre d'inertie du solide est :

$x(t) = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$ . Déterminer  $X_m$ ,  $\omega_0$  et  $\varphi$ .

**4** Un solide (S) de masse  $m = 0,1$  kg est accroché à l'une des extrémités d'un ressort de masse négligeable et de raideur  $k = 10$  N.m<sup>-1</sup> et dont la deuxième extrémité est attachée à un point fixe.

L'ensemble {solide ; ressort} est disposé sur un banc à coussin d'air horizontal.

Le solide (S) est déplacé de façon à provoquer l'allongement du ressort de 2 cm puis abandonné à lui-même sans vitesse initiale à un instant  $t_0$  qui sera pris comme origine des temps.

1) Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide (S).

2) Déterminer la période des oscillations du solide (S).

3) Déterminer l'expression de l'élongation  $x(t)$  du centre d'inertie G du solide (S).

**5** Un pendule élastique horizontal est constitué d'un ressort à spires non jointives, de raideur  $k = 25$  N.m<sup>-1</sup> et d'un solide de masse  $m = 0,5$  kg.

On écarte le solide de 2 cm de sa position d'équilibre et on le lâche. Le pendule effectue des oscillations sinusoïdales non amorties.

1) Calculer la période propre de l'oscillateur.

2) Calculer la vitesse du solide au passage par la position d'équilibre.

3) Comment évolue l'amplitude des oscillations, si le mouvement du solide devient amorti ?

### Exercices de synthèse

**6** 1°) Un corps (C) de masse  $M = 0,2$  kg est attaché à l'une des extrémités d'un ressort (R) à spires non jointives, de raideur  $k = 20$  N.m<sup>-1</sup> et de masse négligeable

devant M. L'autre extrémité du ressort est fixe. L'ensemble ressort (R) et corps (C) peut osciller horizontalement le long d'une tige (T). A l'équilibre, le centre de gravité G du corps (C) coïncide avec l'origine d'un repère (O, i) porté par un

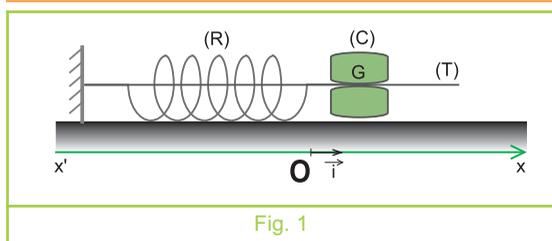


Fig. 1

axe horizontal  $x'x$  (figure 1). Au cours de son mouvement, G est repéré par son abscisse  $x$ . L'équation horaire du mouvement de G est  $x = 0,1 \sin(\omega_0 t + \varphi)$ . Sachant que,  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M}}$

a) calculer la valeur de la période  $T_0$  des oscillations de G,

b) en déduire la valeur de la fréquence propre  $N_0$ .

2°) A l'aide d'un dispositif approprié, on soumet le corps (C) à des frottements visqueux. L'enregistrement des différentes positions de G au cours du temps donne la courbe de la figure 2.

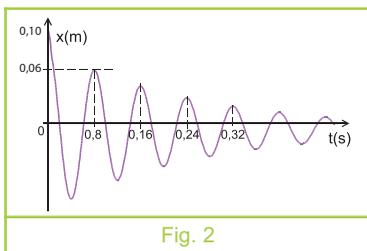


Fig. 2

a) Déterminer graphiquement la valeur de la pseudo période  $T$  des oscillations de G, la comparer à celle de la période propre  $T_0$  de l'oscillateur.

b) Déterminer les valeurs des énergies mécaniques  $E_0$  et  $E_1$  de l'oscillateur respectivement aux instants  $t_0 = 0$  et  $t_1 = T$ .

c) Comparer les valeurs de  $E_0$  et de  $E_1$ .

D'après Bac. Juin 2005 (section sport)

**7** On écarte le solide (S) d'un pendule élastique horizontal d'une distance  $d = 2$  cm, à partir de sa position de repos et on l'abandonne à lui même sans vitesse.

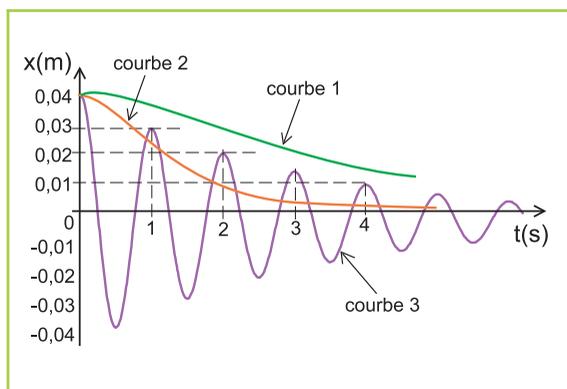
1°) En supposant que le mouvement du solide (S) sur le plan s'effectue sans frottement, déterminer la nature des oscillations du pendule.

2°) Sachant que la masse du solide (S) est  $m = 360$  g et que la période des oscillations vaut  $T_0 = 0.60$  s, calculer la raideur du ressort.

3°) Calculer la valeur maximale de la vitesse du solide au passage par sa position de repos.

**8**

La courbe de la figure ci-dessous représente l'enregistrement de l'élongation  $x$  du centre d'inertie G du solide (S) d'un oscillateur mécanique pour trois valeurs de l'amortissement.



1°) Parmi les trois enregistrements, indiquer celui (ou ceux) qui correspond (ent) à :

- \* des oscillations pseudo-périodiques ;
- \* un régime apériodique.

2°) Dans la pratique, comment obtient-on un régime apériodique à partir d'un régime pseudo-périodique ?

3°) Parmi les cas de régime apériodique, le régime critique correspond au retour le moins lent à l'état de repos. Identifier la courbe correspondante.

**9**

Un ressort à spires non jointives, de longueur à vide  $l_0 = 10$  cm, peut être allongé ou raccourci au maximum de 8,5 cm.

1°) Le ressort étant vertical, on lui attache un solide de masse  $m = 0,1$  kg, sa longueur devient  $l = 15$  cm. Déterminer la raideur  $k$  du ressort.

2°) Le ressort attaché toujours au solide de masse  $m = 0,1$  kg est disposé sur un banc à coussin d'air horizontal. Déterminer la pulsation,

la période et la fréquence des oscillations du pendule lorsqu'il est mis en mouvement.

3°) Le solide est écarté de sa position d'équilibre, l'abscisse de son centre d'inertie G est alors égale à  $x_0 = 5,5$  cm. Déterminer l'expression de l'élongation  $x$  du centre d'inertie G dans les cas suivants :

a) Le solide est abandonné sans vitesse initiale à l'instant  $t = 0$ .

b) Le solide est lâché sans vitesse initiale et passe pour la première fois par sa position d'équilibre à l'instant  $t = 0$ .

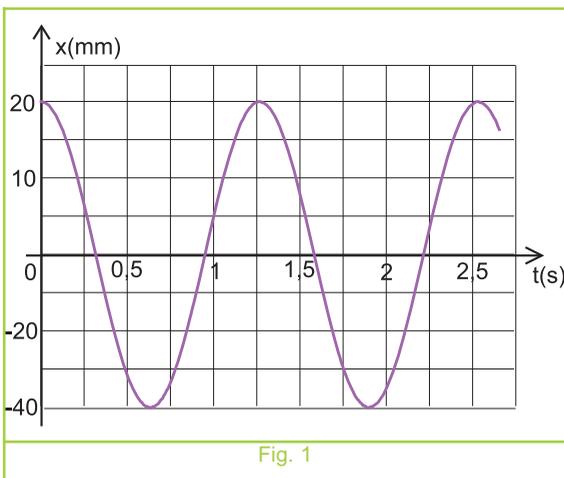
c) Le solide est lancé à l'instant  $t = 0$  vers les élongations croissantes avec une vitesse initiale telle qu'il subit ensuite son raccourcissement maximal.

**10** Un solide de masse  $m = 292$  g et de centre d'inertie G peut coulisser sans frottements le long d'une tige horizontale. Il est attaché à un ressort horizontal de raideur  $k = 8$  N.m<sup>-1</sup>. L'élongation  $x$  de G est repérée sur un axe Ox parallèle à la tige. L'origine O de cet axe correspond à la position du centre d'inertie G du solide lorsque le système est au repos.

1°) Etablir l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie G.

2°) Déterminer l'expression littérale de la période de  $T_0$ .

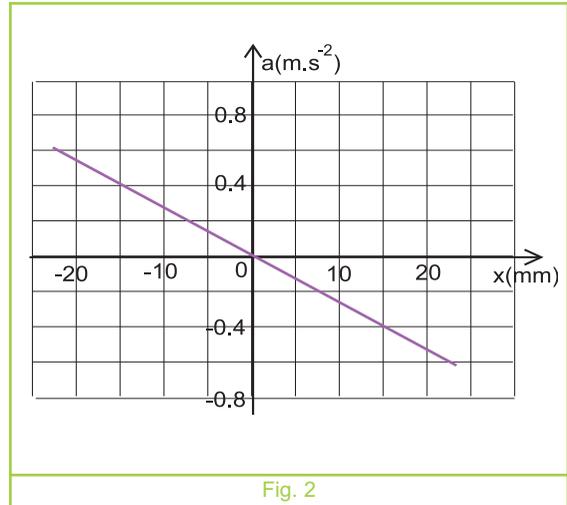
L'enregistrement de l'élongation en fonction du temps a permis de tracer le graphe de la figure 1.



a) Déterminer graphiquement les valeurs de  $X_m$  et  $T_0$  puis trouver  $\varphi$ .

b) Vérifier que la valeur de  $T_0$ , mesurée précédemment est en accord avec les valeurs numériques de  $m$  et  $k$ .

3°) Sur le graphe de la figure 2, on a représenté les couples  $(x ; a)$  où  $a$  est l'accélération du centre d'inertie G à un instant  $t$ .



a) Montrer que l'allure de ce graphe est en accord avec l'équation différentielle précédente

b) Déterminer l'expression littérale du coefficient directeur de la droite obtenue et montrer que cette valeur est en accord avec la valeur expérimentale.

**11** Le dispositif de la figure suivante comporte :

- un ressort (R) disposé verticalement tel que son extrémité supérieure est fixe, de raideur  $k = 12$  N.m<sup>-1</sup> et de masse négligeable.
- un récipient transparent contenant un liquide visqueux.
- un solide (S) de masse  $M = 0,304$  kg accroché à l'extrémité libre du ressort. Au cours de son mouvement, il baigne totalement dans le liquide et est soumis à des frottements de type visqueux équivalents à  $\vec{f} = -h\vec{v}$  où  $h$  est le coefficient de frottement caractéristique du liquide visqueux utilisé et  $\vec{v}$  est la vitesse instantanée du centre d'inertie G du solide (S).

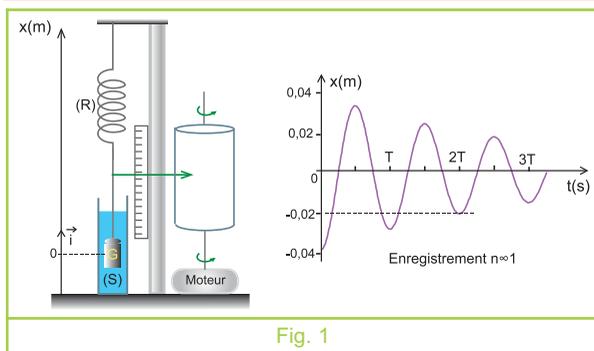


Fig. 1

1°) Enregistrement n° 1 : On utilise un liquide visqueux de coefficient de frottement  $h_a = 0,2 \text{ N.s.m}^{-1}$ . On agit sur le dispositif expérimental de sorte que G soit écarté de sa position d'équilibre O, origine du repère  $(O, \vec{i})$  d'axe  $x'x$ , de 4 cm vers le bas et libéré sans vitesse initiale à un instant  $t = 0$ . Un stylet est solidaire du ressort en A. Il enregistre, grâce à sa pointe qui appuie légèrement sur le cylindre enregistreur tournant à vitesse constante, le diagramme correspondant à l'enregistrement n°1 et traduisant les oscillations pseudopériodiques de G au cours du temps. L'intensité des frottements auxquels est soumis le solide (S) est telle que la valeur de sa pseudo période  $T$  peut être assimilée à celle de sa période propre

$$T \approx T_0 = 2 \sqrt{\frac{M}{k}}$$

- a) Calculer la valeur de la pseudopériode  $T$ .  
 b) Déterminer la durée d'un tour du cylindre enregistreur, sachant que le diagramme associé à l'enregistrement n°1 correspond à un seul tour de ce cylindre.

2°) Enregistrement n°2, n°3 et n°4

On dispose de trois liquides visqueux dont les coefficients de frottement sont :

$$h_b = 1 \text{ N.s.m}^{-1}; h_c = 4 \text{ N.s.m}^{-1} \text{ et } h_d = 6 \text{ N.s.m}^{-1}.$$

Pour chaque liquide utilisé, un enregistrement est effectué dans les mêmes conditions que celles pour l'enregistrement n°1. On obtient les enregistrements n°2, 3 et 4.

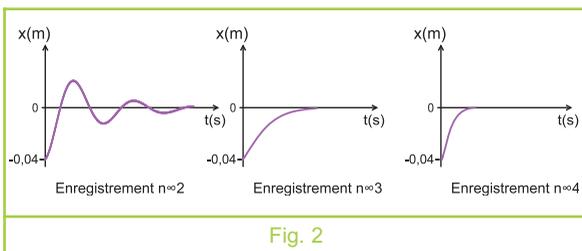


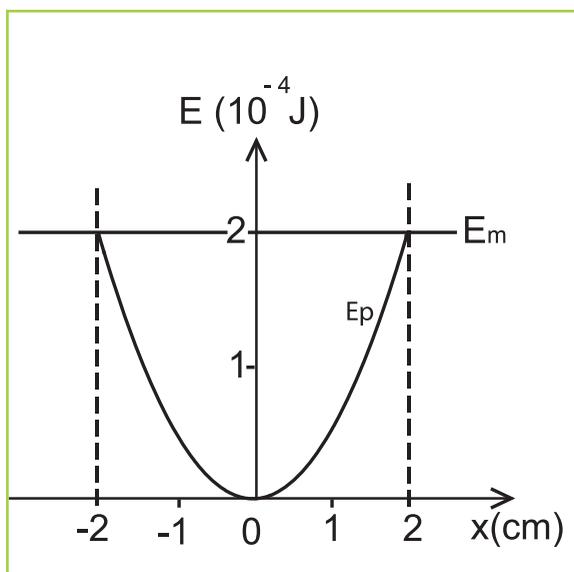
Fig. 2

Reproduire le tableau suivant et le remplir en indiquant pour chaque enregistrement la valeur du coefficient de frottement associé au liquide utilisé et l'une des deux indications «pseudo périodique» ou «apériodique»

|                     | $h$ (en $\text{N.s.m}^{-1}$ ) | Nature des oscillations (pseudo périodique ou apériodique) |
|---------------------|-------------------------------|--|
| Enregistrement n° 2 |                               |  |
| Enregistrement n° 3 |                               |  |
| Enregistrement n° 4 |                               |  |

D'après Bac. juin 2004

**12** Sur la figure ci-dessous on a représenté les variations des énergies potentielle élastique et mécanique d'un pendule élastique horizontal en fonction de l'élongation  $x$  du centre d'inertie du solide (S). On désigne par  $k$  la raideur du ressort et par  $m$  la masse de (S).



1°) Comment varie l'énergie mécanique au cours du temps. Donner sa valeur. Déduire si les oscillations libres de ce pendule sont amorties ou non amorties.

2°) Dans quel domaine d'élongation  $x$  évolue le mobile ?

3°) Justifier la forme de la courbe représentant l'énergie potentielle élastique de l'oscillateur.

# 13

## Etude de texte

### Le tsunami

Le tsunami est une catastrophe naturelle qui peut être meurtrière et destructrice comme celle qui a suivi le séisme de Sumatra (Indonésie) du 26 décembre 2004. Dès lors, le terme "tsunami" est passé dans la langue courante des différents peuples du monde. Le tsunami est provoqué par un déplacement rapide d'un grand volume d'eau d'océan ou de mer. Ce mouvement est en général dû à un séisme, à une éruption volcanique sous-marine de type explosive ou bien à un glissement de terrain sous-marin de grande ampleur. Un impact météoritique peut aussi en être la cause, de même qu'une explosion atomique sous-marine.

Tous ces phénomènes entraînent des oscillations de la Terre avec une fréquence pouvant atteindre 3 mHz et qui ne dépend que de sa structure interne ; les oscillations les plus graves sont celles de fréquence comprise entre 0,3 mHz et 3 mHz. En fait, il peut en résulter une élévation ou un abaissement brutal du niveau de la surface d'eau océanique.

En plein océan (ou en pleine mer), le tsunami provoque l'oscillation de quantités d'eau énormes tant en surface qu'en profondeur (les parti-

cules d'eau sont animées d'oscillations horizontales dans la direction de propagation du tsunami) avec des périodes variant entre 10 min (pro-



fondeur de 1 km d'eau) et plus de 60 min (profondeur de 6 km d'eau au minimum).

Lorsque le tsunami s'approche des côtes, sa période diminue tandis que son amplitude augmente. Lorsque l'amplitude du tsunami devient non négligeable par rapport à la profondeur de

l'eau, une partie de la vitesse d'oscillation de l'eau se transforme en un mouvement (ou courant d'eau) horizontal global.

Sur les côtes, c'est davantage ce courant d'eau horizontal et rapide (typiquement plusieurs dizaines de km/h) qui est la cause des dégâts que d'élévation du niveau de l'eau : ce n'est pas principalement la hauteur du tsunami qui en fait sa force destructrice mais la durée de l'élévation du niveau de l'eau et la quantité d'eau déplacée à son passage.

On peut voir le phénomène sous un autre angle: une vague classique, d'une période d'au plus une minute, n'élève pas le niveau de l'eau suffisamment longtemps pour que de grandes quantités d'eau déferlent profondément sur les côtes, tandis que le niveau des eaux s'élève au dessus de son

niveau normal pendant 5 à 30 minutes lors du passage d'un tsunami.

### Questions

1°) Relever les trois types d'oscillations libres évoquées dans le texte.

2°) a) Qu'est-ce qui montre que les oscillations de la Terre provoquées par les séismes entre autres sont libres ?

b) Calculer les valeurs minimale et maximale des périodes de ces oscillations.

c) Quelle qualification donne-t-on à ces périodes d'oscillations libres de la Terre ?

3°) Qu'est-ce qui montre que le tsunami est un phénomène oscillatoire ?

4°) Justifier la durée d'élévation du niveau de l'eau de mer allant de 5 à 30 min lors du passage d'un tsunami.

# En savoir plus

## Les oscillations libres de la Terre

Comme tout corps élastique, la Terre peut vibrer librement à des fréquences bien déterminées par sa forme et sa constitution. Ces oscillations sont les modes normaux du corps, ou oscillations libres. Ce dernier qualificatif se justifie par le fait qu'après excitation de l'oscillation, celle-ci perdurera indéfiniment, si l'on fait abstraction des forces de frottement.

Pour exciter les modes normaux de la Terre (le mode le plus simple est le fondamental, tandis que les autres sont les harmoniques), il faut évidemment des sources formidables telles que les grands tremblements de Terre. En fait, si le séisme est suffisamment important, les oscillations libres de la Terre se produisent à des fréquences qui ne dépendent que de sa structure interne.

Les périodes des modes sismiques sont comprises entre quelques secondes et 54 min, tandis que leur amplitude peut atteindre le millimètre. Certains modes perdurent jusqu'à un mois après des séismes particulièrement violents. Par suite, leurs fréquences sont très basses : à la période de 20.5 minute par exemple, correspond une fréquence de 0.001 Hz. Pour se donner une meilleure idée des ordres de grandeur, comparons cette fréquence à celle du « Do 256 Hertz », qui occupe le centre du clavier d'un piano. Pour atteindre la fréquence de 0.001 Hertz, il faudrait descendre de 18 octaves (En musique, une octave est l'intervalle séparant deux sons dont les fréquences fondamentales sont en rapport de un à deux), alors que le clavier d'un piano n'en compte au total que 8. Prenons un autre exemple : dans le cas d'une corde de guitare, sa fréquence est d'autant plus basse qu'elle est longue (lorsque le guitariste obtient un son plus ou moins grave d'une corde en la pinçant en différents endroits, il ne fait rien d'autre que l'allonger ou la raccourcir). En supposant que l'on pourrait fabriquer et tendre une corde de guitare de 300 km de long, elle émettrait une fréquence aussi basse que 0,001 Hz !

L'harmonie d'un son provient d'une relation simple qui lie les fréquences harmoniques et fondamentales. Dans le cas d'un stylo qui tombe, le choc excite sa fréquence fondamentale, par exemple égale à 197 Hz, mais également des « harmoniques », de 211, 217, 219, 287, 311 Hertz... Il n'existe pas de relation simple entre harmoniques et fondamentale, c'est ce qui rend le son sec et désagréable. Cependant, pour le physicien, il s'agit toujours d'une somme de fondamentale et d'harmoniques. Si l'on pouvait entendre les sons qui correspondent aux modes sismiques, il s'agirait également d'un bruit non harmonieux, vu les relations complexes qui existent entre fondamentales et harmoniques.

Pour qu'il y ait des oscillations, il faut des forces de rappel qui tendent à ramener les particules à leur position d'équilibre. Dans le cas des modes sismiques, ces forces de rappel sont dues essentiellement à l'élasticité liée aux forces de cohésion moléculaire

D'après M. Van camp

## Objectifs

- ◆ Distinguer, en régime mécanique forcé, entre l'excitateur et le résonateur.
- ◆ Distinguer en mécanique, entre les oscillations libres et les oscillations forcées.
- ◆ Mettre en évidence, qualitativement, la résonance d'élongation d'un pendule élastique.
- ◆ Etudier qualitativement l'influence de l'amortissement sur la résonance d'élongation d'un pendule élastique.
- ◆ Établir l'expression du déphasage entre la force excitatrice  $F$  et l'élongation  $x$  du solide.
- ◆ Distinguer une résonance aiguë d'une résonance floue.
- ◆ Utiliser l'analogie formelle électrique - mécanique pour :
  - écrire, en  $x$  ou en  $v$ , l'équation différentielle des oscillations mécaniques forcées en régime sinusoïdal,
  - écrire l'expression de l'amplitude  $X_m$  des oscillations et celle de la vitesse maximale  $V_m$  d'un pendule élastique en fonction de la fréquence  $N$  de l'excitateur,
  - caractériser la résonance d'élongation,
  - caractériser la résonance de vitesse d'un pendule élastique,
  - exprimer la puissance mécanique moyenne d'un pendule élastique.

## Prérequis

### SAVOIR

- ◆ Exprimer la période propre des oscillations libres d'un pendule élastique en fonction de ses grandeurs caractéristiques.
- ◆ Écrire l'équation différentielle caractéristique des oscillations forcées d'un oscillateur RLC série.
- ◆ Exprimer l'intensité maximale  $I_m$  du courant oscillant dans un circuit RLC série en fonction de la fréquence des excitations sinusoïdales.
- ◆ Exprimer la puissance électrique moyenne absorbée par un oscillateur électrique.

### SAVOIR FAIRE

- ◆ Distinguer entre un excitateur et un résonateur.
- ◆ Établir en  $i(t)$  ou en  $q(t)$ , l'équation différentielle des oscillations forcées d'un circuit RLC série en régime sinusoïdal.
- ◆ Dédire de l'expression de  $I_m$  en régime sinusoïdal forcé, celle de la charge maximale  $Q_m$  du condensateur du circuit RLC série.
- ◆ Faire l'analogie formelle entre un oscillateur mécanique amorti et un circuit RLC série.

# OSCILLATIONS FORCÉES D'UN PENDULE ÉLASTIQUE EN RÉGIME SINUSOÏDAL

# 6



*Les marées sont des oscillations périodiques. À quoi sont-elles dues et en quoi diffèrent-elles des tsunamis?*



*Le violoniste fait vibrer les cordes de son instrument en les frottant avec l'archet pour produire un son avec des notes plus ou moins hautes.*



*Clarinettes "graves" offrant une musique très impressionnante*

- ◆ - Pourquoi ces formes particulières des instruments de musique comme le violon, le violoncelle, le contre basse, la clarinette ... ?
- ◆ - Dans certaines voitures, on entend parfois des bruits inconfortables de la carrosserie. A quoi sont-ils dus et pourquoi à des vitesses bien déterminées et non pas à d'autres ?
- ◆ - Pourquoi a-t-on interdit à un régiment de soldats de traverser un pont (même non suspendu) au pas cadencé ?

# OSCILLATIONS FORCÉES D'UN PENDULE ÉLASTIQUE EN RÉGIME SINUSOÏDAL

Comme dans la nature, nombreux sont les domaines où les oscillations mécaniques sont importantes. Lorsqu'elles sont recherchées, il faut penser à les entretenir. En fait, pour éviter la diminution de leur amplitude due aux frottements inévitables, on doit leur apporter de l'énergie. Comme dans le cas des oscillations électriques, lorsque l'apport de l'énergie se produit périodiquement avec un dispositif approprié appelé excitateur, les oscillations mécaniques entretenues sont dites forcées.

## 1 PRODUCTION D'OSCILLATIONS FORCÉES

### Manipulation

On utilise le dispositif expérimental schématisé sur la figure 1. Il est constitué essentiellement d'un pendule élastique horizontal (système solide-ressort), d'un moteur (M) et d'un dispositif d'entraînement du pendule par le moteur. Le solide est un palet (S) de masse  $m = 100 \text{ g}$ , placé sur un banc à coussin d'air. Par un point A de l'un de ses bords latéraux, il est attaché à un ressort de raideur  $k = 6.5 \text{ N.m}^{-1}$ . Par l'intermédiaire d'un dispositif de guidage, le ressort est relié par son autre extrémité à un excentrique solidaire du moteur (M) de fréquence de rotation  $N$  réglable. De cette manière, lorsque le moteur est en marche, l'extrémité B du ressort est assujettie à se déplacer parallèlement au bord supérieur du banc à coussin d'air. Un stylet fixé sur le solide (S) permet d'enregistrer l'évolution de l'élongation de son centre d'inertie G en fonction du temps, sur une feuille de papier enroulée sur un cylindre tournant à vitesse constante.

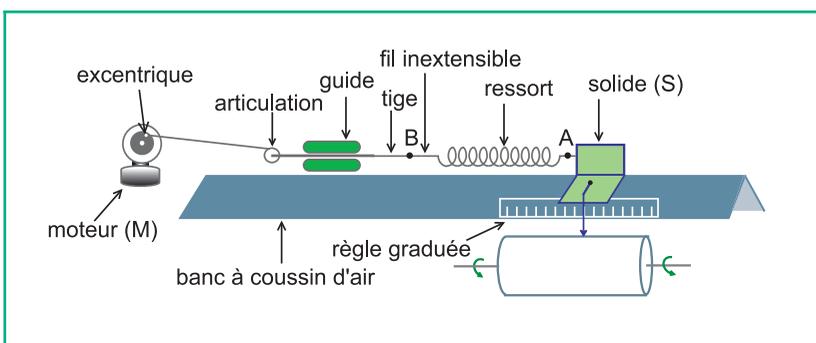


Fig.1 : Dispositif d'étude des oscillations forcées d'un pendule élastique horizontal

En faisant tourner le moteur à la fréquence  $N = 1.5 \text{ tr.s}^{-1}$ , le palet (S) se met à osciller sur le banc de part et d'autre de sa position de repos. Une fois le régime permanent est établi, on réalise un enregistrement graphique qui donne la courbe de la figure 2.

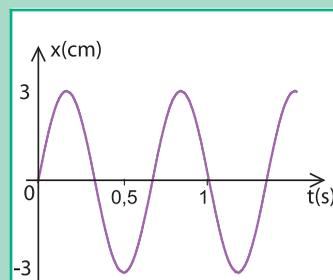


Fig.2 : Enregistrement graphique des oscillations

**Remarque :**

On peut réaliser une acquisition et un traitement informatique des mesures. A cette fin, on relie le solide (S) à un montage potentiométrique qui permet de mesurer la différence de potentiel entre le point M qui correspond à la position de (S) à un instant  $t$  et le point O qui correspond à la position de (S) au repos et qui sera prise comme origine des abscisses. La tension  $U_{OM}$  est proportionnelle à l'abscisse  $x$  du point M (Fig.3)

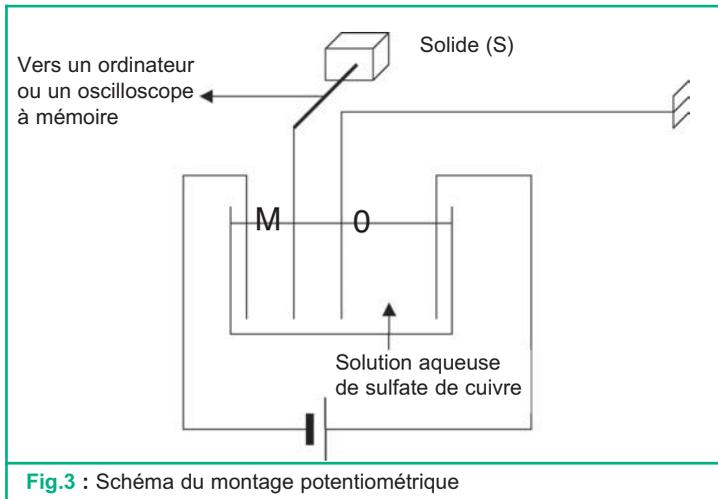


Fig.3 : Schéma du montage potentiométrique

**Questions**

1°) Déterminer graphiquement la fréquence des oscillations du pendule élastique, la comparer à sa fréquence propre et à la fréquence de rotation du moteur. En déduire qu'il s'agit d'oscillations forcées.

2°) Déterminer l'expression de l'élongation  $x$  en fonction du temps.

**Interprétation**

Au cours de son mouvement de rotation uniforme à la fréquence  $N$ , le moteur (M) entraîne l'extrémité B du ressort dans un mouvement rectiligne sinusoïdal suivant la direction horizontale du ressort, à la fréquence  $N$ .

Ainsi, l'élongation du centre d'inertie  $G$  s'écrit :  $x = X_m \sin(2\pi Nt + \varphi)$ .

On dit alors que le pendule élastique effectue des oscillations forcées imposées par le moteur qui joue le rôle d'excitateur.

**Conclusion**

Etant soumis à des excitations périodiques, le pendule élastique effectue des oscillations forcées sinusoïdales de période égale à celle de l'excitateur. L'oscillateur qu'est le pendule élastique est appelé résonateur.

**Remarque :**

La dénomination résonateur sera justifiée plus loin.

## 2 INFLUENCE DE LA FRÉQUENCE DE L'EXCITATEUR SUR L'AMPLITUDE DES OSCILLATIONS

### Manipulation

Pour étudier expérimentalement l'influence de la fréquence  $N$  de l'excitateur sur l'amplitude  $X_m$  des oscillations du pendule, on reprend le dispositif de la figure 1, sans le système d'enregistrement (Fig.4) et on met le moteur en marche à la plus petite valeur possible de la fréquence  $N$ . Le pendule se met à osciller de part et d'autre de sa position d'équilibre, comme précédemment, à la même fréquence  $N$ , mais avec une amplitude très faible. En faisant augmenter progressivement la valeur de la fréquence  $N$  du moteur, l'amplitude des oscillations devient de plus en plus grande. Puis, lorsque  $N$  s'approche d'une certaine valeur légèrement inférieure à la fréquence propre  $N_0$  du pendule élastique,  $X_m$  augmente beaucoup plus qu'auparavant. Mais, dès qu'elle dépasse cette valeur à laquelle elle est la plus élevée,  $X_m$  rechute pour continuer par la suite à décroître en tendant de manière modérée vers des valeurs de plus en plus faibles.

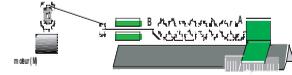


Fig.4 : Palet (S) sans le système d'enregistrement

### Questions

- 1°) Est-ce que les observations et les constatations faites ne sont pas semblables à des constatations faites dans une étude antérieure ? Dans l'affirmative, rappeler cette étude ainsi que les constatations qui lui sont spécifiques.
- 2°) Justifier la qualification du pendule comme étant un résonateur.
- 3°) Comparer la valeur de la fréquence à laquelle se produit le phénomène de résonance d'élongation avec la valeur de la fréquence propre du résonateur.

### Conclusion

En régime sinusoïdal forcé, l'amplitude  $X_m$  des oscillations d'un pendule élastique dépend de la fréquence  $N$  des excitations. Elle atteint sa valeur la plus élevée à une fréquence  $N_r$  légèrement inférieure à la fréquence propre  $N_0$  du pendule : on dit qu'il y a résonance d'élongation.  $N_r$  est appelée fréquence de résonance.

## 3 INFLUENCE DE L'AMORTISSEMENT SUR L'AMPLITUDE DES OSCILLATIONS

### Manipulation

#### Expérience 1

On reprend de nouveau le dispositif expérimental de la figure 1, sans le système d'enregistrement. On augmente l'amortissement dû à la résistance de l'air en fixant sur le palet (S) une voile sous forme d'une plaque rectangulaire perpendiculaire à l'axe du banc à coussin d'air (Fig.5) et on suit comme précédemment l'évolution de l'amplitude  $X_m$  des

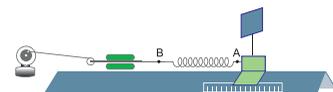


Fig.5 : Palet (S) avec voile

oscillations du résonateur en fonction de la fréquence  $N$  de l'excitateur. En procédant de la même manière, on relève les mêmes constatations. Toutefois, l'amplitude des oscillations à la résonance est atteinte plus régulièrement et reste inférieure à celle du premier cas (palet (S) sans voile). De plus, bien qu'elle reste légèrement inférieure à la fréquence propre  $N_0$  du pendule, la fréquence de résonance  $N_r$  est encore plus petite que celle du premier cas

### Expérience 2

En faisant de même avec une plaque un peu plus grande, on réussit à faire entrer le pendule élastique en résonance, mais avec une amplitude beaucoup moins remarquable et à une fréquence  $N_r$  plus petite que celle du deuxième cas, tout en restant légèrement inférieure à sa fréquence propre  $N_0$ .

### Expérience 3

En utilisant pour la voile une plaque de grandes dimensions, les oscillations deviennent à peine remarquables à cause de leur petite amplitude qui reste pratiquement telle quelle si elle ne diminue pas légèrement quand on augmente la fréquence des excitations.

### Remarque

La manipulation précédente peut être réalisée avec un pendule élastique vertical, l'amortissement varie selon que le solide (S) oscille dans l'air ou dans un liquide avec ou sans rondelle (Fig.6).

### Questions

- 1°) En s'aidant des résultats de l'étude expérimentale faite, comparer l'influence de l'amortissement sur les oscillations sinusoïdales forcées d'un pendule élastique avec l'influence du facteur de même type sur le circuit RLC série en régime sinusoïdal forcé (chapitre 4).
- 2°) Dans le cas de l'expérience 3, le régime forcé du pendule élastique est dit linéaire. Justifier cette qualification.

### Interprétation

En fixant sur le palet une voile de dimensions de plus en plus grandes, on augmente l'amortissement, ce qui explique la diminution de l'amplitude  $X_m$  des oscillations à la résonance.

Lorsque l'amortissement est très faible (absence de voile sur le palet), l'amplitude  $X_{m0}$  à la résonance est très grande et diminue considérablement dès que la fréquence des excitations est légèrement différente de la fréquence de résonance. Une telle résonance est dite **aiguë**.

Avec un amortissement moyen (avec une plaque de petites dimensions), l'amplitude  $X_{m1}$  à la résonance est plus petite que  $X_{m0}$  et sa diminution constatée avec l'écart de la fréquence  $N$  des excitations par rapport à la fréquence  $N_{r1}$  de résonance est plutôt modérée.

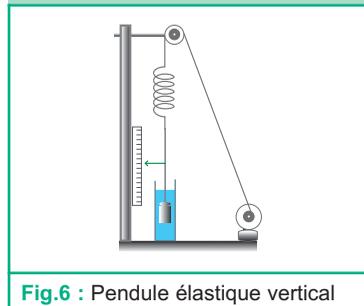


Fig.6 : Pendule élastique vertical

Pour un amortissement important (avec une plaque de dimensions moyennes comme celle de l'expérience 2), l'amplitude des oscillations devient moins sensible à la variation de la fréquence des excitations. La résonance est dite alors **floue**.

Pour un amortissement très important, le pendule répond toujours mais difficilement avec des oscillations de très petite amplitude pratiquement indépendante de la fréquence  $N$  des excitations, ce qui explique l'impossibilité d'obtenir dans ces conditions une résonance. C'est pour cette raison qu'un tel régime forcé est qualifié de régime **linéaire**.

### Conclusion

Pour une fréquence d'excitation donnée, l'amplitude des oscillations forcées d'un pendule élastique est d'autant plus petite que l'amortissement est plus important. Avec un faible amortissement, la résonance est aiguë. Avec un amortissement important, la résonance est floue.

La fréquence de résonance est inférieure à la fréquence propre du pendule élastique. Cependant, l'écart entre ces fréquences est d'autant plus remarquable que l'amortissement est plus important.

## 4 ÉTUDE THÉORIQUE

Pour l'étude théorique des oscillations forcées du pendule élastique, on choisit comme repère galiléen, le repère  $(O, \vec{i})$  lié au laboratoire (Fig.7),  $\vec{i}$  étant le vecteur unitaire de l'axe du ressort, la position de repos  $O$  du centre d'inertie  $G$  de  $(S)$  étant son origine et  $x$  étant son élongation comprise entre  $+X_m$  et  $-X_m$ .

Cependant, pour développer cette étude, on ne va pas procéder par l'application de la RFD. On va plutôt mettre à profit l'analogie formelle mécanique-électrique, dégagée à la fin de l'étude des oscillations libres (page 149).

### 4.1- NATURE ET VITESSE DES OSCILLATIONS

Afin de pouvoir exploiter l'analogie formelle mécanique électrique sus-sindiquée, Il faut associer à la valeur  $F = F_m \sin 2\pi Nt$  de la force excitatrice une grandeur électrique analogue. Ça ne peut être que la tension excitatrice  $u = U_m \sin 2\pi Nt$ . Ainsi, l'analogie à utiliser pour déterminer la nature des oscillations du pendule élastique peut être résumée comme suit :

| Oscillateur électrique | Oscillateur mécanique  |
|------------------------|------------------------|
| $q$                    | $x$                    |
| $i = dq/dt$            | $v = dx/dt$            |
| $l$                    | $m$                    |
| $r$                    | $h$                    |
| $1/C$                  | $k$                    |
| $u = U_m \sin 2\pi Nt$ | $F = F_m \sin 2\pi Nt$ |

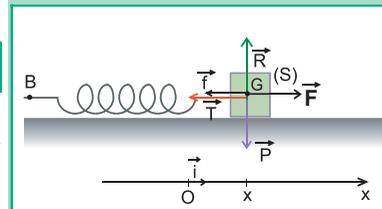


Fig.7 : Choix du repère d'étude

Par conséquent, le dispositif analogue au dispositif mécanique de la figure 7 est le circuit RLC série schématisé à la figure 8. On a vu au chapitre 4 que pour un tel circuit RLC série, en régime sinusoïdal forcé, l'équation différentielle s'écrit :

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = U_m \sin \omega t, \text{ avec } \omega = 2\pi N,$$

ce qui donne par analogie, comme équation différentielle en  $x$  :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + kx = F_m \sin \omega t.$$

Une telle équation différentielle admet comme solution particulière :  $x = x_m \sin(\omega t + \varphi_x)$ , ce qui explique les oscillations sinusoïdales de (S) à la fréquence  $N$  de l'excitateur, en régime permanent.

Pour la vitesse ( $v = \frac{dx}{dt}$ ) du palet, il s'en suit :

$$v = \omega X_m \sin(\omega t + \varphi_x + \frac{\pi}{2})$$

Donc, on a :

$$v = V_m \sin(\omega t + \varphi_v), \text{ avec } V_m = \omega X_m \text{ et } \varphi_v = \varphi_x + \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$$

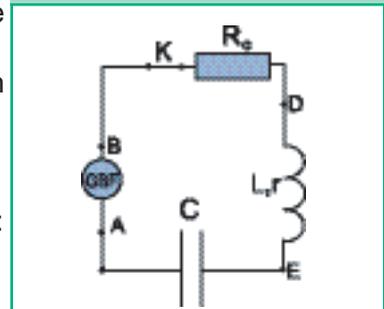


Fig.8 : Circuit RLC série soumis à la tension excitatrice  $u = U_m \sin \omega t$

### Questions

Refaire la même étude qui consiste en la détermination de  $x(t)$  et de  $v(t)$  en procédant comme suit :

- 1°) a - Par recours à l'analogie formelle électrique-mécanique, écrire, en la vitesse  $v$  du centre d'inertie  $G$  du palet, l'équation différentielle régissant les oscillations forcées du pendule élastique.
  - b - Ecrire l'expression de la vitesse instantanée  $v(t)$ .
- 2°) De l'expression de  $v(t)$  déduire celle de  $x(t)$ .

### Conclusion

Etant régies par l'équation différentielle :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + kx = F_m \sin \omega t \Leftrightarrow m \frac{dv}{dt} + hv + k \int v dt = F_m \sin \omega t,$$

les oscillations forcées d'un pendule élastique évoluent sinusoïdalement au cours du temps à la pulsation  $\omega$  de l'excitateur.

$$x = X_m \sin(\omega t + \varphi_x) \Leftrightarrow v = V_m \sin(\omega t + \varphi_v), \text{ avec } V_m = \omega X_m \text{ et } \varphi_v = \varphi_x + \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$$

## 4.2- AMPLITUDE DES OSCILLATIONS

Par analogie avec l'expression de la valeur maximale  $Q_m$  de la charge  $q$  du condensateur d'un circuit RLC série en régime forcé sinusoïdal, on peut dégager l'expression de la valeur maximale  $X_m$  de l'élongation du centre d'inertie  $G$  du palet du pendule élastique  $x$ .

On a :  $Q_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 \omega^2 + (L\omega^2 - \frac{1}{C})^2}}$ , d'où :

$$X_m = \frac{F_m}{\sqrt{h^2 \omega^2 + (m\omega^2 - k)^2}}$$

Donc, comme pour  $Q_m$ , l'amplitude  $X_m$  dépend de la pulsation et, par suite, de la fréquence  $N$  de l'excitateur.

## Questions

Par analogie avec l'expression de la valeur maximale  $I_m$  de l'intensité du courant oscillant dans un circuit RLC série en régime forcé sinusoïdal, montrer qu'en régime mécanique semblable, la valeur maximale  $V_m$  de la vitesse du centre d'inertie  $G$  du palet du

$$V_m = \frac{F_m}{\sqrt{h^2\omega^2 + (m\omega - \frac{k}{\omega})^2}}$$

pendule élastique s'écrit :

## 4.3- RÉSONANCE D'ÉLONGATION ET RÉSONANCE DE VITESSE

### Résonance d'élongation

La même analogie nous permet de caractériser la résonance d'élongation comme suit :

|                        | Résonance de charge                          | Résonance d'élongation                       |
|------------------------|--|--|
| Fréquence de résonance | $N_r = \sqrt{N_o^2 - \frac{R^2}{8\pi^2L^2}}$ | $N_r = \sqrt{N_o^2 - \frac{h^2}{8\pi^2m^2}}$ |

La résonance d'élongation se manifeste bien à une fréquence  $N_r$  de l'excitateur légèrement inférieure de la fréquence propre  $N_o$  du résonateur, et ce, à cause du terme  $\frac{h^2}{8\pi^2m^2}$  dû au coefficient de frottement non nul  $h$ . De plus, l'écart ( $N_o - N_r$ ) augmente avec ce terme.

D'autre part, l'amortissement influe sur l'amplitude des oscillations : plus  $h$  est grand, plus  $X_m$  est petite.

## Questions

1°) Montrer que la résonance d'élongation devient impossible pour les valeurs de  $h$  supérieures à une valeur limite  $h_o = m\omega_o\sqrt{2}$ .

2°) Montrer que si  $h$  était nul, la résonance aurait lieu pour  $\omega = \omega_o$  avec une amplitude  $X_m$  qui tendrait vers l'infini. Commenter ce cas idéal.

### Résonance de vitesse

De la même manière que pour la résonance d'élongation, on peut caractériser la résonance de vitesse par analogie avec la résonance d'intensité en électricité :

|   | Résonance d'intensité | Résonance vitesse     |
|---|-----------------------|-----------------------|
| Fréquence de résonance                    | $N_r = N_o$           | $N_r = N_o$           |
| Valeur maximale de la grandeur oscillante | $I_m = \frac{U_m}{R}$ | $V_m = \frac{F_m}{h}$ |

## 5 PUISSANCE MECANIQUE MOYENNE

En régime sinusoïdal forcé, le pendule élastique oscille sans diminution d'amplitude grâce à l'énergie qui lui est transférée périodiquement par l'excitateur. La puissance mécanique moyenne  $P$  de l'oscillateur peut être exprimée par recours à l'analogie formelle électrique-mécanique.

|  |   |  |
|--|---|--|
| Puissance électrique moyenne   | ↔ | Puissance mécanique moyenne  |
| $p = \frac{U_m I_m}{2} \cos\varphi$ , avec $\varphi = \varphi_i - \varphi_u$ | ↔ | $p = \frac{F_m V_m}{2} \cos\varphi$ , avec $\varphi = \varphi_v - \varphi_F$ |
| $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$  | ↔ | $\cos\varphi = \frac{h}{Z}$  |
| $U_m = Z I_m$  | ↔ | $U_m = Z V_m$  |
| $P = \frac{1}{2} R I_m^2$  | ↔ | $P = \frac{1}{2} h V_m^2$  |

## 6 IMPORTANCE DES OSCILLATIONS MÉCANIQUES FORCÉES ET DE LA RÉSONANCE

Les oscillations mécaniques forcées ainsi que le phénomène de résonance sont très importants tant dans la nature que dans les différents domaines de la vie (en acoustique, en industrie...). Toutefois, elles sont parfois recherchées, surtout à la résonance comme en acoustique ; par contre, dans d'autres cas, elles sont à éviter parce qu'elles sont gênantes ou même dangereuses.

### 1- DANS LA NATURE : PHÉNOMÈNE DES MARÉES

Dans certaines baies, il se produit régulièrement, au cours de l'année, le phénomène naturel des marées (Fig.9) qui consiste en des oscillations forcées de grandes quantités d'eau d'océans, les excitateurs sont la lune et le soleil.

Ayant, dans la baie, une période propre proche de la période des marées (de l'ordre de 12 heures), l'eau entre en résonance. Ainsi, à l'entrée d'une baie, on peut observer des marées hautes de dix mètres et même plus, alors qu'en haute mer l'amplitude n'est que de l'ordre de 30 cm. L'énergie des marées peut être mise à profit pour faire fonctionner les turbines d'une centrale marémotrice.

### 2- EN ACOUSTIQUE

En musique, les caisses des instruments à cordes ainsi que l'air qu'elles contiennent entrent en résonance sous l'action des vibrations des cordes, ce qui permet de renforcer les notes produites.

La caisse de résonance et l'air qu'elle contient constituent un



Fig.9 : Exemple de marée

oscillateur mécanique de période propre dépendant de la forme de la caisse.

La membrane d'un haut parleur forme le système oscillant qui engendre les vibrations sonores. Elle doit vibrer avec une amplitude importante dans un domaine particulier de fréquences audibles. Ces vibrations forcées doivent correspondre à une résonance «floue», sinon, selon leur fréquence, certains sons seraient amplifiés beaucoup plus que d'autres.

### 3- EN INDUSTRIE : OSCILLATIONS FORCÉES DUES AUX TRÉPIDATIONS DU ROTOR D'UNE MACHINE TOURNANTE

Dans le cas où la partie tournante d'une machine n'est pas parfaitement équilibrée, elle joue par ses trépidations, le rôle d'excitateur pour les autres parties de la machine, susceptibles de vibrer.

Lorsque la fréquence de rotation de la machine avoisine la fréquence propre de l'une ou l'autre de ses parties, l'amplitude des oscillations que prend cette machine peut devenir tellement importante que de dangereuses ruptures se produisent. Ceci explique les vibrations inconfortables ou bruyantes qu'on observe parfois dans une voiture pour certains régimes de rotation du moteur, leur amplitude est d'autant plus grande que les pièces de la carrosserie mises en cause sont plus desserrées, puisque leur amortissement devient plus faible. C'est aussi l'une des raisons pour lesquelles on équilibre les roues des véhicules en plaçant une masselotte de plomb sur la jante de la roue.

Les paniers à linge des machines à laver sont suspendus à des amortisseurs qui évitent aux châssis une excitation à ses fréquences propres lorsque le panier est en rotation.

Pour les mêmes raisons, les machines outils sont souvent munies de supports amortisseurs.

#### EXEMPLE D'ILLUSTRATION

Pour illustrer les effets de trépidation, on peut utiliser l'exemple du gyroscope (Fig.10). Cet appareil est constitué essentiellement d'un stator et d'un rotor. La partie fixe (stator) est un bâti portant une série de lamelles d'acier d'inégales longueurs, donc de différentes périodes propres. La partie tournante (rotor) est un disque métallique mobile autour d'un axe fixe passant par son centre et perpendiculaire à son plan.

Un petit trou percé au voisinage du pourtour du disque fait que son centre d'inertie n'est pas situé exactement sur l'axe de rotation et provoque de légères trépidations au cours de sa rotation. Les oscillations sont transmises aux lamelles.

Le disque est mis en rotation à l'aide d'une ficelle initialement enroulée sur son axe. A cause des frottements, le disque tour-



Fig.10 : Gyroscope à lames

ne de moins en moins vite.

Lorsque la fréquence des trépidations avoisine la fréquence propre de l'une des lamelles, celle-ci entre en résonance. On voit donc les lamelles entrer en résonance, une à une, sachant que c'est la plus courte qui commence la première vu que sa fréquence propre est la plus grande.

#### 4- DANS LES OUVRAGES

Lors d'intempéries, les ponts suspendus peuvent être considérés comme des résonateurs. Si la fréquence des tourbillons dus à une tornade est voisine de la fréquence propre des oscillations du pont, il y aura une résonance susceptible d'engendrer de très fortes amplitudes, d'où les effets "spectaculaires" menant parfois à la rupture du pont. Pour plus de détails, il est recommandé de lire la rubrique " en savoir plus ".

# L'essentiel

▪ En régime forcé, le dispositif d'entretien des oscillations d'un pendule élastique constitue l'excitateur tandis que le pendule constitue le résonateur.

▪ La fréquence des oscillations forcées d'un pendule élastique est égale à celle de l'excitateur.

▪ En présence de frottements visqueux, les oscillations sinusoïdales forcées d'un pendule élastique sont régies par l'équation différentielle en  $x$  :  $m \frac{d^2}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + kx = F$ , ce qui équivaut

à l'équation en  $v$  :  $m \frac{dv}{dt} + hv + k \int v dt = F$

avec  $F = F_m \sin \omega t$ , valeur algébrique de la force excitatrice.

▪ En régime sinusoïdal forcé, le résonateur oscille en retard de phase par rapport à l'excitateur avec une amplitude  $X_m$  qui dépend de la fréquence  $N$  de l'excitateur :

$$X_m = \frac{F_m}{\sqrt{4h^2\pi^2N^2 + (k - 4m\pi^2N^2)^2}}$$

▪ De même, la vitesse maximale  $V_m = \omega X_m$  dépend de la fréquence  $N$  de l'oscillateur :

$$V_m = \frac{F_m}{\sqrt{h^2 + (m\omega \frac{k}{\omega})^2}}$$

▪ En régime sinusoïdal forcé la résonance d'élongation se produit à la fréquence :

$$N_r = \sqrt{N_o^2 - \frac{h^2}{8\pi^2L^2}}$$

Cependant, la résonance de vitesse se produit à la fréquence  $N_r = N_o$

▪ La résonance est d'autant plus aiguë que l'amortissement est faible.

▪ Dans le cas d'un amortissement fort, la résonance est floue. Lorsque  $h$  dépasse la valeur limite  $h_1 = m\omega_o \sqrt{2}$ , la résonance devient impossible.

▪ En régime sinusoïdal forcé, la puissance mécanique moyenne est donnée par la relation :

$$P = \frac{1}{2} h V_m^2$$

# Exercices



## Exercice résolu 1

### ÉNONCÉ

L'extrémité B d'un ressort de raideur  $k = 40 \text{ N.m}^{-1}$  est reliée indirectement à un excentrique fixé à un moteur. La deuxième extrémité A du ressort est attachée à un palet (S) de masse  $m = 100 \text{ g}$ . Sur (S) est fixée une plaque rectangulaire comme l'indique la figure ci-contre, et ce, afin de créer des frottements supposés visqueux et faibles.

Le système {palet – ressort} se déplace sur un banc à coussin d'air horizontal.

Lorsque le moteur tourne à une fréquence  $N$ , le palet (S) se trouve soumis à une force excitatrice sinusoïdale de valeur maximale  $F_m$  et de pulsation  $\omega = 2\pi N$ . Il effectue alors des oscillations de part et d'autre de sa position de repos.

Le stylet fixé sur le palet permet d'enregistrer la position du centre d'inertie G de (S) au cours du temps.

1°) Préciser le rôle joué par le moteur muni de l'excentrique et celui joué par le système {palet – ressort}.

2°) A la valeur  $N_1$  de  $N$ , on obtient la courbe  $x(t)$  ci contre,  $x$  étant l'abscisse du centre d'inertie G du palet (S) dans un repère galiléen  $(O, i)$  horizontal.

Le point O correspond à la position de G lorsque le palet est au repos.

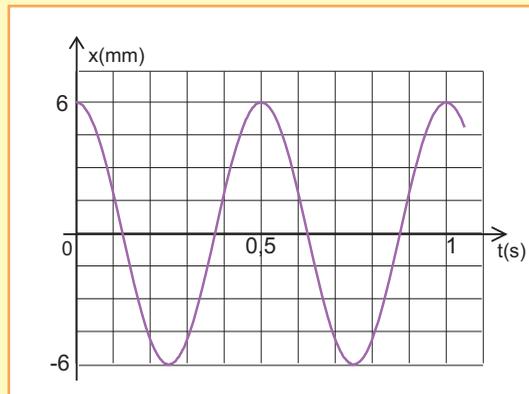
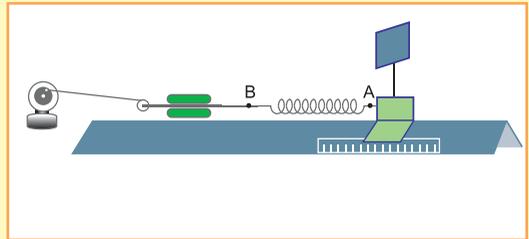
a) Déterminer la fréquence  $N_1$  et l'amplitude  $X_m$  des oscillations du palet (S).

b) Ecrire  $x(t)$ .

3°) Montrer qu'en agissant sur la fréquence  $N$  de rotation du moteur, le palet (S) se remettra à osciller avec la même amplitude  $X_m$  que précédemment à une fréquence  $N_2$  plus élevée que  $N_1$ .

4°) Sachant qu'à  $N = N_0$  (fréquence propre du pendule), le palet (S) oscille avec l'amplitude  $X_m = 15 \text{ mm}$ , calculer le coefficient de frottement  $h$ .

On donne :  $F_m = 0,15 \text{ N}$ .



**SOLUTION**

1°) Le moteur muni de l'excentrique joue le rôle de l'excitateur. Le système { palet - ressort } joue le rôle de résonateur.

2°) a) D'après l'enregistrement  $x(t)$ , la période des oscillations est  $T = 0.5$  s. Donc, la fréquence  $N_1$  vaut **2 Hz**. L'amplitude des oscillations est  **$X_m = 6$  mm**.

b)  $x(t) = X_m \sin(\omega t + \varphi_x)$ . A  $t = 0$  ;  $x = X_m \sin \varphi_x = X_m$ , d'où :  $\sin \varphi_x = 1 \Leftrightarrow \varphi_x = \frac{\pi}{2}$  rad.

$\omega = 2\pi N = 4\pi$  rad.s<sup>-1</sup>. Finalement :  $x(t) = 6 \cdot 10^{-3} \sin(4\pi t + \frac{\pi}{2})$

3°) Les frottements étant faibles, le palet (S) peut entrer en résonance à une fréquence

légèrement inférieure à sa fréquence propre  $N_o = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k}{m}}$ ,

soit numériquement :  $N_o = 3,18$  Hz. Or,  $N_1 < N_o$ . Donc, (S) oscillera de nouveau avec la même amplitude  $X_m = 6$  mm à une fréquence  $N_2 > N_o$  et par suite, supérieure à  $N_1$ .

4°) Les frottements étant visqueux, l'expression de  $X_m$  peut être écrite par analogie avec celle de la charge électrique maximale  $Q_m$ , d'où  $h$  est tel que :  $h^2 \omega^2 = (\frac{F_m}{X_m})^2 - (m\omega^2 - k)^2$ .

Autre méthode plus astucieuse : A  $N = N_o$ , c'est la résonance de vitesse qui est

caractérisée par  $V_m = \frac{F_m}{h} = 2\pi N_o X_m$ , d'où :  $h = \frac{F_m}{2\pi N_o X_m}$ . **A.N. :  $h = 0,5$  N.s.m<sup>-1</sup>.**

## Exercice résolu 2

**ÉNONCÉ**

Une voiture roule sur une piste saharienne, avec une vitesse constante. Elle rencontre des bosses régulièrement espacées d'une distance  $d = 20$  m les unes des autres. La masse totale de la voiture et de son conducteur est  $m = 1000$  kg.

1°) Sachant que la voiture est assimilable à un système {solide ; ressort} oscillant verticalement, montrer que le conducteur doit éviter de rouler à une vitesse critique  $v_c$ .

Calculer  $v_c$  sachant que la raideur du ressort vaut  $k = 4 \cdot 10^4$  N.m<sup>-1</sup>.

2°) Expliquer le rôle des amortisseurs de la voiture.

**SOLUTION**

1°) La série de bosses régulièrement espacées impose à la voiture des oscillations forcées de période  $T$  égale à la durée séparant les passages de la voiture sur deux bosses succe-

sives  $T = \frac{d}{v}$ . L'ensemble (voiture ; amortisseurs) se comporte comme un oscillateur

mécanique de période propre :  $T_o = 2 \sqrt{\frac{m}{k}}$ . La résonance a lieu lorsque  $T = T_o$ , ce qui est

obtenu pour une certaine vitesse  $v = v_c$ . On aura alors :  $\frac{d}{v_c} = 2 \sqrt{\frac{m}{k}}$ , d'où :  $v_c = \frac{d}{2} \sqrt{\frac{k}{m}}$

Soit, numériquement  **$v_c = 20,14$  m.s<sup>-1</sup>** ou  **$v_c = 72,5$  km.h<sup>-1</sup>**.

2°) Les amortisseurs absorbent une partie de l'énergie des oscillations. L'amplitude des secousses provoquées par la succession des bosses est ainsi diminuée, ce qui entraîne une meilleure tenue de route et donc plus de sécurité.

# Exercices à résoudre

## Tests rapides des acquis

### 1 Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- Pour un pendule élastique en régime sinusoïdal forcé, le ressort constitue l'excitateur tandis que le solide (S) qui lui est attaché est le résonateur.
- 2- La période des oscillations forcées d'un pendule élastique est imposée par l'excitateur.
- 3- En régime sinusoïdal forcé, le pendule élastique peut osciller avec sa période propre.
- 4- La résonance d'élongation a lieu à chaque fois que la fréquence de l'excitateur est égale à la fréquence propre du résonateur.
- 5- Pour un pendule élastique en régime sinusoïdal forcé, l'élongation  $x$  du centre d'inertie du solide (S) évolue toujours en retard de phase par rapport à la valeur algébrique  $F$  de la force excitatrice.
- 6- L'élongation du centre d'inertie d'un pendule élastique n'est maximale qu'à la résonance.
- 7- A la résonance d'élongation, l'amplitude  $X_m$  des oscillations d'un pendule élastique augmente avec l'amortissement.
- 8- La résonance d'élongation est d'autant plus aiguë que l'amortissement est faible.

### 2 Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la (ou les) proposition(s) juste(s).

- 1- En régime sinusoïdal forcé, l'élongation du résonateur est :
  - a- toujours en retard de phase par rapport à sa vitesse ;
  - b- toujours en retard de phase par rapport à la force excitatrice ;
  - c- alternativement en avance de phase et en retard de phase par rapport à la force excitatrice.
- 2- A la résonance d'élongation, l'amplitude  $X_m$  des oscillations d'un pendule élastique est :
  - a- maximale seulement en valeur absolue ;
  - b- la plus élevée ;
  - c- indépendante de l'amortissement.
- 3- A la résonance d'élongation, la période d'un pendule élastique :
  - a- n'est pas égale à celle de l'excitateur ;
  - b- ne dépend que de la période propre de l'oscillateur ;
  - c- dépend du coefficient de frottement.
- 4- L'amplitude  $X_m$  des oscillations forcées d'un pendule élastique est :
  - a- d'autant plus grande que l'amortissement est plus important ;
  - b- d'autant plus grande que la valeur de la fréquence de l'excitateur est plus proche de la valeur de sa fréquence propre ;
  - c- d'autant plus petite que sa masse est plus grande.
- 5- Pour un pendule élastique en régime sinusoïdal forcé, la résonance d'élongation :
  - a- n'est possible que lorsque sa période propre est très petite ;
  - b- peut être obtenue avec n'importe quelle valeur du coefficient de frottement ;
  - c- est d'autant plus aiguë que l'amortissement est plus faible.
- 6- D'après l'analogie électrique-mécanique :
  - a- comme on définit l'impédance électrique, on peut définir l'impédance mécanique ;
  - b- comme il y a la résonance d'intensité de courant électrique, il y a une résonance d'élongation mécanique ;
  - c- la puissance mécanique moyenne est constante à la résonance d'élongation.

## ◆ Exercices d'application

**3** L'une des extrémités d'un ressort de masse négligeable et de raideur  $k = 50 \text{ N.m}^{-1}$  est attachée à un solide (S) de masse  $m = 100 \text{ g}$ . L'ensemble est monté de manière à réaliser un pendule élastique horizontal. La deuxième extrémité du ressort est liée à un dispositif d'excitation qui permet de mettre le pendule en mouvement et de l'entretenir.

- 1°) Identifier l'excitateur et le résonateur.
- 2°) Calculer la période propre  $T_0$  des oscillations du pendule élastique.
- 3°) Que risque-t-il de se produire lorsque le dispositif d'excitation impose au pendule une fréquence d'oscillations proche de sa fréquence propre ? Pourquoi ?

**4** Un pendule élastique horizontal, constitué d'un solide (S) de masse  $m = 200 \text{ g}$  et d'un ressort de raideur  $k = 5 \text{ N.m}^{-1}$  oscille suivant l'axe du ressort. Au cours de ses oscillations, l'élongation  $x$  du centre d'inertie G de (S), mesurée à partir de sa position de repos O, évolue au cours du temps selon l'équation :

$$x = 0,025\sin\pi(1,2.t + 0,75).$$

- 1°) De l'expression de  $x(t)$ , tirer l'amplitude  $X_m$ , la phase initiale  $\varphi_x$  et la fréquence N des oscillations du centre d'inertie G.
- 2°) a) calculer la fréquence propre  $N_0$  de l'oscillateur (le pendule élastique).

b) Comparer N à  $N_0$  et en déduire si les oscillations du pendule sont forcées.

Dans l'affirmative, préciser la valeur de la fréquence de l'excitateur.

Justifier la réponse.

**5** Sur une piste saharienne, le vent produit sur le sable des bosses qui se succèdent régulièrement à une distance  $d = 60 \text{ cm}$ . Une voiture parcourt cette piste à la vitesse  $v$  constante. Le conducteur sait qu'il faut rouler très lentement ou avec une vitesse supérieure à une certaine valeur pour éviter les sensations désagréables et les détériorations du véhicule.

1°) Avec quelle période, la roue de la voiture passe-t-elle d'une bosse à la suivante ? En déduire la fréquence de ce phénomène.

2°) L'action des bosses successives fait que la voiture soit en régime d'oscillations forcées.

a) préciser l'excitateur et le résonateur.

b) l'oscillateur constitué par la roue, son ressort de suspension et son amortisseur est caractérisé par une fréquence propre  $N_0 = 5 \text{ Hz}$ . Montrer qu'il existe une valeur  $v_0$  de la vitesse pour laquelle l'oscillateur entre en résonance.

On admettra que la fréquence de résonance est la fréquence propre de l'oscillateur.

## ◆ Exercices de synthèse

**6** Un oscillateur mécanique comporte un solide (S), de masse  $m$  et de centre d'inertie G, attaché à l'une des extrémités d'un ressort (R) de raideur  $k$  et de masse négligeable. L'autre extrémité du ressort est fixe. L'ensemble {ressort, solide (S)} est disposé horizontalement. Le solide (S) est soumis à une force de frottement de type visqueux  $\vec{f} = -h\vec{v}$  où  $\vec{v}$  est le vecteur

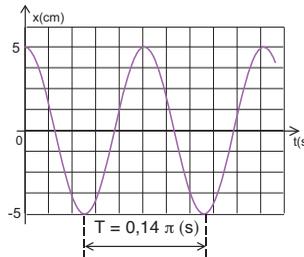
vitesse instantanée de G et  $h$  est une constante positive. A l'aide d'un dispositif approprié, on applique sur (S) une force excitatrice  $\vec{F}(t) = F_{\max}\sin(2\pi Nt + \varphi_F)\vec{i}$ . On désigne par  $x(t)$  l'élongation du centre d'inertie G en fonction du temps par rapport au repère  $(\vec{O}, \vec{i})$ , O étant la position d'équilibre de G.

1°) Écrire, par recours à l'analogie formelle électrique-mécanique, l'expression de l'amplitude  $X_m$  des élongations  $x$  du centre d'inertie  $G$  de (S) en fonction de la valeur maximale  $F_m$  de la force excitatrice, de la raideur  $k$  du ressort et du coefficient de frottement  $h$ .

2°) Le dispositif d'enregistrement des oscillations de (S) est constitué d'un cylindre enregistreur sur lequel est enroulé un papier millimétré et d'un stylet marqueur, solidaire du solide (S), et affleurant le papier millimétré. Dans le cas de l'expérience étudiée, ce dispositif permet d'obtenir le diagramme qui représente l'évolution temporelle de l'élongation :

$$x(t) = X_m \sin(2\pi Nt + \varphi_x).$$

a) sachant que les deux oscillations représentées sur le diagramme de la figure ci-contre correspondent à un tour complet du cylindre enregistreur, en déduire le nombre de tours par minute effectués par ce cylindre. Déterminer, à partir de ce diagramme  $X_m$ ,  $N$  et  $\varphi_x$ .



b) sachant que  $m = 98$  g et  $k = 20$  N.m<sup>-1</sup>, montrer que (S) effectue des oscillations mécaniques forcées correspondant à une résonance de vitesse.

c) en déduire qu'à tout instant  $t$ ,  $x(t)$  vérifie la relation suivante :  $m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$ .

d) déterminer les valeurs de  $F_m$ ,  $\varphi_F$  et la puissance mécanique moyenne absorbée par l'oscillateur. On donne  $h = 1,8$  kg.s<sup>-1</sup>.

**7** Relié à l'une des extrémités d'un ressort, un solide (S) de masse  $m = 51$  g oscille sur un banc à coussin d'air horizontal. La deuxième extrémité du ressort est animée d'un mouvement sinusoïdal de translation, grâce à un système de transmission relié à un disque mis en rotation par un moteur de fréquence

$N$  réglable.

On fait tourner le moteur à raison de 1,25 tours par seconde, l'amplitude des oscillations du solide (S) est maximale et vaut 4,8 cm.

1°) Proposer un montage correspondant à la description précédente et permettant d'enregistrer le mouvement du solide (S).

2°) Préciser, dans le montage l'excitateur et le résonateur.

3°) a) déterminer la période du mouvement du solide (S)

b) en déduire une valeur approchée de la raideur du ressort.

4°) On fixe au solide (S) une palette que l'on immerge dans l'eau. L'amplitude des oscillations devient 2,4 cm.

a) interpréter cette diminution de l'amplitude.

b) dans quel sens évolue l'amplitude lorsqu'on remplace l'eau par de l'huile ?

5°) On fait varier la fréquence  $N$  du moteur. On constate que l'amplitude des oscillations prend une valeur maximale pour une fréquence particulière  $N_r$ .

a) de quel phénomène s'agit-il ?

b) la période et l'amplitude des oscillations dépendent-elles de la nature du liquide utilisé lorsque ce phénomène se produit ? Justifier la réponse.

**8** Un oscillateur est constitué d'un pendule élastique {solide (S) de masse  $m$  relié à un ressort de raideur  $k$ } horizontal. Le pendule est excité à l'aide d'un moteur muni d'un excentrique, celui-ci produit une force périodique qui agit sur l'extrémité du ressort qui n'est pas reliée au solide (S).

1°) Quel type d'oscillations, le résonateur effectue-t-il ? et avec quelle période oscille-t-il ?

2°) Sachant que la période propre du pendule élastique vaut  $T_0 = 0,46$  s, quel phénomène aura-t-il lieu si la période de la force excitatrice devient voisine de 0,46 s ?

3°) Sachant que la période  $T$  de l'excitateur égale à  $T_0$ , le centre d'inertie  $G$  de  $(S)$  oscille avec une amplitude égale à  $4 \text{ cm}$ , déterminer :

- a) la valeur maximale de la vitesse de  $G$ ,  
 b) la valeur du coefficient de frottement  $h$ .  
 on donne :  $F_m = 0,25 \text{ N}$ .

**9** Un solide  $(S)$  de masse  $m$  est accroché à l'extrémité d'un ressort de raideur  $k$  dont l'autre extrémité est fixe. L'ensemble est horizontal et  $(S)$  subit des actions de frottement visqueux équivalentes à une force  $\vec{f} = -h\vec{v}$ , où  $\vec{v}$  est la vitesse du centre d'inertie  $G$  de  $(S)$  et  $h$  est une constante positive. De plus,  $(S)$  subit une force  $F$  dirigée suivant l'axe du ressort et dont la projection sur cet axe est  $F = F_m \sin \omega t$ .

1°) Par recours à l'analogie formelle électrique-mécanique, établir l'équation différentielle régissant les oscillations du centre d'inertie  $G$  de  $(S)$ .

2°) En utilisant la construction de Fresnel obtenue par analogie avec celle qui correspond à un circuit RLC série, montrer

que  $Z = \frac{F_m}{V_m} = \sqrt{h^2 + (m\omega - \frac{k}{\omega})^2}$ , où  $V_m$  est la vitesse maximale de  $(S)$ , et que le déphasage

entre  $F$  et  $v$  est donné par :  $\text{tg} \varphi = \frac{(m\omega - \frac{k}{\omega})}{h}$ .

3°) En déduire l'expression de la vitesse  $v$  en fonction de  $t$ ,  $F_m$ ,  $Z$  et  $\varphi$ .

4°) De l'expression précédente, déduire celle de  $x(t)$ .

5°) En faisant varier  $\omega$ , mais en maintenant constante la valeur de  $F_m$ ,  $V_m$  varie. Déterminer la valeur de  $\omega$  pour laquelle  $V_m$  est maximale (résonance de vitesse).

Quel est alors le déphasage entre la vitesse  $v$  et la force  $F$  ?

6°) L'amplitude des élongations varie également en fonction de  $\omega$ . Montrer qu'elle est maximale (résonance d'élongation) quand la somme  $Y = [m^2\omega^4 + (h^2 - 2mk)\omega^2 + k^2]$  est minimale. Déterminer la valeur  $\omega_r$  qui rend  $Y$  minimale. Vérifier que  $\omega_r < \omega_0$ . Montrer qu'il existe une valeur du coefficient de frottement à partir de laquelle il n'existe plus de phénomène de résonance d'élongation.

### Etude de texte

**10** Dans le film «le salaire de la peur» de Henri-Georges Clouzot, les héros doivent transporter de la nitroglycérine (explosif puissant) dans un camion. La piste empruntée est constituée d'une succession régulière de rigoles creusées par le ruissellement de l'eau. Une piste de ce genre est appelée «tôle ondulée».

L'un des acteurs affirme à ses collègues qu'il faut rouler soit très lentement soit très vite pour éviter de faire exploser le chargement.

1°) Quel est le phénomène susceptible de se produire lorsqu'un véhicule roule sur ce type de piste ?

2°) Sachant que la masse du camion chargé est  $m = 10$  tonnes et que ses suspensions s'affaissent de  $1,2 \text{ mm}$  lorsqu'il porte une charge de  $6,5$  tonnes, calculer :

a) la raideur du ressort équivalent aux suspensions du camion.

b) la période et la fréquence des oscillations du camion.

3°) Le camion roule sur une tôle ondulée dont les bosses sont régulièrement espacées d'une distance  $d = 0,70 \text{ m}$ . Pour quelle vitesse de déplacement, le phénomène sera le plus perceptible ?

4°) L'affirmation de l'acteur est-elle justifiée ?

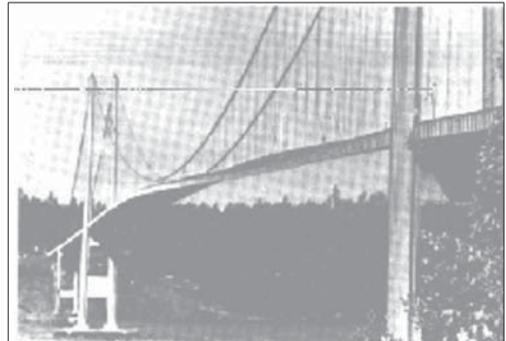
# En savoir plus

## DANGERS DE LA RÉSONANCE

Généralement en mécanique le phénomène de résonance est à éviter vu les effets néfastes qu'il peut engendrer. En effet la suspension d'une voiture peut être modélisée par un ressort vertical de raideur  $k$  sur lequel est posé un solide de masse  $m$ . L'ensemble constitue un oscillateur.

Il en est de même pour les constructions et bâtiments que le vent et les secousses sismiques peuvent mettre en oscillations avec des amplitudes importantes, risquant même leur destruction. Un conducteur de voiture doit éviter de rouler à certaines vitesses lorsqu'il rencontre certains types d'irrégularités dans la chaussée ou sur une piste saharienne dans les rallyes par exemple, où le vent produit sur le sable des ondulations. Pour ces vitesses, le véhicule entre en résonance, l'amplitude de ses oscillations augmente fortement et cela peut engendrer des dangers ; les roues décollent de la route et perdent toute adhérence. Pour limiter cet effet désagréable et assurer plus de sécurité, on ajoute des amortisseurs, généralement à huile (à gaz sur les motos), qui permettent de diminuer l'amplitude du mouvement dans le cas où il y a résonance.

Le cas du Tacoma Narrow Bridge, situé à Puget Sound dans l'état de Washington aux U.S.A. est un exemple célèbre : en novembre 1940, cinq mois après son ouverture à la circulation, les rafales de vent



Pont de Tacoma Narrow quelques instants avant sa rupture

périodiques, jouant le rôle d'excitateur, ont provoqué la résonance du pont qui s'est mis à vibrer et en quelques heures, les vibrations sont devenues si importantes que le pont s'est effondré.

De même, le 16 avril 1850, le tablier d'un pont suspendu sur la maine à Angers en France, se rompit au passage d'une troupe marchant au pas cadencé.

A la suite de ces événements les ponts sont dessinés de manière à les rendre aérodynamiquement stables. Les tabliers des ponts actuels sont tous arrimés au sol par l'intermédiaire de vérins amortisseurs qui permettent de limiter le phénomène de résonance.

Les bâtiments de grande hauteur, comme les tours et les gratte-ciel sont particulièrement sensibles aux vibrations provoquées par les bourrasques de vent, les turbulences et les secousses sismiques. Leur construction doit en tenir compte. Citons l'exemple de la conception et la réalisation de la tour Taipei 101 à Taiwan achevée en 2004, qui mesure 508 mètres de haut pour 101 étages. Une boule en acier de 800 tonnes suspendue entre les 88<sup>ème</sup> et 92<sup>ème</sup> étages permet d'amortir les oscillations engendrées par les vents et les secousses sismiques.



Pont de Tacoma Narrow après sa rupture

# ONDES ONDES ONDES

La houle qui intéresse les surfers (ceux qui pratiquent le surf) par sa propagation et son déferlement est une onde créée à la surface de l'océan, ou de la mer.



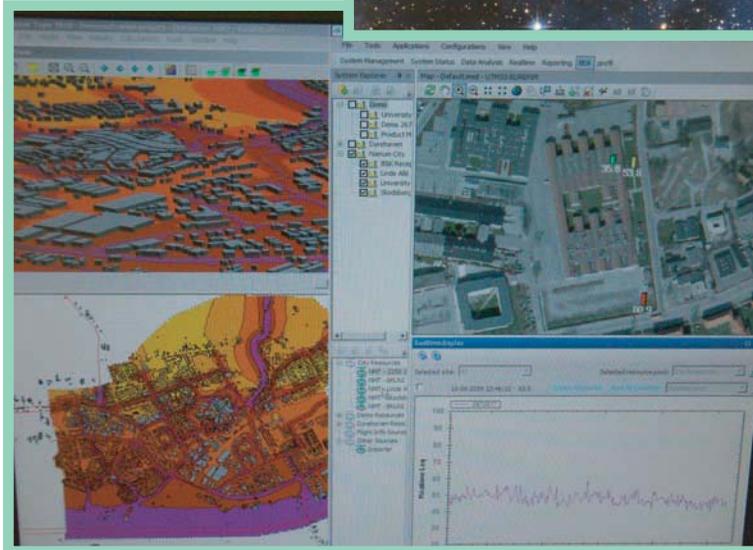
Bien que ce soit aussi une onde créée au large de l'océan, le tsunami n'est perceptible qu'au niveau des côtes où le niveau de l'eau s'élève très rapidement sous forme de vagues d'un à plusieurs dizaines de mètres !

Spectacle de son et de lumière qui sont tous les deux, des phénomènes ondulatoires.



# ONDES ONDES ONDES

Grand Nuage de Magellan avec ses étoiles brillantes, en orbite autour de notre galaxie, paraissant plus ou moins grosses à cause du phénomène de diffraction



La modélisation d'une ville par cartographie sonore est l'une des applications de la nature ondulatoire du son.

## SOMMAIRE

- I. Ondes mécaniques progressives
  - 1. Propagation d'un ébranlement
  - 2. Propagation d'une onde sinusoïdale entretenue
- II. Nature ondulatoire de la lumière
  - 1. Diffraction mécanique et lumineuse
  - 2. Dispersion de la lumière

## Objectifs

c

- ◆ Distinguer entre une onde transversale et une onde longitudinale.
- ◆ Reconnaître que la propagation d'une onde est due à une propagation d'énergie sans transport de matière.
- ◆ Réaliser une expérience illustrant la propagation d'une onde sinusoïdale dans un milieu homogène et isotrope.
- ◆ Identifier dans un milieu de propagation donné, les propriétés dont dépend la célérité d'une onde.
- ◆ Etablir l'équation horaire du mouvement d'un point donné du milieu de propagation connaissant celle de la source d'onde progressive et représenter graphiquement le diagramme du mouvement de ce point.
- ◆ Représenter graphiquement l'aspect à un instant donné, du milieu (ou d'une coupe du milieu) de propagation d'une onde progressive.
- ◆ Reconnaître la double périodicité d'une onde sinusoïdale.

## Prérequis

### SAVOIR

- ◆ Définir un phénomène périodique.
- ◆ Définir la période  $T$  et la fréquence  $N$  d'un phénomène périodique.
- ◆ Ecrire la relation  $N = \frac{1}{T}$
- ◆ Définir une grandeur sinusoïdale.
- ◆ Définir la pulsation et l'amplitude d'une grandeur sinusoïdale.
- ◆ Ecrire la relation  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  (ou  $N = \frac{\omega}{2\pi}$ )

### SAVOIR FAIRE

- ◆ Utiliser l'oscilloscope.
- ◆ Appliquer les relations :
 
$$N = \frac{1}{T} \text{ et } T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ (ou } \omega = 2\pi N \text{).}$$
- ◆ Représenter graphiquement une grandeur sinusoïdale en fonction du temps.
- ◆ Mesurer les durées et les vitesses à l'aide de photodétecteurs.

# ONDES MECANIQUES PROGRESSIVES

7



Les vagues constituent un exemple de propagation d'ondes dans un milieu élastique.

- ◆ D'où provient l'énergie des vagues ?
- ◆ Le déferlement des vagues correspond-il à un déplacement de matière ou d'énergie ?
- ◆ Nos oreilles perçoivent des sons. Qu'est-ce qui fait qu'ils nous parviennent et pourquoi les sons émis et ceux qu'on perçoit sont les mêmes ?

# ONDES MECANIKES PROGRESSIVES

En jetant un caillou dans une nappe d'eau calme, on provoque une déformation de courte durée à la surface d'impact. Cette déformation donne naissance à des rides qui s'élargissent progressivement, tandis que la surface d'impact reprend sa forme initiale.

Comment peut-on expliquer l'élargissement progressif de ces rides circulaires qui prennent naissance à la surface de l'eau suite au lancement du caillou ?

## 1 PROPAGATION D'UN EBRANLEMENT

La déformation de courte durée, imposée par le caillou à une nappe d'eau calme est un ébranlement. Etant un milieu élastique, la nappe d'eau joue le rôle de milieu de propagation de l'ébranlement.

On appelle milieu élastique, tout milieu qui reprend de lui-même sa forme initiale après avoir subi une déformation brève.

### 1.1- PROPAGATION D'UN EBRANLEMENT DANS UN MILIEU UNIDIMENSIONNEL

#### Manipulation

##### ◆ Expérience 1

On considère une longue corde élastique tendue horizontalement sur le sol.

On imprime à l'extrémité O de la corde un mouvement de va-et-vient rapide.

On observe la portion de corde voisine de O qui se déforme pour reprendre par la suite sa forme initiale pendant que la déformation touche la portion suivante de la corde. De proche en proche, la déformation (ou l'ébranlement) touche tous les points de la corde comme le montre la figure 1.

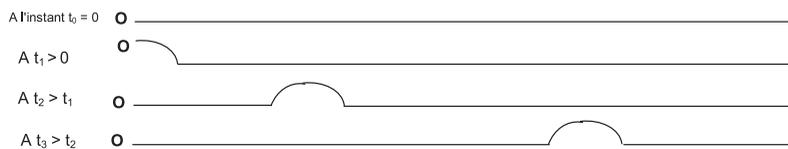


Fig.1 : Chaque point de la corde se soulève verticalement

##### ◆ Expérience 2

On comprime les premières spires non jointives d'un ressort tendu horizontalement et on les lâche brusquement. On constate que les spires comprimées reprennent leurs positions d'équilibre, tandis que les spires voisines se rapprochent à leur tour. De proche en proche, toutes les spires subissent la déformation (ou l'ébranlement), comme le montre la figure 2.

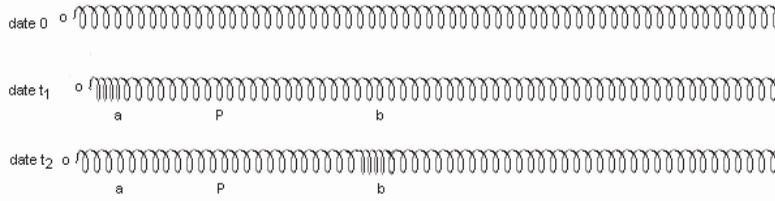


Fig.2 : Chaque spire du ressort se déplace horizontalement ; il en est de même pour l'ébranlement

### Questions

- 1°) Comparer la direction du déplacement de l'ébranlement dans l'expérience 1 à celle du déplacement des différents points matériels de la corde.
- 2°) Dans l'expérience 2, comparer la direction du déplacement de l'ébranlement (ou déformation) à celle du déplacement des spires.

### Interprétation

L'ébranlement imposé à l'extrémité O se déplace de proche en proche aux autres points de la corde. Chaque point de la corde atteint par l'ébranlement reproduit le mouvement de l'extrémité O avec un certain retard.

La direction d'évolution de l'ébranlement sur la corde est perpendiculaire à la direction de déplacement des points matériels de cette corde : l'ébranlement est ainsi dit **transversal**.

En comprimant les premières spires du ressort parallèlement à son axe et en les lâchant, on crée ainsi une déformation locale du ressort. Cette déformation (ou ébranlement) va se déplacer de proche en proche aux autres spires du ressort qui sont au repos.

Au passage de l'ébranlement par une zone, chaque spire de celle-ci prend une elongation  $y$  par rapport à sa position d'équilibre semblable à celle du point O et suivant une direction confondue avec celle de l'axe du ressort. Un tel ébranlement est dit longitudinal.

## 1.2- PROPAGATION D'UN EBRANLEMENT DANS UN MILIEU BIDIMENTIONNEL

### Manipulation

On laisse tomber une goutte d'eau sur la surface libre d'une cuve à ondes contenant de l'eau au repos. La déformation donne naissance à une ride circulaire qui se propage telle quelle à partir du point d'impact de la goutte vers l'extérieur comme dans la figure 3.

En mettant un petit morceau de liège en un point M de la surface de l'eau, au passage de l'ébranlement par le point M, le morceau de liège fait un petit déplacement vertical sur place, sans s'éloigner de sa position initiale.

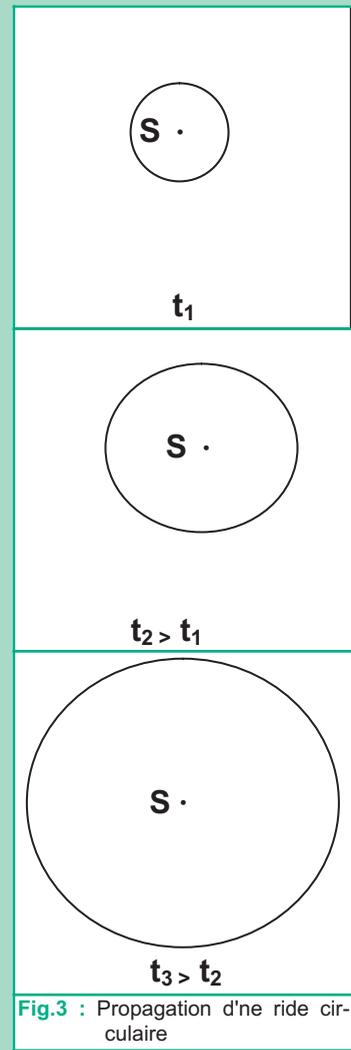


Fig.3 : Propagation d'une ride circulaire

### Questions

- 1°) Cet ébranlement qui se propage à la surface de l'eau est-il transversal ou longitudinal ?
- 2°) Telle quelle, sa propagation se fait dans combien de directions ?
- 3°) Au cours de la propagation de l'ébranlement, y a-t-il déplacement d'une quantité d'eau à partir du point d'impact S ?

### Interprétation

La chute d'une goutte d'eau dans une cuve à ondes donne naissance à une ride circulaire qui se propage à partir du point d'impact S de la surface de l'eau vers l'extérieur. Ainsi, la déformation locale (ou l'ébranlement) se propage dans toutes les directions de la surface de l'eau. Un point quelconque de la surface de l'eau peut être repéré par deux coordonnées  $x$  et  $y$  dans le plan. Il s'agit donc d'un ébranlement à deux dimensions. La forme circulaire de la ride montre que tous les points de celle-ci sont atteints par l'ébranlement issu de la source S au même instant. Le déplacement vertical du morceau de liège sur place lors du passage de l'ébranlement à son niveau montre que la propagation de ce dernier se fait avec une transmission d'énergie, sans déplacement de matière. C'est pour cette raison qu'il est impropre de parler de déplacement d'un ébranlement.

## 1.3- PROPAGATION D'UN EBRANLEMENT DANS UN MILIEU TRIDIMENTIONNEL

### Exemples

- ◆ Un acteur situé sur la scène d'un théâtre chante une note. Les auditeurs ayant pris place au balcon, à l'avant de la scène, ou encore dans les coulisses, entendent cette note grâce à sa propagation dans toutes les directions.
- ◆ Lorsqu'on crée du vide sous une cloche où est placé un petit poste radio, le son émanant de celui-ci devient inaudible.

### Questions

- 1°) L'ébranlement sonore est-il transversal ou longitudinal ? Justifier la réponse.
- 2°) Le son se propage-t-il dans le vide ? Justifier la réponse.

### Interprétation

Les vibrations longitudinales des molécules de gaz (l'air par exemple) permettent la transmission du son depuis la source sonore jusqu'au tympan de l'oreille de l'auditeur. Dans le vide, le son ne peut pas se propager.

## Conclusion

Un ébranlement est une déformation de courte durée imposée localement à un milieu élastique.

Le milieu de propagation d'un ébranlement peut être unidimensionnel (corde élastique, ressort), bidimensionnel (surface d'un liquide) ou tridimensionnel (l'air ou tout autre fluide).

Selon sa direction de propagation et celle du déplacement des points matériels du milieu de propagation, un ébranlement peut être transversal ou longitudinal.

La propagation d'un ébranlement est due à une transmission d'énergie d'un point du milieu de propagation vers d'autres.

## 1.4- CELERITÉ D'UN EBRANLEMENT

La propagation d'un ébranlement se fait avec une vitesse  $v$  appelée vitesse de propagation ou célérité de l'ébranlement. Du fait que cette propagation ne correspond pas à un déplacement de matière mais plutôt à un transport d'énergie, la célérité  $v$  correspond à une vitesse de propagation de l'énergie.

Pour mesurer la célérité  $v$  d'un ébranlement, on utilise par exemple l'échelle de perroquet, dispositif constitué essentiellement d'un fil de torsion (fixé à deux supports), auquel sont accrochés des barreaux. Sur ces barreaux, peuvent coulisser des masselottes. Ainsi, on peut varier l'inertie du système par la variation des positions des masselottes (Fig.4).

### Manipulation

◆ On place les masselottes de l'échelle de perroquet à 2 cm par exemple de l'axe principal de l'échelle. Ensuite, on place un capteur devant chacun de deux barreaux de l'échelle séparés par une distance  $d$ . Les deux capteurs sont reliés à un mesureur de vitesse (Fig.5).

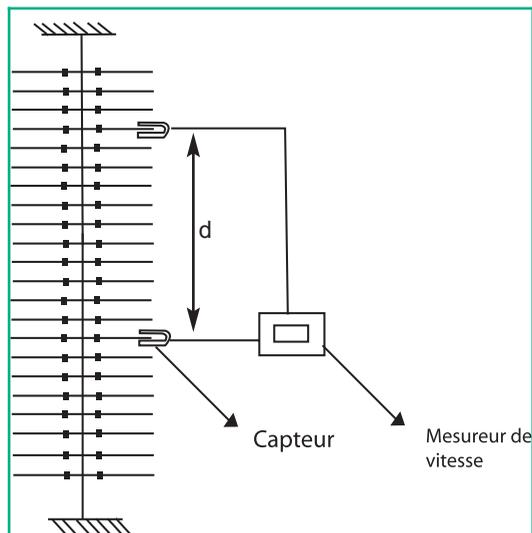


Fig.5 : L'échelle de perroquet et la disposition des capteurs



Fig.4 : Echelle de perroquet

On fait tourner le barreau situé à l'extrémité supérieure de l'échelle dans son plan d'un angle  $\alpha$ , puis on l'abandonne à lui-même.

En mesurant la célérité  $v$  de l'ébranlement pour différentes valeurs de la distance  $d$ , on obtient une série de mesures rassemblées dans le tableau suivant :

|                          |      |      |      |      |
|--------------------------|------|------|------|------|
| $d$ (m)                  | 0,23 | 0,30 | 0,40 | 0,54 |
| $v$ (m.s <sup>-1</sup> ) | 0,48 | 0,49 | 0,48 | 0,49 |

◆ On refait l'expérience mais en tournant cette fois-ci le même barreau de l'échelle d'un angle  $\alpha'$  plus grand que  $\alpha$ . On constate que les valeurs du tableau précédent restent pratiquement les mêmes.

◆ On refait de nouveau la même expérience mais en faisant varier cette fois-ci les positions des masselottes tout en les maintenant symétriques les unes des autres par rapport à l'axe de l'échelle, ce qui entraîne une variation de l'inertie du système.

Les résultats des mesures sont consignés dans le tableau suivant :

|                          |      |      |      |      |
|--------------------------|------|------|------|------|
| $d$ (m)                  | 0,23 | 0,30 | 0,40 | 0,54 |
| $v$ (m.s <sup>-1</sup> ) | 0,28 | 0,29 | 0,28 | 0,28 |

### Questions

1°) A l'aide des résultats des expériences précédentes réalisées avec l'échelle de perroquet et de ceux de l'expérience du sous paragraphe 1.2, montrer que les ébranlements se propagent dans ces milieux homogènes avec une célérité constante.

2°) En s'appuyant sur les résultats expérimentaux obtenus avec l'échelle de perroquet, préciser avec justification si la célérité d'un ébranlement dépend de :

- a) son amplitude ;
- b) des caractéristiques du milieu de propagation.

### Interprétation

La forme circulaire des rides créées à la surface d'une nappe d'eau (expérience du sous paragraphe 1.2) ainsi que l'obtention de la même valeur de célérité au niveau des différents barreaux de l'échelle de perroquet montrent que la propagation d'un ébranlement se fait dans ces milieux homogènes avec une célérité constante. D'autre part, le non changement de la célérité de l'ébranlement même si l'on augmente l'écartement du barreau supérieur de l'échelle de perroquet par rapport à sa position d'équilibre montre son indépendance de l'amplitude. Cependant, la variation de la célérité  $v$  avec la modification des positions des masselottes s'explique par sa dépendance de l'inertie de l'échelle de perroquet.

### Autres constatations

- On peut montrer aussi que la célérité de l'ébranlement augmente avec la valeur de la tension du fil de torsion portant les barreaux de l'échelle de perroquet.
- On montre que la vitesse de propagation du son dépend de la compressibilité du milieu. Elle est plus grande dans les solides que dans les liquides et les gaz.
- A partir du tableau de valeurs ci-dessous, on peut dégager l'influence de la nature du milieu de propagation sur la célérité d'un ébranlement.

| Type d'ébranlement                             | Célérité (m.s <sup>-1</sup> ) |
|--|-------------------------------|
| Ebranlement à la surface de l'eau              | 0,3                           |
| Ebranlement le long d'une échelle de perroquet | 1                             |
| Ebranlement le long d'une corde                | 10                            |
| Ebranlement sonore dans l'air à 20°C           | 342                           |
| Ebranlement sonore dans l'eau à 20°C           | 1500                          |
| Ebranlement sonore dans l'acier                | 5000                          |
| Ebranlement sismique                           | 8000                          |

### Conclusion

La célérité d'un ébranlement dépend de la nature du milieu matériel dans lequel il se propage et de ses propriétés. Ainsi, le long d'une corde élastique, la célérité d'un ébranlement est d'autant plus grande que la corde est plus tendue. Plus l'inertie d'un milieu de propagation est grande, plus la célérité de l'ébranlement est faible...

### Remarque

La propagation d'un ébranlement diffère du déplacement d'un mobile, en voici quelques exemples :

| Déplacement d'un mobile   | Propagation d'un ébranlement   |
|---|--|
| Il se fait selon une trajectoire bien précise.                                    | Il se fait, à partir d'une source, dans toutes les directions possibles.   |
| Il correspond à un transport de matière.  | Il ne correspond pas à un transport de matière mais d'énergie  |
| Le mouvement d'un mobile est ralenti par les frottements avec le milieu matériel. | Dans un milieu matériel, un ébranlement peut être amorti, mais cet amortissement porte davantage sur son amplitude que sur sa célérité . |

|   |  |
|---|--|
| Un mobile se déplace plus facilement dans le vide que dans un gaz et plus facilement dans un gaz que dans un liquide. Le mouvement dans les solides est impossible, | Un ébranlement mécanique ne se propage pas dans le vide. Il se propage plus vite dans les liquides que dans les gaz et fréquemment plus vite dans les solides que dans les liquides. |
| Il se fait à une vitesse qui dépend des conditions initiales (vitesse et accélération initiales).   | Il se fait avec une célérité qui dépend des propriétés du milieu de propagation.   |

## 2 PROPAGATION D'UNE ONDE SINUSOÏDALE ENTRETENUE

Il est très rare de rencontrer dans la nature ou au laboratoire des phénomènes qui résultent d'un seul ébranlement. Les houles de l'océan, les vagues, le son et les tremblements de terre, sont des exemples parmi d'autres grands phénomènes qui résultent d'une émission plus ou moins régulière d'ébranlements identiques dans un milieu élastique, ce sont des ondes.

### 2.1- GÉNÉRALITÉS SUR L'ONDE ENTRETENUE

#### Définition

On appelle onde (du latin unda) le phénomène résultant de la propagation d'une succession d'ébranlements dans un milieu donné.

#### Célérité d'une onde mécanique

Comme dans le cas d'un seul ébranlement, l'onde est caractérisée par une célérité  $v$  (ou vitesse de propagation) qui dépend des propriétés du milieu élastique homogène.

Plus précisément, la célérité d'une onde est celle des ébranlements qui la constituent.

#### Onde transversale et onde longitudinale

Le caractère transversal ou longitudinal d'une onde est fonction de celui des ébranlements correspondants. Les ébranlements transversaux constituent des ondes transversales et les ébranlements longitudinaux constituent des ondes longitudinales.

#### Ondes progressives

Lorsque le milieu de propagation est ouvert, c'est-à-dire illimité, les ondes progressent en s'éloignant indéfiniment de la source. De telles ondes sont dites progressives.

Du fait qu'au laboratoire, on ne peut disposer que de milieux finis, on limite ces milieux par une matière absorbante (coton, feutre, plaque métallique cintrée ...) afin de pouvoir les assimiler à des milieux ouverts.

## 2.2- ONDE PROGRESSIVE LE LONG D'UNE CORDE ELASTIQUE TENDUE

### Etude expérimentale

#### Mise en évidence

#### Manipulation

On tend une corde élastique souple de faible raideur, entre un vibreur et un support fixe. Ainsi, son extrémité O est attachée au vibreur, tandis que l'autre extrémité A est reliée au support fixe à travers une pelote de coton.

Le vibreur est une lame d'acier excitée par un électro-aimant alimenté par une tension alternative sinusoïdale (fig.6).

En mettant le vibreur en marche, la corde paraît sous forme d'une bandelette rectangulaire floue de largeur double de l'amplitude de vibration de l'extrémité O. En essayant de la frôler, on sent partout un picotement au doigt.

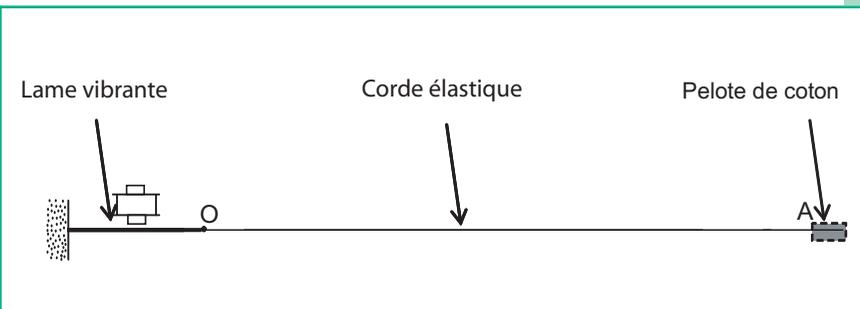


Fig. 6 : Dispositif d'étude de la propagation d'une onde

### Questions

- 1°) Expliquer l'apparition de la corde sous forme de bandelette floue.
- 2°) Quel est le rôle de la pelote de coton ?
- 3°) Justifier la qualification de l'onde qui se propage le long de la corde comme étant une onde transversale.

### Interprétation

Les vibrations imposées à l'extrémité O de la corde élastique tendue sont transmises telles quelles aux différents autres points de celle-ci.

### Mouvement d'un point donné de la corde

Afin de pouvoir étudier le mouvement d'un point donné M de la corde, on utilise la méthode d'analyse optique dont le principe est expliqué dans la fiche technique n.1 de fin de chapitre. Parallèlement à la corde et au niveau du point M, on place un diaphragme unifente sur lequel tombe un faisceau lumineux parallèle. Le faisceau émergent entoure l'ombre portée du point M de la corde. A la suite de la réflexion sur le miroir tournant à vitesse constante, cette ombre prend sur l'écran l'aspect d'une sinusoïde comme le montre la figure 7.

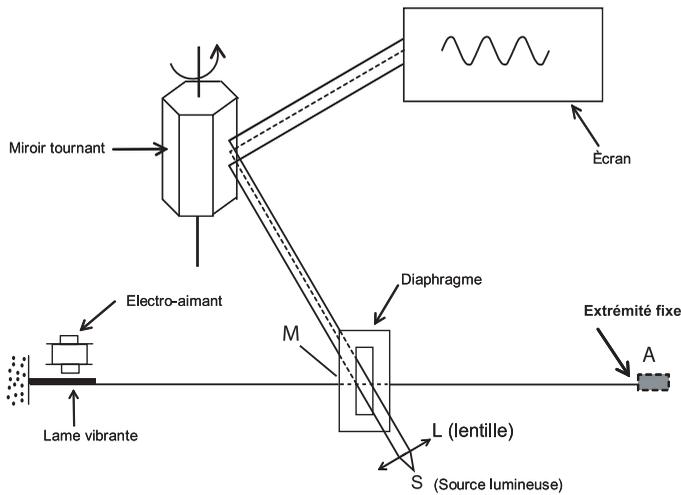


Fig. 7 : Enregistrement du mouvement d'un point de la corde par la méthode d'analyse optique

### Questions

- 1°) Que représente la sinusoïde d'ombre observée sur l'écran ?
- 2°) Comparer le mouvement d'un point quelconque de la corde à celui de l'extrémité O attachée au vibreur.

### Interprétation

Au cours de la propagation d'une onde transversale sinusoïdale le long d'une corde élastique, chacun de ses points (à part l'extrémité fixe A) reproduit le mouvement de la source O avec la même amplitude et un certain retard.

### Conclusion

Les vibrations imposées à l'extrémité d'une corde élastique tendue sont transmises aux différents points de celle-ci. Le phénomène qui en résulte constitue une onde transversale.

Au cours de la propagation d'une onde transversale sinusoïdale le long d'une corde élastique, chacun des points de cette corde (à part l'extrémité fixe A) vibre sinusoïdalement avec la même amplitude que la source (en négligeant l'amortissement).

### Aspect instantané de la corde

#### Manipulation

On éclaire la corde excitée par le vibreur avec un stroboscope électronique de période réglable  $T_e$  (voir fiche technique n.2 à la fin du chapitre).

- Avec  $T_e = p.T$  ;  $p \in \mathbb{N}^*$ , T étant la période du vibreur, la corde paraît immobile sous forme d'une sinusoïde de période égale à une longueur D (Fig.8).

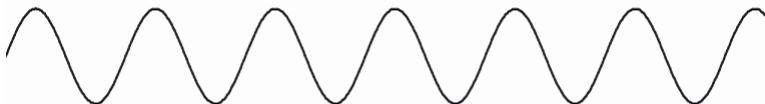


Fig.8 : Sinusoïde immobile pour  $T_e = p.T$

- Aux périodes  $T_e$  légèrement supérieures à  $p.T$ , la corde paraît toujours sous forme d'une sinusoïde mais en mouvement apparent lent dans le sens réel de propagation.
- Aux périodes  $T_e$  légèrement inférieures à  $p.T$ , on observe le même mouvement apparent lent de la corde, mais dans le sens contraire du sens réel de propagation.

### Questions

Expliquer :

- a) l'immobilité apparente de la corde,
- b) le mouvement apparent de la corde avec  $T_e$  légèrement supérieure ou inférieure à  $p.T$ .

### Interprétation

#### ■ Pour $T_e = p.T$ :

Si la corde est apparemment immobile, c'est parce que chacun de ses points est toujours éclairé à son passage par la même position et dans le même sens entre deux éclairs successifs. Cela veut dire que pendant la durée  $T_e$ , tout point de la corde effectue en réalité  $p$  oscillations complètes. Donc, la période d'oscillation des différents points de la corde est égale à la période  $T$  du vibreur.

Cette sinusoïde apparemment immobile représente bien l'aspect de la corde à un instant  $t$  donné. Elle est caractérisée par une périodicité le long de la direction de propagation, c'est-à-dire une périodicité spatiale.

Tous les points équidistants de  $k.D$  ( $k \in \mathbb{N}^*$ ) ont le même état de mouvement.

La distance  $D$  représentant la période de la sinusoïde est la période spatiale de l'onde. On l'appelle longueur d'onde du fait qu'elle est égale à la distance parcourue par l'onde pendant une période  $T$  et on la note  $\lambda$ .

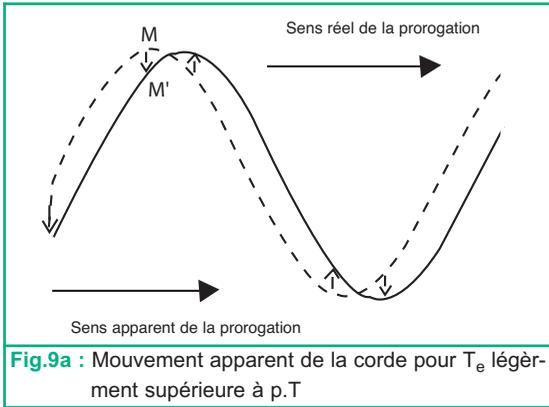
#### ■ Pour $T_e$ légèrement supérieure à $p.T$ :

Entre deux éclairs successifs, tout point de la corde effectue  $p$  oscillations complètes et une très petite fraction d'oscillation. Mais apparemment, c'est comme si chaque point accomplit dans le sens réel la très petite fraction d'oscillation engendrant le déplacement  $MM'$  (Fig.9a). Ainsi, on a l'impression d'une progression lente de la sinusoïde dans le sens réel de propagation de l'onde. C'est bien ce qui se passe en réalité mais à la vitesse de propagation  $v$ , d'où le nom d'onde progressive.

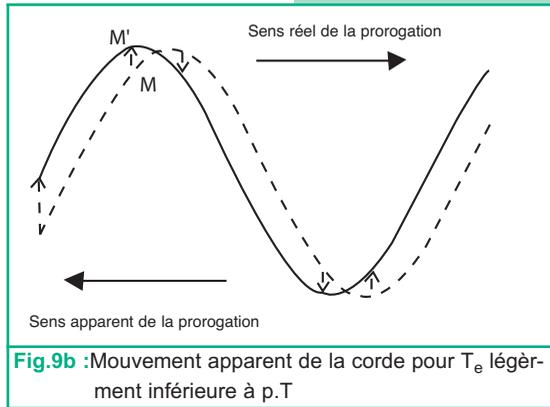
#### ■ Pour $T_e$ légèrement inférieure à $p.T$ :

Entre deux éclairs successifs, tout point de la corde effectue un tout petit peu moins que  $p$  oscillations complètes (il manque une très petite fraction de la  $p$ ème oscillation).

Mais, apparemment c'est comme si chaque point effectue cette très petite fraction d'oscillation  $MM'$  dans le sens contraire du sens réel (Fig.9b).



**Fig.9a** : Mouvement apparent de la corde pour  $T_e$  légèrement supérieure à  $p.T$



**Fig.9b** : Mouvement apparent de la corde pour  $T_e$  légèrement inférieure à  $p.T$

### Conclusion

La propagation d'une onde est caractérisée par deux périodicités à la fois :

- une périodicité dans le temps appelée périodicité temporelle. La période  $T$  est celle de la source.
- une périodicité dans l'espace, appelée périodicité spatiale. La période spatiale  $\lambda$ , contrairement à la période  $T$ , ne dépend pas seulement de la source mais dépend aussi du milieu de propagation. La période spatiale  $\lambda$  est la longueur d'onde, elle représente la distance parcourue par l'onde pendant une durée égale à la période temporelle  $T$ .

$$\lambda = v.T, \text{ soit } \lambda = \frac{v}{N}$$

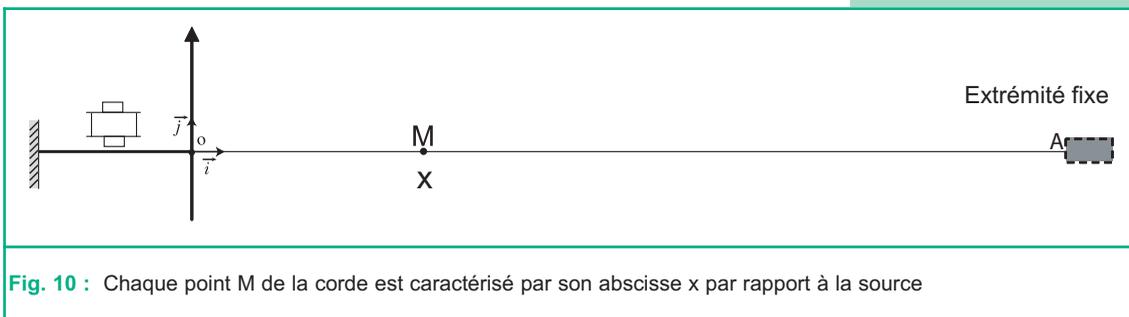
En effet, la période temporelle  $T$  de l'onde est la durée au bout de laquelle l'onde se propage d'une longueur  $\lambda$  telle que tous les points du milieu de propagation se retrouvent dans le même état vibratoire, d'où le nom de longueur d'onde.

### Etude théorique

#### Equation horaire du mouvement d'un point de la corde

Soit  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  le repère par rapport auquel on fera l'étude. L'origine  $O$  est confondue avec l'extrémité de la corde attachée au vibreur du montage de la figure 6.

$\vec{i}$  et  $\vec{j}$  sont respectivement les vecteurs directeurs unitaires de l'axe horizontal ayant la direction de la corde et de l'axe vertical servant à mesurer les élongations  $y$  des différents points de la corde. Considérons un point  $M$  de la corde d'abscisse  $x$  sur l'axe  $(O, \vec{i})$  (Fig.10).



**Fig. 10** : Chaque point  $M$  de la corde est caractérisé par son abscisse  $x$  par rapport à la source

A tout instant  $t$ , l'onde qui se propage le long de la corde impose au point  $M$  une élongation  $y(t)$  égale à l'élongation qu'a eue l'extrémité source  $S$  à l'instant  $(t - \theta)$ , l'amortissement étant supposé nul.

La durée  $\theta$  désigne le temps mis par l'onde pour se propager de  $S$  à  $M$ .

$$y_M(t) = y_s(t - \theta) \text{ or } y_s(t) = a \sin(\omega t + \varphi_s)$$

Avec un choix convenable de l'origine des temps, on aura  $\varphi_s = 0$ .

$$y_s(t) = a \sin(\omega t), \text{ d'où } y_M(t) = a \sin \omega(t - \theta)$$

$$\theta = \frac{x}{v}; \quad v : \text{ célérité de l'onde et } \omega = \frac{2\pi}{T}; \quad T : \text{ période de l'onde}$$

$$\text{Ainsi : } y_M(t) = a \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{vT} \right) \right].$$

$$\text{Or : } \lambda = v.T : \text{ Longueur d'onde, d'où : } y_M(t) = a \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right].$$

### Conclusion

Au cours de la propagation d'une onde sinusoïdale entretenue le long d'une corde élastique, tout point  $M$  de la corde, d'abscisse  $x$  par rapport à la source, vibre sinusoïdalement avec une période  $T$  égale à celle de la source  $S$ , mais avec une phase initiale dont la valeur est fonction de sa position sur la corde, au repos.

### Déphasage par rapport à la source

Si la source commence à vibrer à  $t = 0$  en allant dans le sens positif des élongations, on a :  $y_s(t) = a \sin(\omega t)$

$$y_M(t) = a \sin \left( \omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} \right). \text{ C'est de la forme } y_M(t) = a \sin(\omega t + \varphi_M)$$

$$\text{avec } \varphi_M = - \frac{2\pi x}{\lambda}.$$

Le déphasage entre les élongations  $y_M(t)$  et  $y_s(t)$ , noté  $\Delta\varphi$ ,

$$\text{est } (\varphi_M - \varphi_s); \quad \Delta\varphi = - \frac{2\pi x}{\lambda}.$$

### Remarque

Ce résultat reste valable dans le cas général où l'amortissement n'est pas négligeable et où la phase initiale n'est pas nulle.

$$y_s(t) = a_0 \sin(\omega t + \varphi_s)$$

$$y_M(t) = a \sin \left( \omega t + \varphi_s - \frac{2\pi x}{\lambda} \right); \text{ avec } a < a_0.$$

Ainsi,  $\Delta\varphi$  est une fonction de l'abscisse  $x$  du point  $M$  par rapport à la source.

### ■ Points de la corde vibrant en concordance de phase avec la source

Un point M de la corde vibre en phase avec la source lorsque son élongation  $y_M(t)$  est liée à celle de la source par la relation :

$$\frac{y_s(t)}{a_s} = \frac{y_M(t)}{a}, \text{ soit : } \sin(\omega t + \varphi_s) = \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_s\right) \forall t,$$

ce qui donne  $\varphi_s = \varphi_M + 2k\pi$  ; avec  $\varphi_M = -\frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_s$  ( $k$  : entier),

soit  $\Delta\varphi = -2k\pi$ , ce qui conduit à :  $x = k\lambda$ , où  $k$  est un entier positif.

Soit  $\ell$  la longueur de la corde au repos. On a :  $x < \ell$ .

Donc,  $k < \frac{\ell}{\lambda}$ .

Les points de la corde qui vibrent en phase avec la source sont situés au repos à des distances égales à un nombre entier de longueurs d'onde la source S. Leur nombre est limité par la longueur de la corde.

#### Questions

Déterminer les abscisses des points de la corde vibrant en opposition de phase avec la source.

### ■ Points de la corde vibrant en quadrature avance de phase avec la source

Un point M de la corde vibre en quadrature avance de phase la source lorsqu' à tout instant  $t$ , son élongation est telle que :

$$y_s(t) = y_M\left(t - \frac{T}{4}\right),$$

soit :  $a \sin(\omega t + \varphi_s) = a \sin\left[\omega\left(t - \frac{T}{4}\right) + \varphi_M\right]$ , ce qui donne

$\varphi_s = \varphi_M - \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ , avec  $k$  un entier positif.

D'où :  $\Delta\varphi = - (4k - 1) \frac{\pi}{2}$ , ce qui conduit à :  $x = (4k - 1) \frac{\lambda}{4}$ , avec  $k$  un entier positif.

Les points de la corde qui vibrent en quadrature avance de phase par rapport à la source sont situés au repos à  $\frac{\lambda}{4}$  ayant les points qui vibrent en phase avec la source.

#### Questions

Montrer que les points de la corde vibrant en quadrature retard de phase par rapport à la source sont définis par leur position de repos d'abscisse :

$$x = (4k+1) \frac{\lambda}{4}, \text{ avec } k \in \mathbb{N}.$$

### Aspect de la corde à un instant t donné

Pour un point M donné, à tout instant t :

$$y_M(t) = a \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \text{ dans le cas où } \varphi_s = 0,$$

ce qui entraîne qu'à un instant t donné, on peut écrire :

$$\text{pour tout point M, } y_t(x) = a \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \omega t + \pi\right).$$

Ainsi, pour t donné,  $y_t(x)$  est fonction sinusoïdale de x, de période  $\lambda$  et de phase initiale  $(-\omega t + \pi)$ .

La courbe représentant  $y_t(x)$  donne l'aspect de la corde à un instant t considéré (Fig.11). Elle est appelée par certains "sinusoïde des espaces".

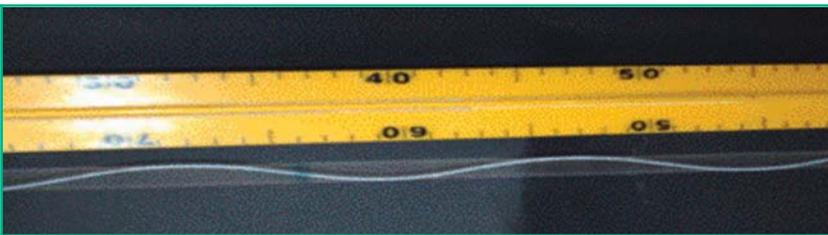


Fig.11 : Aspect de la corde à un instant donné

#### Remarque

Si les vibrations de la source commencent à  $t = 0$  et que l'instant t choisi est de l'ordre de quelques périodes seulement, il se peut qu'à cet instant l'onde n'a pas atteint encore l'autre extrémité de la corde. Il faut alors chercher la position  $x_f$  du front d'onde. Pour ce, il suffit de calculer la distance parcourue par l'onde entre l'instant  $t = 0$  et l'instant t choisi.

$$x_f = v.t, \text{ ce qui équivaut à : } x_f = n.\lambda, \text{ en posant } n = \frac{t}{T}$$

### 2.3- ONDE SINUSOÏDALE LE LONG D'UN RESSORT

On dispose d'un ressort à spires non jointives tendu verticalement par la suspension d'un solide à son extrémité inférieure. L'extrémité supérieure **S** est attachée à un vibreur qui lui impose des vibrations verticales et sinusoïdales de période T. La partie inférieure est plongée dans un récipient rempli d'eau, (Fig.12).

#### Manipulation

On met le vibreur en marche et on observe le ressort d'abord en lumière ordinaire puis en lumière stroboscopique.

- ◆ En lumière ordinaire, le ressort nous paraît flou.
- ◆ En éclairant le ressort à l'aide d'un stroboscope de période réglable  $T_e$ , on constate que :

- pour  $T_e = T$ , le ressort paraît immobile sous forme d'une succession de zones alternativement comprimées et dilatées.
- pour  $T_e$  légèrement supérieure à T, les zones comprimées et dilatées paraissent progresser lentement le long du ressort de **S** vers **A**.

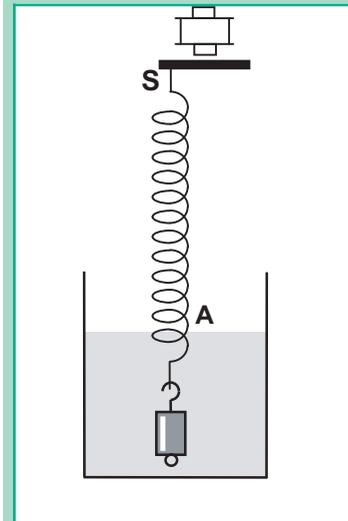


Fig. 12 : Dispositif d'étude d'une onde progressive le long d'un ressort

## Questions

- 1°) Quel est le but d'immersion de l'extrémité inférieure du ressort dans l'eau ?
- 2°) Comment apparaissent les spires en lumière ordinaire ?
- 3°) Qu'observe-t-on en éclairage stroboscopique :
  - a) quand la période  $T_e = kT$ ,  $T_e$  étant la période des éclairs,  $T$  la période du vibreur et  $k$  un entier positif ?
  - b) quand la période  $T_e$  est légèrement inférieure ou légèrement supérieure à  $kT$  ?
- 4°) Quelle est la nature de l'onde qui se propage le long du ressort ?
- 5°) Les spires, restent-elles équidistantes lorsqu'elles sont en mouvement ?

## Interprétation

En lumière ordinaire, le ressort paraît flou. Donc, toutes les spires sont en train de vibrer. En effet, les excitations périodiques de l'extrémité source **S** sont transmises à toutes les spires du ressort élastique de proche en proche jusqu'à l'extrémité inférieure **A**.

En éclairage stroboscopique et pour  $T_e = kT$ , entre deux éclairs successifs, tout point du ressort effectue en réalité  $k$  oscillations complètes. Ainsi, chaque spire est éclairée toujours dans la même position. Le ressort paraît immobile sous forme d'une succession de zones alternativement comprimées et dilatées. La non équidistance des spires montre que celles-ci n'ont pas la même élongation à un instant  $t$  donné.

De la même manière que pour le cas d'une corde élastique, on explique le mouvement apparent lent des spires dans un sens ou dans l'autre. Du fait que les spires du ressort oscillent de part et d'autre de leur position de repos dans la direction de propagation de l'onde, celle-ci est qualifiée d'onde longitudinale.

On peut établir l'expression de l'élongation d'une spire à un instant  $t$  donné de la même manière que pour la corde :

Si  $y_s(t) = a \sin(\omega t)$ , on montre qu'en absence de tout amortissement :  $y_M(t) = a \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$ .

## 2.4- ONDE SINUSOÏDALE A LA SURFACE DE L'EAU

### Manipulation

On dispose d'un vibreur muni d'une fourche à pointe unique et d'une cuve à ondes. Au repos, la pointe verticale affleure la surface libre de la nappe d'eau de la cuve en un point S. En mettant le vibreur en marche, la pointe impose au point S des vibrations verticales sinusoïdales de fréquence  $N$ .

En éclairant la surface de l'eau à l'aide d'un stroboscope de fréquence réglable  $N_e$ , on constate que :

- Pour une fréquence  $N_e = N$ , la surface de l'eau paraît immobile avec des crêtes circulaires concentriques, alternées par des creux de même forme. Il s'agit donc de rides circulaires centrées au point S. Sur l'écran en verre dépoli de la cuve à ondes, on observe une succession de cercles concentriques immobiles alternativement brillants et sombres.

Les cercles brillants et sombres sont les images des crêtes et des creux (Fig.13).

- En diminuant légèrement la fréquence  $N_e$  des éclairs, les rides paraissent progresser lentement à la surface de l'eau, sans se déformer, en s'éloignant de la source. Les rides circulaires se propageant à la surface d'un liquide constituent donc un autre exemple d'ondes progressives.

### Questions

1°) La célérité de l'onde qui progresse à la surface de l'eau à partir du point source S, est-elle la même dans toutes les directions ? Justifier la réponse.

2°) Montrer qualitativement que, même en supposant le frottement nul, plus un point M de la surface de la nappe d'eau est loin de la source, plus son amplitude de vibration est inférieure à celle de la source S.

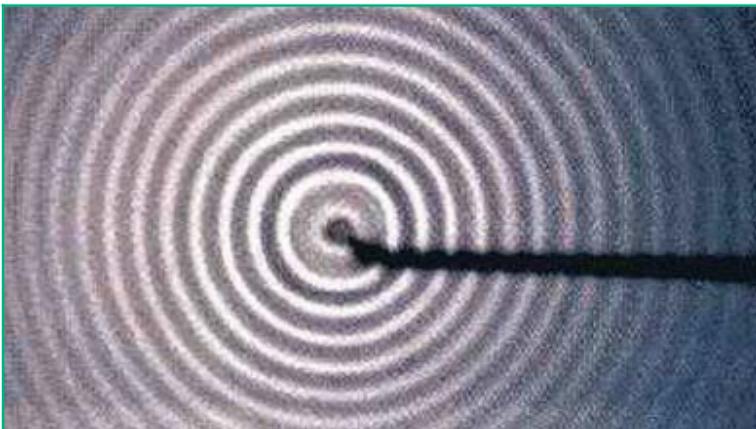


Fig. 13 : Rides circulaires à la surface de l'eau pour  $N_e = N$

### Etude théorique

Le mouvement vibratoire de la pointe de la fourche, imposé au point S de la surface libre de l'eau donne naissance à une onde circulaire qui se propage à partir de S dans toutes les directions de la surface de l'eau, sous forme de rides superficielles, circulaires et transversales.

Ainsi, tous les points de la surface d'eau situés à la même distance  $r$  du point S et qui constituent un cercle de centre S et de rayon  $r$ , ont à tout instant le même état de mouvement. Ils vibrent toujours en phase et avec la même amplitude. Suivant une direction passant par le centre S, les cercles concentriques, lieux des points vibrant en phase, sont équidistants de la longueur d'onde  $\lambda$  (Fig.14).

En éclairage stroboscopique et pour une fréquence  $N_e = N$ , on observe l'immobilité apparente des rides. Ces rides circulaires sont régulièrement espacées de  $\lambda$ .

### Remarque

- L'amplitude des ondes qui progressent à la surface de l'eau décroît en s'éloignant de la source même si l'amortissement est supposé nul. Cette décroissance est due au fait que l'énergie mécanique cédée à l'onde par la source de vibrations se répartit de proche en proche sur une quantité de liquide de plus en plus grande quand elle progresse à la surface de l'eau. C'est le phénomène de dilution d'énergie.

- Si au lieu de la pointe, on utilise une réglette verticale dont le bord inférieur affleure au repos la surface libre de la nappe d'eau de la cuve à ondes, il se formera des rides rectilignes parallèles à la réglette. Ces rides se propagent perpendiculairement à la réglette. La distance séparant deux rides consécutives est égale à la longueur d'onde  $\lambda$  (Fig.15).

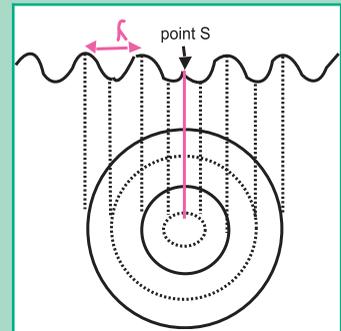


Fig. 14 : Onde circulaire qui se propage à partir de S

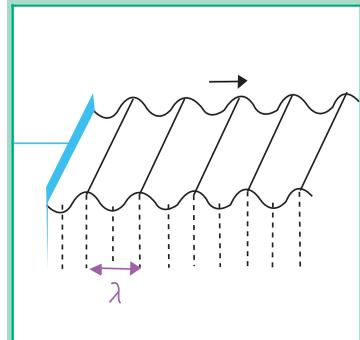


Fig. 15 : Propagation de rides rectilignes

## 2.5- LE SON, EXEMPLE D'ONDE PROGRESSIVE A TROIS DIMENSIONS

### Manipulation

A proximité d'un haut-parleur alimenté par un GBF, on place un microphone (M) très sensible. On relie les bornes du haut-parleur et du microphone respectivement aux voies  $Y_1$  et  $Y_2$  d'un oscilloscope bicourbe (Fig.16a). En utilisant la voie  $Y_1$  seule, on obtient l'oscillogramme ( $C_1$ ) traduisant les vibrations sinusoïdales de la membrane du haut-parleur avec la fréquence  $N$  imposée par le GBF. En utilisant simultanément les voies  $Y_1$  et  $Y_2$ , on observe sur l'écran de l'oscilloscope, en plus de la première sinusoïde ( $C_1$ ), une deuxième sinusoïde ( $C_2$ ) de même fréquence  $N$  traduisant les vibrations de la membrane du microphone (Fig.16b). Ces vibrations résultent forcément du son émis par le haut-parleur. En approchant ou en éloignant le microphone par rapport au haut-parleur, suivant une direction bien déterminée, on observe toujours la sinusoïde ( $C_2$ ) de fréquence  $N$ , mais

avec une amplitude qui augmente ou qui diminue et dont le décalage horaire par rapport à  $(C_1)$  passe régulièrement plusieurs fois de 0 à  $\frac{T}{2}$ . En déplaçant maintenant le microphone autour du haut-parleur dans toutes les directions tout en le maintenant à la même distance  $r$  de ce dernier, on constate que la sinusoïde  $(C_2)$  reste identique à elle-même et stable par rapport à la sinusoïde  $(C_1)$ .

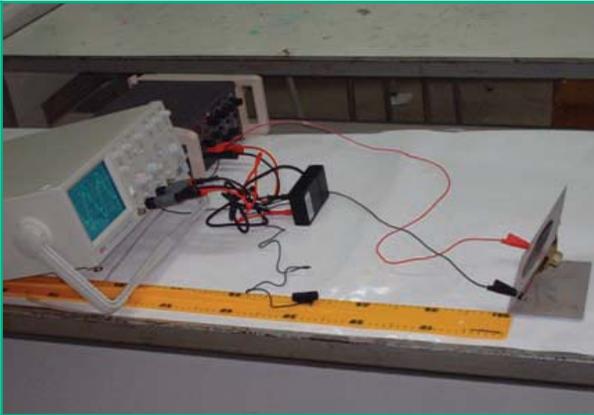


Fig.16a : Le son est exemple d'onde mécanique.

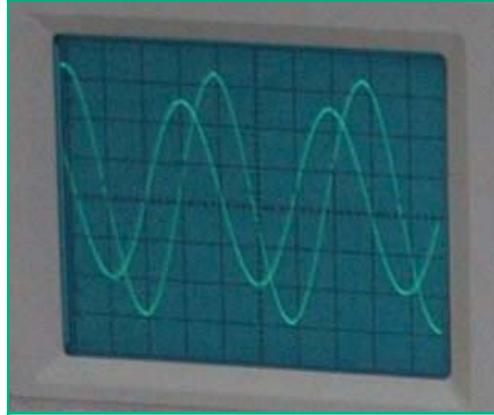


Fig.16 b : Oscillogrammes  $(C_1)$  et  $(C_2)$

### Questions

- 1°) Quelle est la constatation qui montre que le son est une onde tridimensionnelle ?
  - 2°) L'onde sonore est-elle transversale ou longitudinale ?
  - 3°) Expliquer les augmentations et les diminutions de l'amplitude de la sinusoïde  $C_2$ , relevées lors du déplacement du microphone par rapport au haut-parleur.
  - 4°) Quelle est la longueur de déplacement du microphone par rapport au haut-parleur au bout de laquelle le décalage horaire entre les sinusoïdes  $(C_2)$  et  $(C_1)$  varie de  $\frac{T}{2}$  ?
- Justifier la réponse.

### Conclusion

Le son est de nature vibratoire. C'est une onde mécanique, appelée onde sonore et plus particulièrement acoustique lorsqu'elle est susceptible d'être perçue par l'oreille de l'homme. L'onde sonore émise par une source ponctuelle (approximation du haut-parleur) est une onde progressive sphérique mais qui s'atténue en s'éloignant de la source à cause de la dilution de l'énergie.

# L'essentiel

- On appelle onde, le phénomène résultant de la propagation d'une succession d'ébranlements dans un milieu donné.
- Une onde est dite transversale si la direction des déformations auxquelles elle est due est perpendiculaire à la direction de sa propagation.
- Une onde est dite longitudinale si la direction des déformations auxquelles elle est due est parallèle à la direction de sa propagation.
- La propagation d'une onde correspond à un transport d'énergie sans déplacement de matière.
- La célérité (ou vitesse de propagation) d'une onde dépend de la nature du milieu de propagation et de ses propriétés.
- Toute onde se propageant dans un milieu ouvert est progressive. Elle est caractérisée par une double périodicité spatiale et temporelle.
- La période temporelle  $T$  de l'onde est liée à la période spatiale  $\lambda$  par la relation :

$$\lambda = v \cdot T$$
 avec  $v$  la célérité de l'onde.

# Exercices

## Exercice résolu

### ÉNONCÉ

A l'extrémité libre O d'une lame vibrant sinusoidalement avec une fréquence  $N = 100$  Hz, on attache une corde élastique de longueur  $l = 0,6$  m. Etant tendue, celle-ci est le siège d'une onde progressive sinusoidale transversale non amortie d'amplitude  $a = 5$  mm, de phase initiale nulle et de célérité  $v = 12$  m.s<sup>-1</sup>.

1°) Etablir l'équation horaire de mouvement du point M de la corde situé au repos à  $x = 21$  cm de la source et comparer ses vibrations avec celles de la source.

2°) Représenter dans le même système d'axes, les diagrammes des mouvements de la source et du point M.

3°) Déterminer le lieu et le nombre des points de la corde vibrant en quadrature avance de phase par rapport à la source.

4°) Représenter l'aspect de la corde à l'instant  $t_1 = 3,25 \cdot 10^{-2}$  s et en déduire celui pris à l'instant  $t_2 = 3,75 \cdot 10^{-2}$  s.

### SOLUTION

1°) L'onde se propage sans amortissement. Donc, à tout instant  $t$ , on a :

$$y_M(t) = y_0(t - \theta) ; \theta = \frac{x}{v} : \text{temps mis par l'onde pour se propager de O à M.}$$

$$\text{Or : } y_0(t) = a \sin(\omega t). \text{ Il vient donc : } y_M(t) = a \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) ; \varphi = - \frac{2\pi x}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{v}{N} ; \text{A.N : } \lambda = 12 \text{ cm, ce qui donne } \varphi = - \frac{7\pi}{2} = \left(-4\pi + \frac{\pi}{2}\right) \text{ rad.}$$

$$y_M(t) = 5 \cdot 10^{-3} \sin\left(200 \pi t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Donc, le point M vibre avec la même amplitude que la source mais en quadrature avance de phase par rapport à cette dernière.

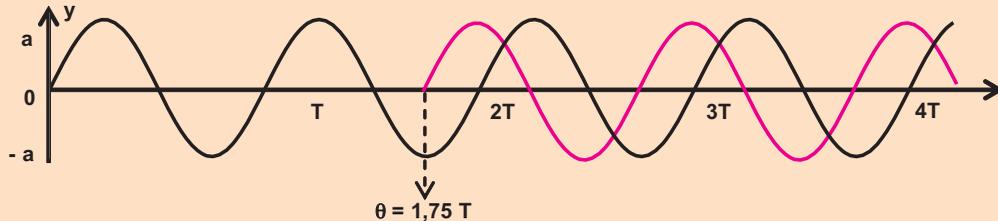
2°) Diagrammes des mouvements de S et de M

Si le mouvement de la source débute à  $t = 0$ , le point M ne commencera à vibrer qu'à  $t_1 = \theta$ , temps mis par le front de l'onde pour se propager de la source jusqu'au point M.

$$\theta = \frac{x}{v}. \text{ Or, } x = \frac{7}{4}\lambda ; \text{ Donc } \theta = \frac{7}{4}T = 1,75 T$$

Pour tout  $t < \frac{7}{4}T$ ,  $y_M(t) = 0$  et pour tout  $t > \frac{7}{4}T$ ,  $y_M(t) = a \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ .

En effet, le diagramme de mouvement du point M s'obtient par une translation de celui de la source d'une longueur représentant  $\theta$  suivant l'axe des temps.



3°) Un point M de la corde vibre en quadrature avance de phase par rapport à la source si :

$$\Delta\varphi = -\frac{2\pi x}{\lambda} = -(4k - 1)\frac{\pi}{2} \text{ rad, ce qui conduit à } x = (4k - 1)\frac{\lambda}{4}.$$

Or,  $x \leq l$ . D'où :  $k \leq \frac{l}{\lambda} + \frac{1}{4}$ .

$\frac{l}{\lambda} = 5$ . Donc,  $k \leq 5,25$ . Or,  $k \in \mathbb{N}^*$ . On a alors :  $k \leq 5$  ;  $k \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

|        |   |    |    |    |    |
|--------|---|----|----|----|----|
| k      | 1 | 2  | 3  | 4  | 5  |
| x (cm) | 9 | 21 | 33 | 45 | 57 |

On remarque que le point M situé à  $x = 21$  cm est bien l'un de ces cinq points.

4°) Distance parcourue par l'onde entre sa naissance (à  $t_0 = 0$ ) et l'instant  $t_1$ .

$$x_1 = v t_1 ; \text{ soit } : x_1 = \lambda \frac{t_1}{T}. \text{ Or, } \frac{t_1}{T} = 3,25.$$

Donc,  $x_1 = 3,25 \lambda$ . On constate que  $x_1$  est inférieur à  $l$ .

En effet,  $l = 5\lambda$ . Donc, l'onde n'a pas encore atteint l'extrémité fixe de la corde

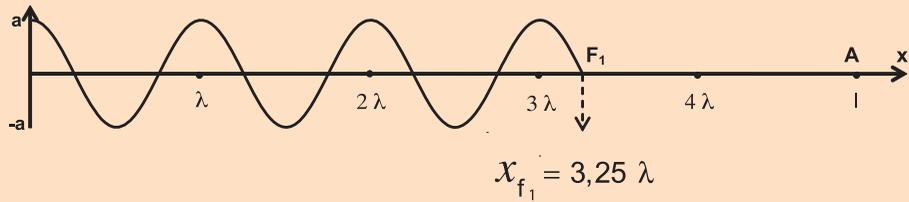
Ainsi,  $x_1$  représente la position  $x_{f_1}$  du front d'onde .

∞ Pour  $x > x_{f_1}$ ,  $y_{t_1}(x) = 0$  : le brin  $F_1A$  de la corde est encore au repos.

$$\infty \text{ Pour } x < x_{f_1}, y_{t_1}(x) = a \sin(\omega t_1 - \frac{2\pi x}{\lambda}), \omega t_1 = \frac{2\pi}{T} t_1. \text{ Or, } \frac{t_1}{T} = 3,25$$

Donc,  $\omega t_1 = 6,5 \pi$  rad. Par suite,  $y_{t_1}(x) = a \cos(\frac{2\pi x}{\lambda})$ ,

d'où l'aspect suivant de la corde à l'instant  $t_1$ ,



**Remarques :**

- ♦ On retrouve bien pour le point M de la question (1) situé à  $x = 1,75 \lambda$ , une élongation  $y$  nulle à  $t_1 = 3,25 T$ .
- ♦ Il y a une autre méthode pratique permettant de dessiner rapidement la partie de la corde parcourue par l'onde sans recourir à l'expression  $y_1(x)$ .  
En effet, il suffit d'extrapoler la sinusoïde de période  $\lambda$  jusqu'au point source, et ce en partant de la position du front d'onde.
- ♦ Aspect de la corde à l'instant  $t_2 = 3,75 \cdot 10^{-2} \text{ s}$  :

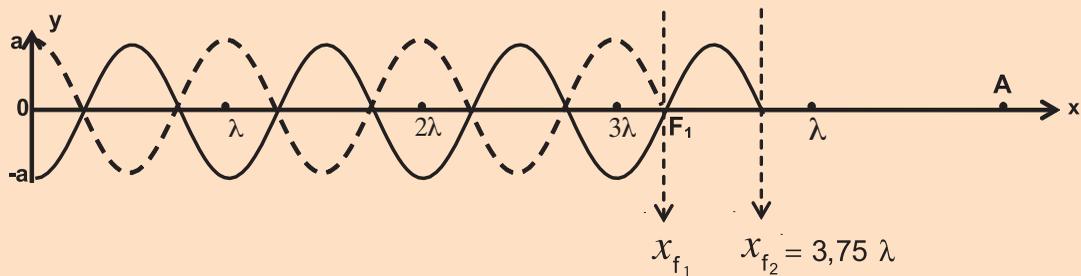
$$\frac{t_2 - t_1}{T} = \frac{1}{2}, \text{ ce qui signifie : } (t_2 - t_1) = \frac{1}{2} T.$$

Donc, entre  $t_1$  et  $t_2$  l'onde progresse de la distance  $\frac{\lambda}{2}$ .

Ainsi, à  $t_2$ , le front d'onde se trouve à  $x_{f_2} = x_{f_1} + \frac{\lambda}{2}$ .

Or,  $x_{f_1} = 3,25 \lambda$ . Donc,  $x_{f_2} = 3,75 \lambda$ .

D'où l'aspect de la corde à  $t_2$ , représenté ci-dessous :





# Exercices à résoudre



## Tests rapides des acquis

### 1

### Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- Une onde mécanique se propage dans le vide.
- 2- Lors de sa propagation, un ébranlement mécanique transporte de l'énergie.
- 3- La célérité d'un ébranlement mécanique ne dépend pas du milieu de propagation.
- 4- Une onde sonore peut se propager dans le vide.
- 5- La longueur d'onde  $\lambda$  est la distance parcourue par l'onde pendant une période T.
- 6- La propagation d'une onde correspond à un déplacement de matière.
- 7- Dans un milieu homogène, la célérité d'une onde est constante.
- 8- L'onde qui se propage à la surface d'un liquide est une onde transversale.
- 9- L'onde sonore est une onde longitudinale.
- 10- Le déplacement d'un mobile correspond à un déplacement de matière alors que la propagation d'une onde correspond à un déplacement d'énergie.

### 2

### Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la(ou les) proposition(s) juste(s).

- I- A tout phénomène ondulatoire, est associé :
  - a- un déplacement de matière ;
  - b- un déplacement d'énergie ;
  - c- un déplacement de matière et d'énergie.
  
- II- Un enfant lance un caillou dans une étendue d'eau calme. L'impact du caillou dans l'eau provoque une déformation de sa surface. Cette déformation se propage à la surface de l'étendue.
 

La vitesse avec laquelle se propage l'ébranlement à la surface de l'eau dépend de :

  - a- l'énergie initiale du caillou ;
  - b- la taille du caillou ;
  - c- la profondeur de l'étendue d'eau.
  
- III- Une longue corde OA tendue est reliée en O à une lame vibrante de fréquence  $N = 100\text{Hz}$ . En A, un dispositif permet d'éviter les réflexions. On éclaire la corde à l'aide d'un stroboscope de fréquence  $N_e = 49\text{ Hz}$ . On observe alors la corde prendre l'aspect d'une sinusoïde :
  - a- fixe ;
  - b- qui se déplace lentement de O vers A ;
  - c- qui se déplace lentement de A vers O.
  
- IV- Une onde progressive sinusoïdale de fréquence  $N = 50\text{Hz}$  se propage à la surface d'un liquide au repos avec la célérité  $v = 0,25\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . La distance qui sépare deux points du liquide qui vibrent en phase est alors égale à :
  - a- 5 mm ;
  - b- 10 mm ;
  - c- 15 mm.

## Exercices d'application

**3** Une lame vibrante impose à l'extrémité S d'une corde horizontale un mouvement transversal rectiligne et sinusoïdal d'équation :  $y = a \sin(100\pi t)$ , avec  $t$  en secondes. La célérité des ébranlements le long de la corde est  $v = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

On supposera l'amortissement nul.

**1°)** Déterminer la fréquence  $N$  de vibration de l'extrémité S et la longueur d'onde  $\lambda$  de l'onde progressant le long de la corde.

**2°) a)** Représenter l'aspect de la corde aux instants  $t_1 = 0,02 \text{ s}$  et  $t_2 = 0,05 \text{ s}$  sachant que le mouvement de l'extrémité S de cette corde commence à  $t = 0$  en se déplaçant dans le sens positif.

**b)** Quel est, par rapport à la source, l'état vibratoire de chacun des points  $M_1$  et  $M_2$  distants de S respectivement de  $d_1 = 10 \text{ cm}$  et de  $d_2 = 40 \text{ cm}$  ?

**3°)** On éclaire la corde avec un stroboscope de fréquence  $N_e$  variable. Quel est l'aspect observé de la corde lorsque  $N_e$  vaut  $25 \text{ Hz}$ ,  $49 \text{ Hz}$  et  $51 \text{ Hz}$  ? Justifier les réponses.

**4** L'extrémité S d'une longue corde est fixée à l'extrémité d'une lame vibrante qui oscille sinusoïdalement avec une fréquence  $N = 50 \text{ Hz}$  et une amplitude  $a = 0,5 \text{ cm}$ . A l'instant zéro, la lame est dans sa position d'équilibre et commence son mouvement vers le haut.

**1°)** Quelle est l'équation du mouvement de S ? (on oriente positivement la verticale vers le haut).

**2°)** L'onde se propage avec la célérité  $v = 1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ; l'extrémité de la corde est telle que l'onde ne peut pas se réfléchir.

**a)** Etablir l'équation du mouvement d'un point M situé à la distance  $d$  de S.

**b)** Ecrire cette équation dans le cas où  $d = 3 \text{ cm}$ . Comparer le mouvement de M à celui de S.

**3°)** Tracer les courbes représentatives de  $y_S(t)$  et  $y_M(t)$  en fonction du temps.

**4°)** Représenter l'aspect de la corde aux instants  $t_1 = 0,03 \text{ s}$  et  $t_2 = 0,035 \text{ s}$ .

**5** Un électroaimant communique à une lame vibrante un mouvement sinusoïdal de fréquence  $N = 100 \text{ Hz}$  et d'amplitude  $a = 5 \text{ mm}$ . On fixe à l'extrémité de la lame une corde très longue.

**1°)** A l'instant  $t = 0$ , la lame part de sa position d'équilibre dans le sens positif. A l'instant  $t = 6,5 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ , le point M de la corde d'abscisse  $x = 32,5 \text{ cm}$  entre à son tour en vibration.

**a)** Calculer la vitesse de propagation des ondes le long de la corde.

**b)** Calculer la longueur d'onde  $\lambda$ .

**2°)** On étudie maintenant le mouvement de M en fonction du temps (on suppose qu'il n'y a pas de réflexion à l'autre extrémité de la corde).

**a)** Etablir l'équation horaire de son mouvement.

**b)** Tracer le graphe représentant le mouvement de M en fonction du temps entre les instants  $t_1 = 0 \text{ s}$  et  $t_2 = 0,1 \text{ s}$ .

**c)** Etablir l'expression des instants  $t$  pour lesquelles l'élongation de M est maximale. On prendra, pour origine des temps, l'instant où commence le mouvement de la source). Calculer l'instant  $t_0$  pour lequel cette valeur est atteinte pour la première fois.

**6** Une onde progressive sinusoïdale de fréquence  $N = 50 \text{ Hz}$ , créée par une source  $S$  à partir d'un instant  $t_0 = 0$  se propage à la surface de l'eau. La figure ci-dessous représente, à un instant  $t_1$ , une coupe de cette surface par un plan vertical passant par  $S$ . A cet instant, l'élongation du point  $S$  est nulle.



La distance  $AB$  est égale à  $3,0 \text{ cm}$ , l'amplitude de l'onde est constante et égale à  $4 \text{ mm}$ .

- 1°) Déterminer la valeur de la longueur d'onde  $\lambda$ .
- 2°) Calculer la célérité  $v$  de cette onde.
- 3°) Quelle est la valeur de  $t_1$  ?
- 4°) Etablir l'équation horaire du mouvement de la source  $y_s(t)$  ?
- 5°) A l'instant  $t_1$ , combien y a-t-il de points vibrant en opposition de phase avec  $S$  ?  
Faire un schéma en indiquant les positions et le sens du mouvement de ces points et celui du point  $S$  à l'instant  $t_1$ .
- 6°) Représenter une coupe de la surface de l'eau à l'instant  $t_2 = 6,25 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ .

### Exercices de synthèse

**7** En un point  $O$  de la surface de l'eau d'une cuve à ondes, une source ponctuelle produit des oscillations sinusoïdales verticales d'amplitude  $a$  et de fréquence  $N$ . Des ondes entretenues de forme circulaire se propagent à la surface de l'eau avec la célérité  $v$  (Fig.1). Les bords de la cuve à ondes sont tels qu'ils absorbent les ondes progressives provenant de  $S$ . On néglige tout amortissement des ondes.

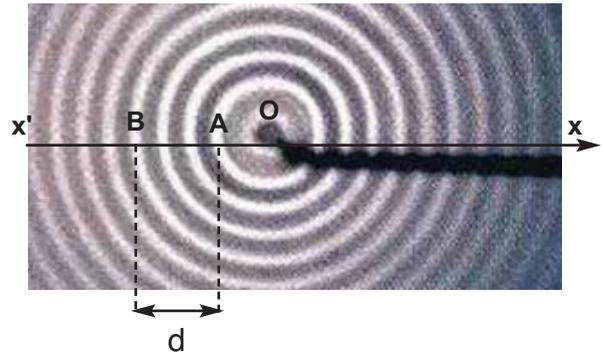


Fig.1

1°) a) Indiquer sommairement comment faut-il procéder pour observer des rides circulaires apparemment immobiles.

b) La distance entre les deux points  $A$  et  $B$  appartenant chacun à une crête circulaire est :  $d = 24 \text{ mm}$ . En déduire la valeur de la longueur d'onde  $\lambda$ .

2°) La sinusoïde traduisant l'élongation verticale  $y_M(t)$  d'un point  $M$  de la surface de l'eau, situé à la distance  $d'$  du point  $O$ , est donnée par la figure 2.

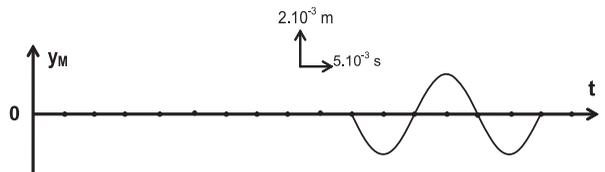


Fig.2

a) Etablir l'expression de  $y_M(t)$ .

b) Calculer la célérité  $v$ .

c) Déduire de la figure 2 la sinusoïde traduisant l'évolution de l'élongation verticale  $y_O(t)$  du point  $O$  ; puis s'y appuyer pour établir l'expression de  $y_O(t)$ .

3°) Représenter une coupe transversale de la surface de l'eau suivant l'axe  $x'x$  à l'instant  $t_0 = 0,045 \text{ s}$ .

4°) Quels sont les points qui vibrent en phase avec la source  $S$  à l'instant  $t_0$  ?

**8** A l'extrémité S d'une lame vibrante, on attache une corde horizontale qui passe sur la gorge d'une poulie et au bout de laquelle on suspend un solide. Du côté de la poulie, on met un dispositif qui absorbe l'énergie de l'onde. Le repère d'étude (Oxy) a une origine O confondue avec la position de S au repos (Fig.1).

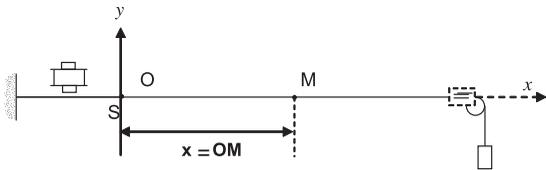


Fig.1

1°) L'extrémité S est une source d'onde d'équation horaire  $y_S(t) = a \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$  d'amplitude  $a = 3 \text{ mm}$ . Le mouvement de la source S a démarré à  $t_0 = 0 \text{ s}$ ; avant l'instant  $t_0 = 0 \text{ s}$  la corde était entièrement au repos.

a) Préciser et interpréter ce que l'on observe avec un éclairage continu.

b) Qu'observe-t-on si on éclaire la corde à l'aide d'un stroboscope de fréquence  $N_e$  légèrement inférieure à la fréquence  $N$  du vibreur ?

2°) La figure 2 représente l'aspect de la corde à l'instant  $t_1 = 0,025 \text{ s}$  où le front d'onde atteint le point A d'abscisse  $x = OA = 0,75 \text{ m}$ .

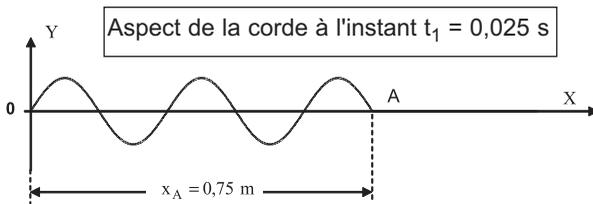


Fig.2

a) Calculer la longueur d'onde  $\lambda$ , la célérité  $v$  de l'onde et sa fréquence  $N$ .

b) Quelle est l'équation horaire du mouvement de la source ?

c) Déterminer l'élongation  $y_A(t)$  du mouvement du point A considéré.

d) Représenter l'allure du graphe de  $y_A(t)$ .

**9** I- Une corde élastique de longueur infinie, tendue horizontalement est attachée par son extrémité S au bout d'une lame vibrante qui lui communique à partir de l'instant  $t = 0$  des vibrations sinusoïdales transversales. On suppose qu'il n'y a aucun amortissement.

L'une des courbes de la figure ci-après représente le diagramme du mouvement d'un point A de la corde situé à une distance  $x_A$  de l'extrémité source. L'autre représente l'aspect de la corde à un instant  $t_1$ .

1°) Identifier les courbes (I) et (II) en justifiant la réponse. En déduire les périodes temporelle et spatiale de l'onde ainsi que l'amplitude a des ébranlements.

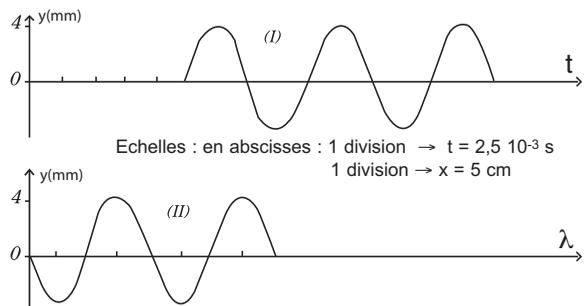
2°) Déterminer la célérité de l'ébranlement, la distance  $x_A$  et l'instant  $t_1$ .

3°) Ecrire l'équation horaire des vibrations de la source S et celle du point A de la corde.

4°) a) Représenter l'aspect de la corde à l'instant  $t_2 = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ .

b) Placer sur le graphique précédent, les points ayant l'élongation  $(-\frac{a}{2})$  et se déplaçant dans le sens négatif.

c) Déterminer le nombre et les abscisses des points de la corde qui vibrent en quadrature retard de phase par rapport à la source.



II- La lame vibrante porte une pointe S animée d'un mouvement vertical avec lequel elle impose à un point O de la surface de l'eau une élongation  $y_O(t) = 10^{-3} \sin(628 t)$  ( $y$  en m et  $t$  en s).

1°) Établir l'équation horaire du mouvement d'un point M de la surface de l'eau, tel que  $OM = x$  au repos.

2°) Calculer la célérité de l'onde sachant que la plus petite distance entre 2 points qui vibrent en quadrature de phase est  $d = 1$  mm.

3°) Représenter graphiquement la coupe de la surface de l'eau suivant un plan vertical passant par O aux instants  $t_2 = 0,035$  s et  $t_3 = 0,040$  s.

4°) Pour observer l'immobilité apparente de la surface d'eau, on utilise un stroboscope. Quelle doit être pour ce, la fréquence des éclairs ? Calculer la plus grande fréquence possible. S'il y avait un éclair de moins par seconde, les ondes se déplaceraient se propager lentement, préciser le sens de propagation apparent.

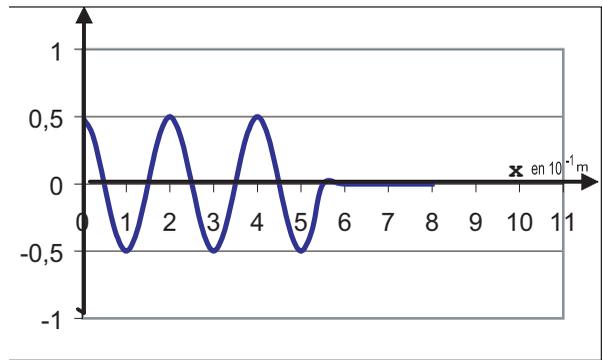


Fig.2

Déduire de ces données :

a) la fréquence  $N$  et la longueur d'onde  $\lambda$  ;

b) la célérité  $v$  de l'onde ;

c) l'abscisse  $x_1$  et l'instant  $t_0$ .

2°) Que peut-on dire des mouvements de S et de  $M_1$  ?

3°) Déterminer l'expression des instants  $t$  au niveau desquels le point  $M_1$  passe par l'élongation  $2,5 \cdot 10^{-3}$  m dans le sens positif des elongation durant l'intervalle de temps compris entre les instants 0 et 0,14 s.

4°) Déterminer les abscisses des points se trouvant à l'élongation  $2,5 \cdot 10^{-3}$  m et se déplaceront dans le sens négatif des elongations à l'instant  $t_0$ .

**10** Un électroaimant communique à une lame vibrante un mouvement sinusoïdal de fréquence  $N$  et d'amplitude  $a$ . On fixe à la lame une corde de longueur  $L = 2$  m par son extrémité S. A l'autre extrémité de la corde, on exerce une force de tension et on place du coton.

1°) A l'instant  $t = 0$  s, la lame part de sa position d'équilibre. On donne la courbe d'évolution de l'élongation au cours du temps d'un point  $M_1$  se trouvant au repos à une abscisse  $x_1$  de S (Fig.1) et l'aspect de la corde à un instant  $t_0$  (Fig.2).

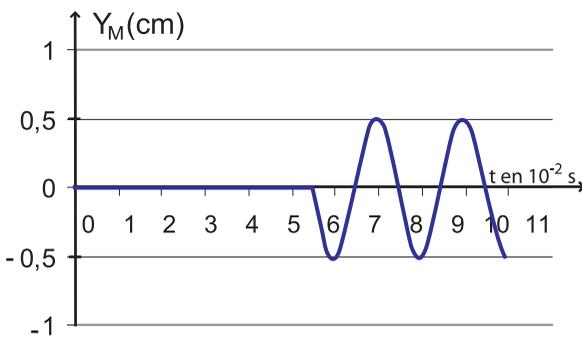


Fig.1

**11** Deux petits microphones  $M_1$  et  $M_2$  séparés d'une distance  $d$  sont disposés sur l'axe de symétrie d'un haut-parleur produisant une onde sonore sinusoïdale de fréquence  $N$  réglable. Ils sont reliés respectivement au voies 1 et 2 d'un oscilloscope, de même sensibilité verticale.

On fixe  $d = 34$  cm et  $N = 2000$  Hz ; la célérité des ondes sonores dans l'air est  $v = 340$  ms<sup>-1</sup>.

1°) a) Quelle base de temps doit-on choisir pour observer sur voie 1 de l'oscilloscope, deux périodes de tension captée aux bornes du microphones  $M_1$  sachant que l'écran comporte horizontalement 10 divisions et verticalement 8 divisions.

b) Pourquoi l'amplitude de la tension observée sur la voie 2 est-elle plus faible que celle observée sur la voie 1 ?

c) Représenter l'oscillogramme des deux tensions observées.

2°) a) On modifie la fréquence  $N$  et la distance  $d$ . Pour  $N = 1$  kHz, on a  $d = 17$  cm. Représenter le nouvel oscillogramme obtenu.

b) Le microphone  $M_2$  est ensuite éloigné de  $M_1$  et la base de temps est réglée pour un oscillogramme analogue à l'oscillogramme de la question 1.

Quelles sont alors les valeurs de  $d$  et de la nouvelle sensibilité de la base de temps ?

## 12 Mesure de la célérité d'une onde sonore.

Le son émis par le haut-parleur est capté par deux microphones  $M_1$  et  $M_2$  branchés sur les voies  $Y_A$  et  $Y_B$  de l'oscilloscope (Fig.1).

1°) Calculer la fréquence du son capté, sachant que l'on aperçoit deux périodes complètes de chaque sinusoïde sur l'oscillogramme, que l'écran comporte dix divisions au total en largeur et que la fréquence de balayage est réglée sur 0,4 ms par division. Lorsque les deux abscisses des microphones sont égales, les courbes observées sur l'oscilloscope sont en phase. On déplace lentement le microphone  $M_2$  et on relève son abscisse  $x_2$  à chaque fois que les courbes sur l'oscilloscope sont à nouveau en phase.

| N°         | 1    | 2     | 3     | 4     | 5     |
|------------|------|-------|-------|-------|-------|
| $x_2$ (cm) | 68,0 | 136,0 | 204,0 | 272,0 | 340,0 |

2°) Quelle valeur de la longueur d'onde peut-on déduire de ces mesures ?

3°) Quelle est alors la célérité du son dans l'air ?

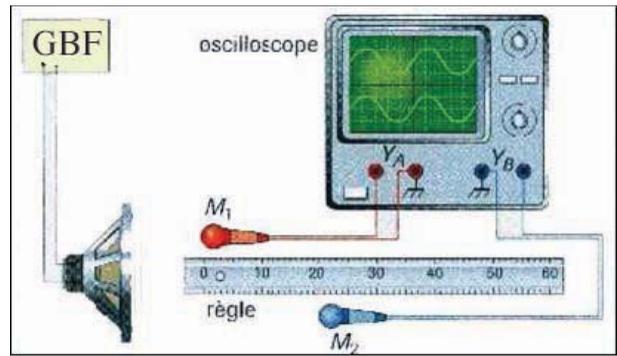


Fig.1

13 Le son émis par le haut-parleur est capté par le microphone  $M$ . On réalise les branchements conformément à la figure ci-dessous.

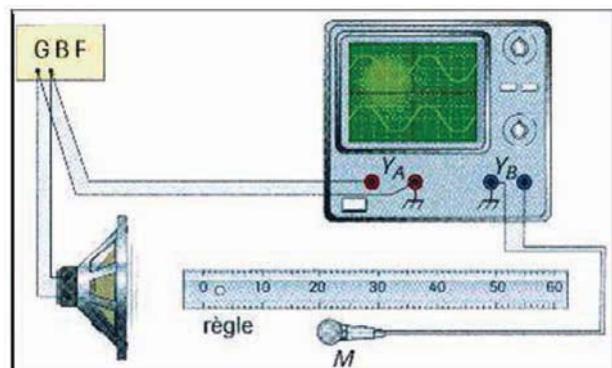
1°) Quelles sont les deux tensions visualisées sur l'oscilloscope ?

2°) Calculer la fréquence du son capté, sachant que l'on aperçoit deux périodes complètes de chaque sinusoïde sur l'oscillogramme, que l'écran comporte dix divisions au total, et que la fréquence de balayage est réglée sur 0,2 ms par division.

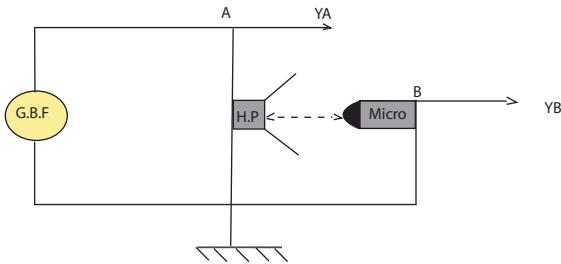
3°) On note les deux positions du micro qui permettent d'obtenir deux sinusoïdes en phase :  $x_1 = 4,5$  cm et  $x_2 = 38,5$  cm.

Quelle est la valeur de la longueur d'onde  $\lambda$  de l'onde sonore dans ces conditions ?

4°) En déduire la célérité  $v$  des ondes sonores dans l'air.



**14** Un haut-parleur est mis en vibration à l'aide d'un G.B.F réglé sur la fréquence  $N = 1,47 \text{ kHz}$ . Un microphone placé à une distance  $d$  du haut-parleur est relié à la voie B de l'oscilloscope, la voie A étant reliée au G.B.F comme le montre la figure 1.



On observe sur l'écran de l'oscilloscope les courbes de la figure 2.

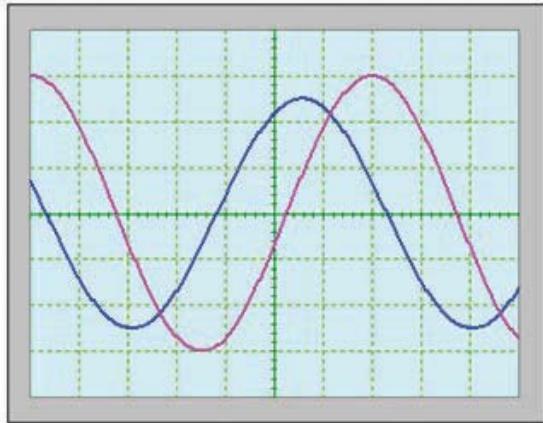


Fig.2

1°) Déterminer :

a) la durée de balayage de l'oscilloscope ;

b) le décalage horaire  $\theta$  (en s) entre les deux courbes. Exprimer le temps mis par l'onde sonore pour atteindre le microphone en fonction de  $\theta$  et de  $N$ .

2°) Les deux voies ont la même sensibilité :  $k = 100 \text{ mV / div}$ . Calculer les amplitudes des deux ondes. Pourquoi sont-elles différentes ?

3°) On augmente progressivement la distance entre le microphone et le haut-parleur. Pour deux positions successives repérées par  $d_1$  et  $d_2$  telles que  $(d_2 - d_1 = 23,0 \text{ cm})$ , on obtient deux courbes en phase. En déduire la longueur d'onde  $\lambda$  et la célérité  $v$  du son.

4°) Sachant que  $d$  est comprise entre 40 et 60 cm, donner sa valeur.

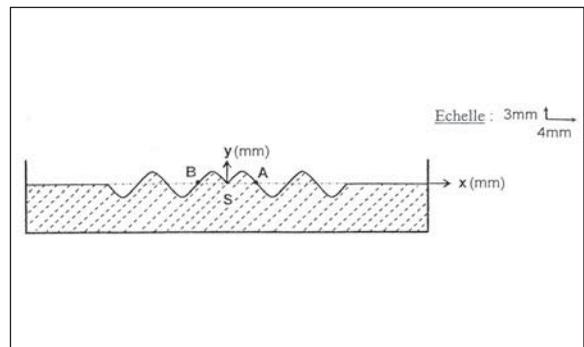
5°) Si on change la fréquence du GBF, la célérité  $v$  du son change-t-elle ? Pourquoi ?

**15** En un point  $S$  de la surface de l'eau d'une cuve à ondes, une source ponctuelle produit des vibrations sinusoïdales verticales d'amplitude  $Y_m = 3 \text{ mm}$  et de fréquence  $N$ . Des ondes circulaires transversales de même amplitude  $Y_m$  se propagent à la surface de l'eau à partir de  $S$  avec la célérité  $v$ . On suppose qu'il n'y a ni réflexion ni amortissement des ondes.

Le mouvement de  $S$  débute à l'instant  $t = 0$  et admet comme équation horaire :

$$y_S(t) = Y_m \sin(2\pi Nt + \pi)$$

Le graphe de figure 5 représente une coupe de l'aspect que prend la surface de la nappe d'eau, à l'instant  $t_1 = 0,2 \text{ s}$ , suivant un plan vertical passant par  $S$ .



1°) Décrire ce que l'on observe à la surface de l'eau, en lumière ordinaire

2°) Déterminer à partir du graphe de la figure ci-dessus :

a) la longueur d'onde  $\lambda$ ,

b) la célérité  $v$  de l'onde à la surface de l'eau et en déduire la valeur de la fréquence  $N$ .

3°) a) Etablir l'équation horaire du mouvement d'un  $M$ , d'abscisse  $x$ , de la surface de la nappe d'eau atteint par l'onde.

b) comparer les mouvements des deux points A et B de la surface de la nappe d'eau (figure ci-dessus).

## 16 Etude de texte

### Quand la Terre tremble...

Quand la Terre tremble, les vibrations se propagent dans toutes les directions à partir du foyer du tremblement de terre situé dans les profondeurs de la couche terrestre. Les vibrations sont initialement de deux types : celles qui compriment et détendent alternativement les roches à la manière d'un accordéon et celles plus destructrices qui les cisailent. Les premières, les plus rapides (appelées ondes P), voyagent dans la croûte à une vitesse de  $6 \text{ km.s}^{-1}$  environ, mais peuvent être ralenties dans les roches peu consolidées. Les secondes (appelées ondes S) sont, à cause des propriétés élastiques des roches, systématiquement deux fois plus lentes mais environ cinq fois plus fortes que les premières. Ainsi, lors d'un séisme lointain, ayant ressenti l'onde P, on peut anticiper l'arrivée des ondes S.

Les ondes P vibrent dans leur direction de propa-

gation, elles soulèvent ou affaissent le sol, tandis que les ondes S vibrent perpendiculairement et nous secouent horizontalement.

Heureusement, lors de leur voyage à travers les sous sol, les ondes perdent de leur énergie. En s'éloignant du foyer, elles s'amortissent et leurs effets s'atténuent. Voilà pourquoi les séismes superficiels, trop proches pour être affaiblis, sont les plus destructeurs.

D'après la revue «La Recherche»

### Questions

- 1°) Relever du texte deux passages qui montrent que l'auteur confond entre vibrations et ondes.
- 2°) Pour chacune des ondes sismiques S et P, relever du texte une phrase qui montre si elle est transversale ou bien longitudinale.
- 3°) Expliquer pourquoi lors d'un séisme, les ondes S nous secouent horizontalement.

D'après un sujet de baccalauréat  
(session principale de juin 2009)

# Fiche technique N°1

## METHODE D'ANALYSE OPTIQUE D'UN PHENOMENE PERIODIQUE

Dans le paragraphe 2.2, on s'intéresse à l'étude expérimentale du mouvement d'un point de la corde. Pour cela, on utilise une méthode pratique connue sous le nom de méthode d'analyse optique.

Une corde élastique souple sans raideur est tendue horizontalement entre un vibreur et un support fixe. En mettant le vibreur en marche, il est difficile d'observer une forme nette de la corde.

On place parallèlement à la corde et au niveau d'un point M, appartenant à la corde, un diaphragme unifente F sur lequel tombe un faisceau lumineux parallèle.

Le faisceau émergent entoure l'ombre portée du point M de la corde. A la suite de la réflexion sur un miroir tournant à vitesse constante, cette ombre prend sur l'écran (E) la forme d'une sinusoïde. (Figure 1).

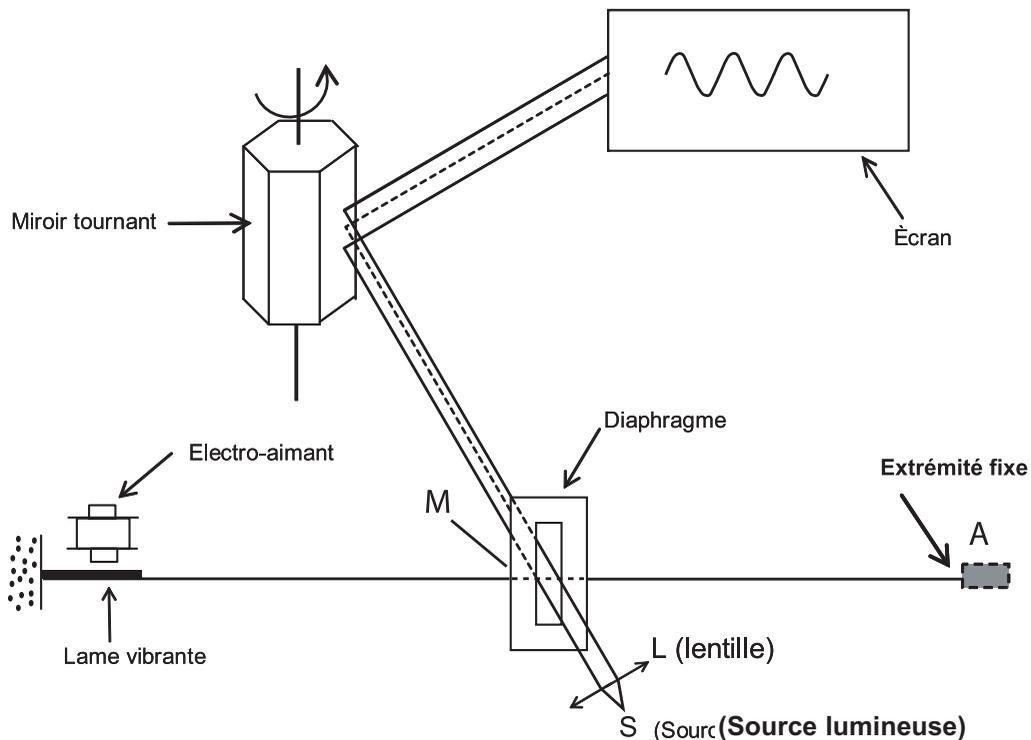


Fig.1: Analyse optique du mouvement d'un point M d'une corde élastique

# Fiche technique N°2

## LA STROBOSCOPIE

### Principe de la stroboscopie

La stroboscopie est une technique d'éclairage qui permet de visualiser les phénomènes périodiques trop rapides pour être détectés par l'œil. Le stroboscope électronique (Fig.1) est une source de lumière qui émet des éclairs à des intervalles de temps  $T_e$  réguliers et à la fréquence  $N_e$ .

Pour observer un mouvement périodique de période  $T$ , on éclaire le dispositif produisant ce mouvement périodique par une lumière stroboscopique de période  $T_e$ . On substitue ainsi au mouvement réel un mouvement apparent dont les caractéristiques dépendent des valeurs de  $T$  et de  $T_e$ .



Fig.1 : Stroboscope électronique

La persistance rétinienne : L'œil n'est capable de séparer deux images successives que si l'intervalle de temps qui les sépare est supérieur à 0,1 s, c'est-à-dire si la fréquence du phénomène observé est inférieure à 10 Hz. Donc, l'utilisation du stroboscope n'a d'intérêt que si le phénomène périodique à étudier est d'une fréquence supérieure à 10 Hz.

Considérons un disque blanc sur lequel est fixée une pastille noire. Un moteur impose au disque un mouvement de rotation uniforme de fréquence  $N$  égale à  $20 \text{ tr.s}^{-1}$  par exemple. L'observation à l'œil nu de la pastille noire n'est pas possible car la fréquence  $N = 20 \text{ Hz}$  du mouvement est supérieure à la fréquence de la persistance rétinienne (10 Hz). Si on éclaire le disque par un stroboscope émettant 20 éclairs par seconde ( $N_e = 20 \text{ Hz}$ ), on observe l'immobilité apparente de la pastille noire (Fig.2)

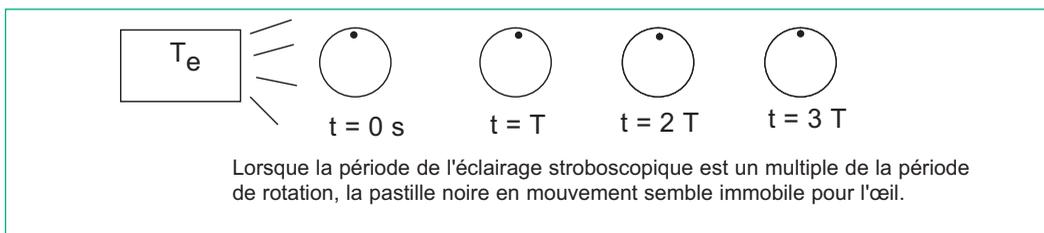


Fig.2

D'une façon générale :

- Il y a **immobilité apparente** chaque fois que :  $T_e = k T$  (avec  $k$  un entier naturel)
- Il y a **un mouvement ralenti apparent** :
  - dans le sens réel du mouvement si  $T_e$  est très légèrement supérieure à  $T$  (ou  $kT$ )
  - dans le sens contraire du mouvement réel si  $T_e$  est très légèrement inférieure à  $T$  (ou  $kT$ )

# En savoir plus

## Propriétés des ondes

Une **onde** est la propagation d'une perturbation produisant sur son passage une variation réversible de propriétés physiques locales. Elle transporte de l'**énergie** sans transporter de **matière**.

Comme tout concept unificateur, l'onde recouvre une grande variété de situations physiques très différentes. Comme exemples d'ondes, on cite entre autres :

- ♦ l'onde oscillante, qui peut être périodique, est bien illustrée par les rides provoquées par le caillou qui tombe dans l'eau,
- ♦ l'onde solitaire qui trouve un très **bel** exemple dans les mascarets (mascaret : phénomène de brusque surélévation de l'eau d'un fleuve ou d'un estuaire, provoquée par l'onde de la marée montante lors des grandes marées),
- ♦ l'onde acoustique,
- ♦ l'onde de **choc**, perçue acoustiquement au passage du mur du son par un **avion**, par exemple,
- ♦ les ondes électromagnétiques.

Dans le cas d'une onde mécanique, on observe de petits déplacements locaux et éphémères des éléments du milieu qui supportent cette onde, mais pas de transport global de ces éléments. Il en est ainsi pour une vague marine qui correspond à un mouvement approximativement elliptique des particules d'eau qui, en particulier, agite un **bateau** en mer. Dans ce **contexte**, un **déplacement** horizontal de matière est un courant ; or, on peut avoir une vague sans courant, voire une vague allant à contre-courant. La vague transporte horizontalement l'énergie du vent qui lui a donné naissance au large et, ce indépendamment du transport global de l'eau.

Dans les instruments de musique à corde, la perturbation est apportée de différentes manières : archet (violon), **marteau** (piano), doigt (guitare). Sous l'effet de l'excitation appliquée transversalement, tous les éléments des cordes de ces instruments vibrent transversalement autour d'une position d'équilibre qui correspond à la corde au repos. L'énergie de vibration des cordes se transforme en son car les mouvements transverses des cordes mettent en mouvement l'air qui les baigne. Un son correspond à la propagation dans l'air d'une onde de **pression** de cet air. En un **point** de l'espace, la pression de l'air oscille autour de la valeur de sa pression au repos, elle croît et décroît alternativement autour de cette valeur. Dans une onde sonore, le mouvement local des molécules d'air se fait dans la même direction que la propagation de l'énergie, l'onde est longitudinale. Il faut noter que les directions longitudinales et transverses se réfèrent à la direction de propagation de l'énergie qui est prise comme direction longitudinale.

Deux vitesses peuvent être associées à une onde : les vitesses de phase et vitesse de groupe. La première est la vitesse à laquelle se propage la phase de l'onde, tandis que la deuxième correspond à la vitesse de propagation de l'enveloppe (éventuellement déformée au cours du temps). La vitesse de groupe correspond à ce qu'on appelle la célérité de l'onde.

Une onde se modélise par une fonction  $A(\vec{x}, t)$ , d'amplitude  $A_0$ ,  $\vec{x}$  étant la position dans l'espace (vecteur) et  $t$  étant le temps.

Une très grande famille des solutions d'équations de propagation des ondes est celle des fonctions sinusoïdales, sinus et cosinus (elles ne sont pas les seules). On montre également que tout phénomène périodique continu peut se décomposer en fonctions sinusoïdales (série de Fourier), et de manière générale, toute fonction continue (transformée de Fourier). Les ondes sinusoïdales sont donc un objet d'étude simple et utile.

Dans ce cadre, une onde sinusoïdale peut s'écrire :

$$A(x, t) = A_0 \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x} + \varphi)$$

(Démonstration)

On appelle

- ♦ amplitude le facteur  $A_0$ ,
- ♦ phase l'argument du sinus  $(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x} + \varphi)$ ,
- ♦ tandis que  $\varphi$  est la phase à l'origine lorsque  $t$  et  $x$  sont nuls.

La phase absolue d'une onde n'est pas mesurable. La lettre grecque  $\omega$  désigne la pulsation de l'onde ; on note qu'elle est donnée par la dérivée de la phase par rapport au temps :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x} + \varphi) = \omega$$

Le vecteur  $\vec{k}$  est le vecteur d'onde. Lorsque l'on se place sur un seul axe, ce vecteur est un scalaire et est appelé nombre d'onde : c'est le nombre d'oscillations que l'on dénombre sur  $2\pi$  unités de longueur.

On a pour le module du vecteur d'onde :  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

La pulsation s'écrit en fonction de la fréquence  $\nu$  :  $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$

La vitesse de phase vaut enfin :  $c = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k}$

## Objectifs

- ◆ Justifier le caractère ondulatoire de la lumière à partir d'expériences de diffraction d'ondes mécaniques et d'ondes lumineuses.
- ◆ Préciser l'influence, sur le phénomène de diffraction, du quotient  $\frac{\lambda}{a}$  ( $\lambda$  étant la longueur d'onde et  $a$  la largeur de la fente).
- ◆ Réaliser des expériences de dispersion des ondes lumineuses.
- ◆ Montrer que la lumière blanche est constituée d'une infinité de radiations monochromatiques.
- ◆ Distinguer un milieu dispersif d'un milieu non dispersif.

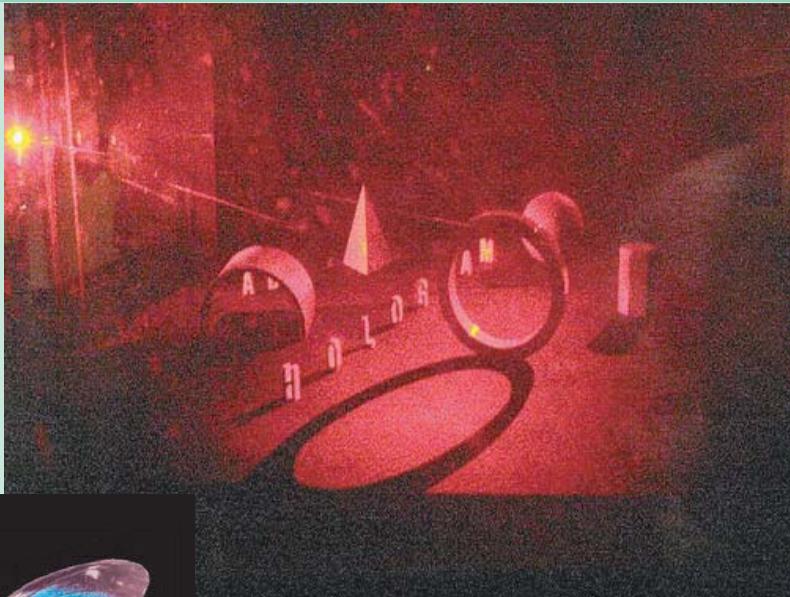
## Prérequis

| SAVOIR  | SAVOIR FAIRE   |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Définir une onde mécanique rectiligne.</li> <li>◆ Définir le phénomène de dispersion de la lumière blanche.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Reconnaître une onde mécanique rectiligne.</li> <li>◆ Utiliser un stroboscope.</li> <li>◆ Mesurer la longueur d'onde <math>\lambda</math> d'une onde plane progressive.</li> <li>◆ Utiliser une source Laser.</li> <li>◆ Reconnaître le phénomène de dispersion de la lumière blanche.</li> </ul> |

# NATURE ONDULATOIRE DE LA LUMIÈRE

## 8

*Image obtenue par  
holographie (procédé  
de photographie en  
trois dimensions)*



*Certaines couleurs d'un  
papillon sont dues à des  
phénomènes physiques  
lumineux.*

- ◆ Lorsqu'il rencontre sur son trajet un fil très fin ou un cheveu, un faisceau de lumière laser subit un phénomène avec lequel on mesure les diamètres de tels obstacles. Qu'est-ce que ce phénomène ?
- ◆ Est-il possible de faire subir à une lumière laser le phénomène de dispersion ? Pourquoi ?

# NATURE ONDULATOIRE DE LA LUMIÈRE

On a vu que lorsque le milieu de propagation est ouvert, toute onde mécanique qui s'y propage est progressive. Dans ce chapitre, on se propose d'étudier le comportement d'une telle onde à la rencontre d'un obstacle ou au niveau d'une fente très petite (d'une largeur de quelques cm). On traitera aussi le cas d'un faisceau lumineux qui passe à travers une fente fine (d'une largeur de quelques dixièmes de mm).

## 1 LA DIFFRACTION

### 1.1- DIFFRACTION D'UNE ONDE MECANIQUE

#### Manipulation

On dispose d'une cuve à ondes remplie d'eau et d'une lame vibrante **L**, produisant une onde progressive plane à la surface de la nappe d'eau. Deux éléments plans en plexiglas, placés à une distance  $d$  de la lame **L**, forment une ouverture **F** de petite largeur **a**, comme le montre la figure 1.

En mettant le vibreur en marche, on observe, entre la lame vibrante et l'ouverture **F**, des rides rectilignes.

Au-delà de l'ouverture **F**, on observe pour :

- ✓  $a = 4 \text{ cm}$  : des rides rectilignes présentant une légère déformation au voisinage des bords (Fig.2a).
- ✓  $a = 1,5 \text{ cm}$  : des rides circulaires dans une zone triangulaire de sommet **I** milieu de la fente **F** (Fig.2b).
- ✓  $a = 0,5 \text{ cm}$  : des rides quasiment circulaires de centre commun **I** (Fig.2c).

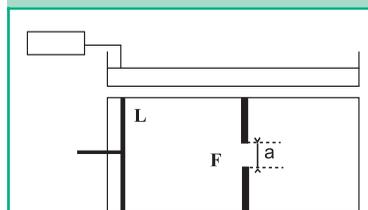


Fig.1 : Dispositif d'étude de la diffraction d'une onde mécanique

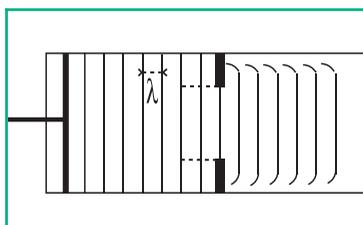


Fig.2a : Forme des rides pour  $a > \lambda$ .

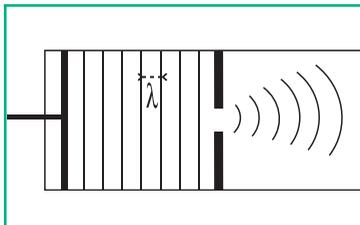


Fig.2b : Forme des rides pour  $a \approx \lambda$ .

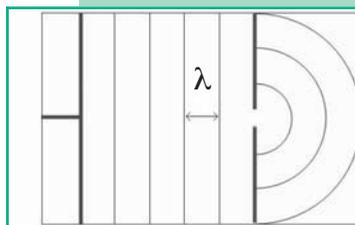


Fig.2c : Forme des rides pour  $a < \lambda$ .

#### Questions

- 1°) Quelle est la nature de l'onde incidente sur l'ouverture **F** ?
- 2°) Quelle est l'observation qui montre qu'il émerge de l'ouverture **F** une onde différente de l'onde incidente ? Préciser cette différence.
- 3°) Par comparaison des distances entre deux rides consécutives rectilignes et deux rides consécutives circulaires, comparer les longueurs d'onde,  $\lambda$  de l'onde incidente et  $\lambda'$  de l'onde émergente.
- 4°) Comparer dans chacun des cas, la longueur d'onde  $\lambda$  à la largeur **a** de l'ouverture **F**.

### Interprétation

A son passage à travers la fente F, l'onde rectiligne de longueur d'onde  $\lambda$  se transforme en une onde circulaire de même longueur d'onde. Cette transformation qui se produit lorsque la largeur  $a$  de la fente F a une valeur comparable à celle de la longueur d'onde  $\lambda$  de l'onde incidente, est le phénomène de diffraction.

L'onde qui en résulte est appelée onde diffractée.

### Remarque

En remplaçant la fente F de largeur  $a$  d'une valeur comparable à celle de la longueur d'onde  $\lambda$  de l'onde incidente par un obstacle de même largeur  $a$ , on obtient le même phénomène de diffraction comme le montre la figure 3.

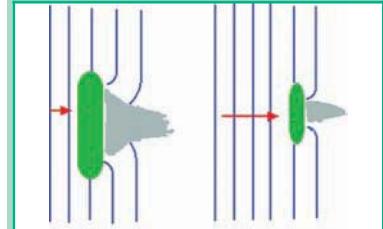


Fig. 3 : Diffraction d'une onde par un obstacle de largeur  $a$

### Conclusion

Au niveau d'une fente ou d'un obstacle de largeur  $a$  d'une valeur comparable à celle de sa longueur d'onde  $\lambda$ , l'onde mécanique subit le phénomène de diffraction.

La diffraction est la modification du trajet d'une onde et par suite de sa forme, au voisinage d'une fente ou d'un obstacle.

En subissant la diffraction, une onde initialement plane se propage après franchissement de la fente ou de l'obstacle, suivant plusieurs directions situées de part et d'autre de la direction d'incidence.

## 1.2- DIFFRACTION DE LA LUMIÈRE

### Manipulation

On dispose d'une source laser (S) émettant une lumière rouge de longueur d'onde  $\lambda = 633 \text{ nm}$  et d'un écran E placé à une distance  $d$  de la source.

Sur l'écran E, on observe la tache lumineuse de la source (S) (Fig.4a).

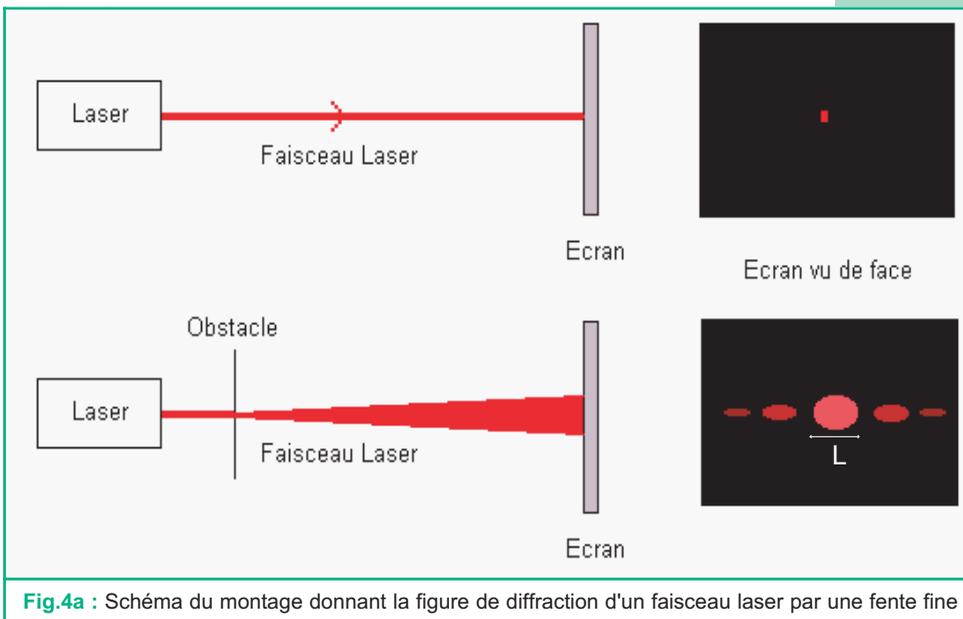


Fig.4a : Schéma du montage donnant la figure de diffraction d'un faisceau laser par une fente fine

Entre (S) et (E), on interpose un diaphragme muni d'une fente rectangulaire F de largeur  $a$  réglable.

✓ Pour une valeur  $a = 0,6$  mm, on observe sur l'écran E une figure étalée horizontalement, constituée d'un ensemble de taches brillantes séparées par des zones sombres.

La tache centrale de largeur  $L$  est la plus brillante (Fig.4a)

✓ Pour la valeur  $a = 0,3$  mm, on obtient une figure semblable à la précédente, mais avec une tache centrale brillante de largeur  $L'$  plus grande que  $L$ . Plus précisément,  $L' = 2L$  (Fig.4b).

### Remarques

1 - En remplaçant la fente F de largeur  $a$  d'une valeur comparable à celle de la longueur d'onde  $\lambda$  de l'onde incidente par un obstacle de même largeur  $a$ , on obtient encore une diffraction.

2 - En remplaçant la fente rectangulaire F par une fente circulaire, de diamètre convenable, on obtient sur l'écran, des taches circulaires concentriques, appelées anneaux de diffraction (Fig.4c).

### Questions

1°) Comparer la largeur  $a$  de la fente (F) donnant sur (E) la figure étalée avec la valeur de  $\lambda$ .

2°) Les taches lumineuses formées sur l'écran E ont-elles la même largeur ?

3°) Comment se présentent les taches latérales par rapport à la tache centrale ?

4°) La forme de la fente a-t-elle un effet sur la nature des taches lumineuses qui se forment sur l'écran ?

5°) Le principe de propagation rectiligne de la lumière permet-il d'expliquer le phénomène observé ?

### Interprétation

Les résultats de l'expérience réalisée mettent en défaut le principe de propagation rectiligne de la lumière. Le phénomène observé au cours de cette manipulation est semblable à celui d'une onde mécanique progressive rencontrant une fente ou un obstacle de largeur  $a$  convenable (paragraphe 1-1), c'est le phénomène de diffraction. Ainsi, une source laser éclairant une fente fine, donne sur un écran E, placé à une distance  $D$  de la fente, une figure étalée horizontalement appelée figure de diffraction. Elle est constituée d'une tache centrale lumineuse brillante, de largeur  $L$ , entourée de part et d'autre par des taches latérales brillantes. Ces taches brillantes sont séparées les unes des autres par des zones sombres. Ces taches sont appelées franges de diffraction.

La largeur  $L$  de la tache centrale, pour une lumière donnée, dépend de celle de la fente. Ainsi, en diminuant la valeur de  $a$ , la largeur  $L$  de la tache centrale augmente. Les figures de diffraction qui se forment sur un écran E dépendent de la forme de la fente. Elles présentent les mêmes symétries de la fente (rectangulaire ou circulaire).

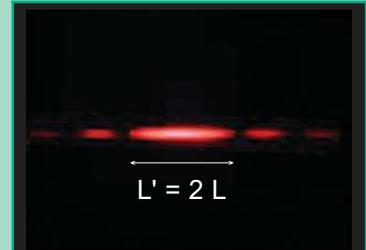


Fig.4b : Figure de diffraction de la lumière par une fente fine

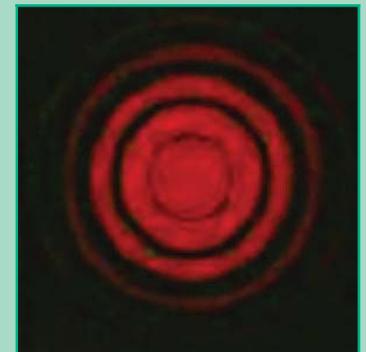


Fig.4c : Figure de diffraction par un trou

## Conclusion

Au niveau d'une fente fine ou d'un obstacle de largeur  $a$  très petite (de quelques dixièmes de mm), un faisceau de lumière (lumière rouge par exemple, émise par une source laser) subit le phénomène de diffraction. La forme étalée de la figure de diffraction ne peut être expliquée par le principe de propagation rectiligne de la lumière. Par rapprochement avec la diffraction d'une onde mécanique, la propagation de la lumière dans un milieu transparent ou dans le vide peut être considérée comme étant la propagation d'une onde appelée onde lumineuse.

## Caractéristiques d'une onde lumineuse

- Comme l'onde mécanique, l'onde lumineuse, est caractérisée par une période temporelle  $T$  et une période spatiale  $\lambda$ .
- Dans le vide, toutes les ondes lumineuses se propagent à la célérité  $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .

La relation entre  $\lambda$  et  $T$  s'écrit :  $\lambda_{\text{vide}} = c.T$ .

## Remarque

La célérité des ondes lumineuses dans l'air est assimilée avec une bonne approximation à leur célérité dans le vide.

## 1.3- INFLUENCE DU QUOTIENT $\left(\frac{\lambda}{a}\right)$ SUR LE PHENOMENE DE DIFFRACTION

### ◆ Cas de l'onde mécanique

#### Manipulation

On reprend le montage de la figure 1, tout en gardant la fréquence  $N$  de la lame vibrante constante. On fixe la largeur  $a$  de la fente à la valeur 1,5 cm.

✓ Pour une épaisseur  $e_1$  de la nappe d'eau dans la cuve à ondes, on observe au-delà de l'ouverture  $F$ , sur la nappe d'eau et dans une zone triangulaire de sommet le centre  $I$  de l'ouverture  $F$ , des rides circulaires alors qu'à l'extérieur de cette zone triangulaire, on n'observe pas de perturbation comme le montre la figure 5a.

✓ Pour une épaisseur  $e_2 = 3.e_1$  de la nappe d'eau dans la cuve à ondes, on observe au-delà de l'ouverture  $F$ , des rides quasiment circulaires de centre  $I$  comme le montre la figure 5b.

#### Questions

- 1°) Préciser la variation de la longueur d'onde  $\lambda$  de l'onde progressive incidente en fonction de la profondeur  $e$  du milieu de propagation.
- 2°) Comparer, pour chaque valeur de  $e$ , la valeur de la longueur d'onde  $\lambda$  à celle de la largeur  $a$  de la fente.
- 3°) Préciser les facteurs qui peuvent influencer sur le phénomène de diffraction.

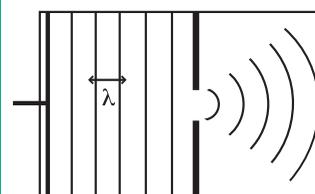


Fig.5a : Diffraction d'une onde mécanique pour  $a \approx \lambda$ .

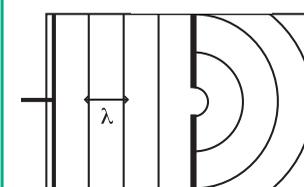


Fig.5b : Diffraction d'une onde mécanique pour  $a < \lambda$ .

### Interprétation

En faisant varier l'épaisseur  $e$  de la nappe d'eau dans la cuve à ondes, on fait ainsi varier la longueur d'onde  $\lambda$  de l'onde. Les figures 5a et 5b montrent que la longueur d'onde  $\lambda$  augmente avec la profondeur de l'eau.

L'amélioration de la netteté de la figure de diffraction avec l'augmentation de la profondeur de la nappe d'eau s'explique par le fait que, pour une valeur fixe  $a$  de la fente, le phénomène de diffraction est d'autant plus marqué que la longueur d'onde  $\lambda$  est plus grande.

### Conclusion

Une onde plane rectiligne, de longueur d'onde  $\lambda$ , qui se propage à la surface d'un liquide et qui traverse une fente F de largeur  $a$  ne subit pas une déformation appréciable tant que la valeur de  $a$  est très grande devant celle de  $\lambda$ . Par conséquent, le phénomène de diffraction est imperceptible. Cependant, pour des valeurs de  $a$  comparables à celle de  $\lambda$ , le phénomène de diffraction est appréciable. Ainsi, le phénomène de diffraction dépend du quotient  $\frac{\lambda}{a}$ .

### ◆ Cas de l'onde lumineuse

#### Manipulation

On reprend le montage de la figure 4a, en plaçant l'écran E à une distance  $D = 2$  m de la fente F. Une feuille de papier millimétré est collée sur E de façon que la tache lumineuse du laser se forme sur elle, en absence de la fente F. En éclairant la fente, on obtient sur l'écran E l'ensemble des taches lumineuses avec une tache centrale plus large et plus brillante que les autres (Fig.6a).

On fait varier la largeur  $a$  de la fente F. Pour chaque valeur de  $a$ , on mesure la largeur  $L$  de la tache centrale correspondante. La largeur  $L$  représente la distance entre les milieux des bandes sombres qui entourent la tache centrale et l'angle  $\theta$  représente la demi-largeur angulaire de la tache centrale (Fig.6b).

Les résultats des mesures sont regroupés dans le tableau 1.

|                         |      |      |      |      |      |
|-------------------------|------|------|------|------|------|
| <b>a</b> ( $10^{-3}$ m) | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,25 | 0,30 |
| <b>L</b> ( $10^{-3}$ m) | 25   | 17   | 12   | 10   | 8    |

Tableau 1

Par la suite, on refait la même manipulation après avoir remplacé la lumière rouge de longueur d'onde  $\lambda_R$  par une lumière verte de longueur d'onde  $\lambda_V$ , ce qui donne :

|                         |      |      |      |      |      |
|-------------------------|------|------|------|------|------|
| <b>a</b> ( $10^{-3}$ m) | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,25 | 0,30 |
| <b>L</b> ( $10^{-3}$ m) | 21   | 14   | 10   | 8    | 7    |

Tableau 2

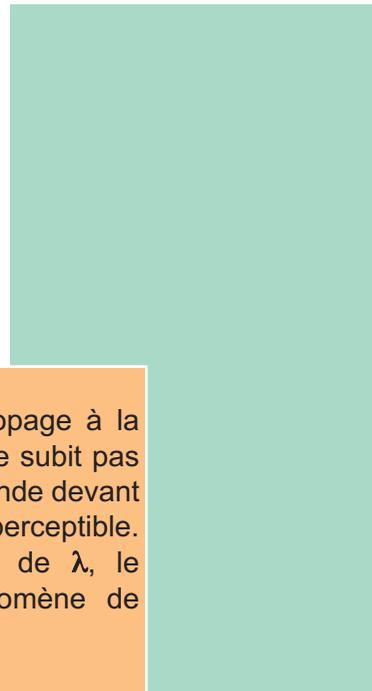


Fig. 6a : Figure de diffraction

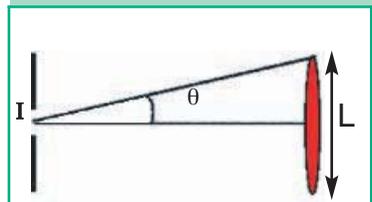
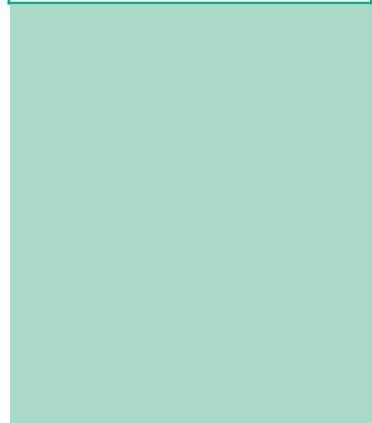


Fig.6b : Définition de la demi-largeur angulaire  $\theta$  de la raie centrale



## Questions

1°) La largeur  $a$  de la fente a-t-elle une influence sur la largeur  $L$  de la tache centrale de diffraction ?

2°) Préciser la variation de  $L$  et par suite celle de  $\theta$  en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$ .

## Interprétation

- La Largeur  $L$  de la tache centrale ainsi que la demi-largeur angulaire  $\theta$  de la tache centrale dépendent de la largeur  $a$  de la fente  $F$ .

- Pour une valeur fixe de  $a$ , la largeur  $L$  de la tache centrale dépend de la longueur d'onde  $\lambda$  de la source d'éclairage.

En effet, sachant que  $\lambda_R$  est plus grande que  $\lambda_V$  d'une part et que, d'après l'étude expérimentale,  $L_R$  est plus grande que  $L_V$  d'autre part, on déduit que  $L$  est d'autant plus grande que  $\lambda$  est plus petite.

## Conclusion

Une onde mécanique ou lumineuse de longueur d'onde  $\lambda$  subit une diffraction à la rencontre d'une fente ou d'un obstacle, de largeur  $a$  d'une valeur comparable à celle de  $\lambda$ . La perception du phénomène de diffraction de l'onde dépend de la valeur du quotient  $\left(\frac{\lambda}{a}\right)$ .

# 2 DISPERSION DE LA LUMIÈRE

## 2.1- DISPERSION DE LA LUMIÈRE BLANCHE PAR UN PRISME

Un faisceau de lumière émis par une source laser peut subir une réfraction lorsqu'il traverse la surface de séparation de deux milieux transparents.

### Manipulation

◆ On dispose d'une source laser (He-Ne) émettant un faisceau lumineux de longueur d'onde  $\lambda$ , d'un écran  $E$  situé à une distance  $d$  de la source et d'un prisme en verre d'indice de réfraction  $n$ .

Le faisceau de lumière forme une tache sur l'écran  $E$ .

En interposant entre la source laser et l'écran  $E$  le prisme en verre, on observe la déviation  $D$  du faisceau lumineux et le déplacement de la tache formée sur l'écran  $E$ , comme le montre la figure 7.

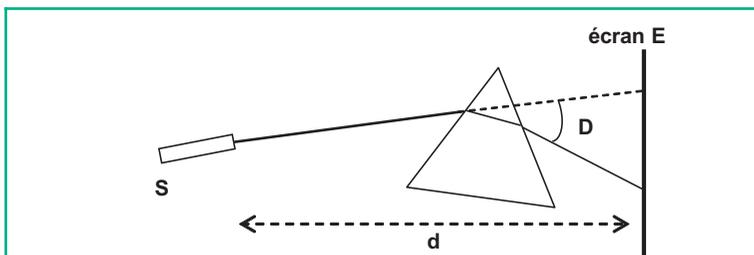


Fig. 7 : Déviation d'un faisceau de lumière monochromatique

### Questions

- 1°) Comment peut-on interpréter la déviation  $D$  du faisceau lumineux qui traverse le prisme ?
- 2°) Le principe de propagation rectiligne de la lumière est-il vérifié ?
- 3°) Rappeler les lois de Descartes pour la réfraction.

◆ On reprend le dispositif expérimental de la première manipulation, mais en remplaçant la source laser par une source de lumière blanche, une lentille convergente et une fente F.

On dispose dans l'ordre la source de lumière, la fente, la lentille, le prisme et l'écran E.

On fait tourner le prisme de façon à obtenir sur l'écran E un spectre coloré bordé de rouge et de violet, rappelant les couleurs de l'arc-en-ciel. C'est le spectre visible de la lumière blanche, comme le montre la figure 8.

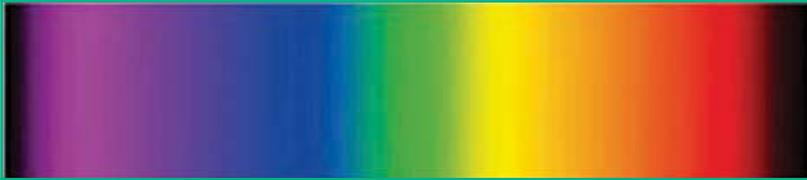


Fig. 8 : Spectre visible de la lumière blanche

### Questions

- 1°) Un faisceau de lumière blanche subit-il une déviation à la traversée du prisme ?
- 2°) Quelle est la source de ces différentes couleurs qui se forment sur l'écran E ?
- 3°) Peut-on caractériser la lumière blanche par une longueur d'onde  $\lambda$  ?

### Interprétation

Un faisceau laser subit une déviation d'un angle  $D$  en traversant un prisme en verre d'indice de réfraction  $n$ . La déviation  $D$  du faisceau est due à la double réfraction air/verre/air.

Un faisceau de lumière blanche qui traverse un prisme d'indice  $n$  sous une incidence  $i$  donne un spectre formé par une infinité de lumières de couleurs différentes, limité par la lumière rouge d'un côté et la lumière violette de l'autre côté. C'est le phénomène de dispersion de la lumière blanche.

La plage multicolore continue qui s'étale du rouge au violet en passant par une infinité de couleurs différentes constitue un spectre continu appelé spectre visible de la lumière blanche (Fig.8).

## Conclusion

La lumière blanche résulte de la superposition d'une infinité de lumières de couleurs différentes allant du rouge au violet. Ainsi, la lumière blanche est appelée lumière polychromatique car elle est constituée de plusieurs, voire une infinité de lumières colorées ou radiations.

Chaque radiation est caractérisée par une fréquence  $\nu$  et une longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$ .

Une lumière constituée d'une seule radiation est appelée lumière monochromatique. Les différentes radiations constituant la lumière blanche ne sont pas déviées du même angle  $D$  par un prisme d'indice  $n$ , c'est le phénomène de dispersion de la lumière. Ainsi, la déviation d'une radiation lumineuse monochromatique par un prisme d'indice  $n$ , dépend de sa fréquence  $\nu$ .

## 2.2- MILIEU DISPERSIF ET MILIEU NON DISPERSIF

### Manipulation

On reprend le dispositif expérimental du paragraphe 2.1, mais en utilisant cette fois-ci des filtres de lumière de différentes couleurs (rouge, jaune, vert ...et bleu.). Ainsi, le faisceau de lumière blanche délimité par la fente passe d'abord à travers un filtre qui ne laisse passer qu'une radiation de couleur donnée. Avec la même source de lumière blanche, le même angle d'incidence  $i$  et des filtres de lumière différents, on note pour chaque filtre, l'angle de déviation  $D$ .

Les résultats des mesures sont schématisés sur la figure 9.

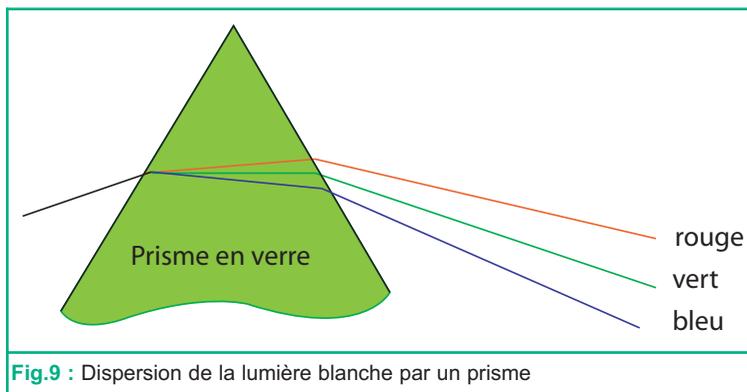


Fig.9 : Dispersion de la lumière blanche par un prisme

### Questions

- 1°) La déviation d'une radiation lumineuse par un prisme dépend-t-elle de son indice de réfraction  $n$  ?
- 2°) Sous le même angle d'incidence  $i$ , les différentes radiations de la lumière blanche sont-t-elles déviées du même angle ?
- 3°) Préciser la radiation la plus déviée par le prisme.

## Interprétation

Les différentes radiations constituant le faisceau de lumière blanche ne sont pas déviées du même angle  $D$  par le prisme. Ce dernier fait dévier chaque radiation d'une valeur qui dépend de sa fréquence  $\nu$ . Ainsi, le bleu est plus dévié que le rouge et le vert. La lumière est ainsi dispersée par le prisme. La dispersion de la lumière blanche est due au fait que l'indice  $n$  de réfraction du prisme n'est pas constant, et qu'il augmente en passant de la lumière rouge à la lumière bleue. Le prisme dans ce cas est un milieu dispersif. Le tableau suivant donne une idée sur la variation de l'indice de réfraction du verre avec la fréquence  $\nu$  de la lumière.

| Couleur de la lumière | $\nu(10^{14} \text{ Hz})$ | $\lambda(10^{-6} \text{ m})$ | Indice $n$ |
|-----------------------|---------------------------|------------------------------|------------|
| Bleu sombre           | 6,92                      | 0,433                        | 1,528      |
| Bleu vert             | 6,18                      | 0,485                        | 1,520      |
| Jaune                 | 5,10                      | 0,588                        | 1,517      |
| Rouge                 | 4,57                      | 0,656                        | 1,514      |
| Rouge sombre          | 3,91                      | 0,767                        | 1,511      |

## Remarque

D'après ce tableau, on peut dire que l'indice de réfraction du verre est d'environ 1,5 dans tout le domaine visible, car sa dispersion produit une augmentation de (0,006) pour chaque diminution de dix picomètres (10 pm) de la longueur d'onde.

En général, on appellera milieu dispersif pour une onde de fréquence  $N$  (ou  $\nu$ ) tout milieu où la célérité  $v$  de cette onde ne dépend pas uniquement des propriétés du milieu de propagation, mais dépend aussi de la fréquence  $N$  (ou  $\nu$ ) de l'onde.

Dans le cas contraire où la célérité  $v$  de l'onde est indépendante de la fréquence  $N$  (ou  $\nu$ ), le milieu est dit non dispersif.

L'air est un exemple de milieu non dispersif.

## Conclusion

Chaque radiation lumineuse monochromatique de fréquence  $\nu$  est caractérisée par une longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0 = \frac{c}{\nu}$ .

En pénétrant dans un milieu transparent d'indice  $n$ , où la célérité de la lumière est  $v = \frac{c}{n}$ , sa longueur d'onde devient  $\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{c}{n \cdot \nu} = \frac{\lambda_0}{n}$ .

Le phénomène de dispersion de la lumière est la variation de sa célérité  $v$  dans un milieu transparent d'indice  $n$ , en fonction de sa fréquence  $\nu$ .

Ainsi, la déviation d'une radiation lumineuse monochromatique par un prisme en verre d'indice  $n$  dépend de sa fréquence  $\nu$ .

Tout milieu transparent d'indice de réfraction  $n$ , où la célérité d'une radiation lumineuse dépend de sa fréquence est appelé milieu dispersif.

Le verre est un exemple de milieu dispersif.

# L'essentiel

- La diffraction d'une onde est la modification de son trajet et par suite sa forme au voisinage d'une ouverture ou d'un obstacle de dimensions comparables à sa longueur d'onde.
- La diffraction d'une onde se fait sans changement de sa longueur d'onde.
- Un faisceau de lumière est décrit comme étant une onde appelée onde lumineuse.
- Le phénomène de diffraction dépend du quotient  $\frac{\lambda}{a}$ ,  $\lambda$  étant la longueur d'onde et  $a$  l'ouverture de la fente.
- Une lumière monochromatique est une onde progressive sinusoïdale caractérisée par sa fréquence  $\nu$  et sa longueur d'onde  $\lambda_0$  dans le vide.
- Une lumière polychromatique est constituée de plusieurs radiations.
- La lumière blanche est une lumière polychromatique.
- Le phénomène de dispersion de la lumière est la variation de sa célérité  $v$  dans un milieu transparent d'indice  $n$ , en fonction de sa fréquence  $\nu$ .
- On appelle milieu dispersif tout milieu dans lequel la célérité  $v$  d'une onde lumineuse dépend de sa fréquence.

# Exercices

## Exercice résolu

### ÉNONCÉ

Un faisceau de lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 0,525 \mu\text{m}$  éclaire une fente fine rectangulaire de largeur réglable  $a$ . Sur un écran E placé à une distance  $D = 3 \text{ m}$  de la fente, on observe la figure de diffraction.

On fait varier la largeur  $a$  de la fente et on mesure la largeur  $L$  de la tache centrale de la figure de diffraction. Les résultats des mesures sont consignés dans le tableau suivant.

|        |      |      |      |      |
|--------|------|------|------|------|
| a (mm) | 0,10 | 0,14 | 0,20 | 0,25 |
| L (mm) | 31,5 | 22,5 | 16,0 | 12,5 |

1°) Décrire brièvement la figure de diffraction formée sur l'écran E.

2°) A l'aide du tableau de mesures ci-dessus :

a) préciser l'influence de la valeur de  $a$  sur la valeur de  $L$ .

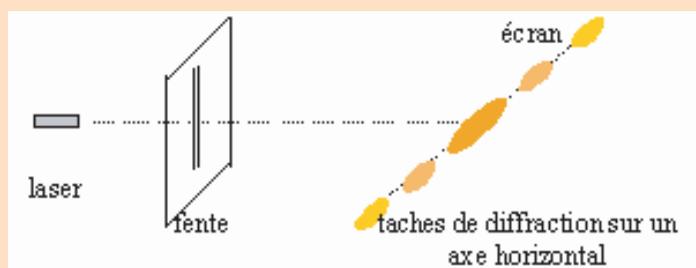
b) déterminer qualitativement l'influence de  $a$  sur la netteté de la figure de diffraction.

3°) Si avec  $a = 0,1 \text{ mm}$ , on place l'écran E à  $D' = 1 \text{ m}$ , montrer que la figure de diffraction devient moins nette.

4°) En remplaçant la fente par un cheveu de diamètre  $d = 0,20 \text{ mm}$ , préciser, tout en justifiant la réponse, la valeur de la largeur  $L$  de la tache centrale que l'on obtiendra avec  $D = 3 \text{ m}$ .

### SOLUTION

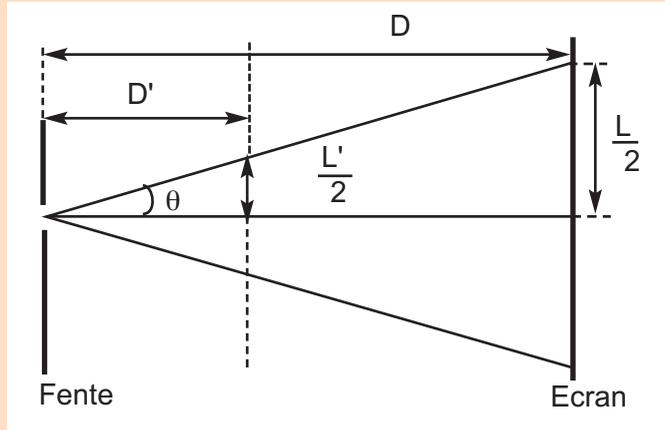
1°) Sur l'écran E se forme une figure étalée horizontalement, constituée d'une tache centrale lumineuse brillante de largeur  $L$ , entourée de part et d'autre par des taches lumineuses séparées par des zones sombres comme le montre la figure ci-dessous.



2°) a) D'après le tableau des mesures, si  $a$  augmente,  $L$  diminue.

b) La figure de diffraction est d'autant plus nette que la tache centrale est plus large. Or,  $L$  diminue quand  $a$  augmente. Donc, plus la fente est fine ( $\theta$  plus petite), plus la figure de diffraction est nette.

3°) En maintenant la largeur  $a$  de la fente fixe et en diminuant  $D$ , la demi-largeur angulaire  $\theta$  de la tache centrale ne change pas tandis que sa largeur  $L$  devient plus petite comme le montre la figure ci-contre. Par conséquent, la figure de diffraction devient moins nette.



4°) En remplaçant la fente par un cheveu de diamètre  $d = 0,20$  mm, on obtient exactement la même figure de diffraction que celle obtenue avec une fente de largeur  $a$  égale à  $d$ .

Or, d'après le tableau des mesures, on a pour  $a = 0,20$  mm une tache centrale de largeur  $L = 16$  mm.

Donc, avec le cheveu de diamètre  $d = 0,20$  mm, la figure de diffraction obtenue avec  $D = 3$  m est caractérisée par une tache centrale de largeur  $L = 16$  mm.



# Exercices à résoudre



## Tests rapides des acquis

### 1

### Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- Les ondes transversales ne peuvent pas subir le phénomène de diffraction.
- 2- Le phénomène de dispersion est une preuve du caractère ondulatoire de la lumière.
- 3- La diffraction de la lumière met en évidence l'impossibilité d'isoler un rayon lumineux.
- 4- Un milieu transparent est dispersif si la lumière s'y propage avec une célérité qui ne dépend que de ses propriétés.
- 5- La lumière blanche est la seule lumière polychromatique qui peut subir la dispersion.
- 6- La diffraction d'une onde peut se produire sur un obstacle d'une largeur de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde  $\lambda$  de cette onde.
- 7- Le phénomène de diffraction n'a pas d'influence sur la longueur d'onde  $\lambda$  de l'onde incidente.
- 8- Comme le vide, l'air est un milieu non dispersif de la lumière
- 9- Le verre est un milieu dispersif des ondes lumineuses parce que celles-ci s'y propagent avec une vitesse qui dépend de leur fréquence.

### 2

### Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la (ou les ) proposition(s) juste(s).

- I - Le phénomène de diffraction permet de mettre en évidence :
  - a - le caractère ondulatoire de la lumière.
  - b - l'influence du milieu sur la vitesse de propagation.
  - c - la variation de la longueur d'onde quand une onde progressive rencontre un obstacle ou passe à travers une ouverture de très petite dimension.
- II - La diffraction d'une onde progressive de longueur d'onde  $\lambda$  à travers une fente de largeur a se manifeste quand :
  - a -  $\lambda$  est du même ordre de grandeur que a.
  - b -  $\lambda$  est très petite devant a.
  - c -  $\frac{\lambda}{a} > 1$ .
- III - La figure de diffraction obtenue avec une fente est formée :
  - a - d'anneaux
  - b - de taches étalées perpendiculairement à la fente.
  - c - de taches étalées parallèlement à la fente.
- IV - Dans une expérience de diffraction d'une lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ , par une fente de largeur a, la largeur L de la tache centrale observée sur un écran placé à une distance D de la fente.
  - a - augmente avec  $\lambda$ .
  - b - ne dépend pas de la valeur de D.
  - c - diminue quand a augmente.
- V - Dans un milieu dispersif, la célérité d'une onde lumineuse dépend uniquement :
  - a - de la fréquence de l'onde.
  - b - des propriétés du milieu de propagation.
  - c - des propriétés du milieu de propagation et de la fréquence de l'onde.
- VI - Toutes les ondes lumineuses se propagent dans l'air avec la même célérité parce que l'air :
  - a - est un milieu dispersif.
  - b - est un milieu transparent.
  - c - présente le même indice de réfraction pour toutes les radiations lumineuses.

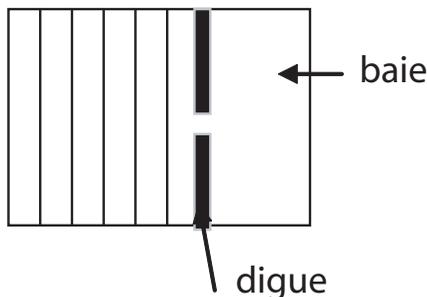
## Exercices d'application

**3** On réalise la diffraction d'un faisceau parallèle de lumière monochromatique, de longueur d'onde  $\lambda$ , par une fente circulaire de diamètre  $a$  convenable. Un écran E est placé à une distance  $D = 4,5$  m de la fente. On fait varier le diamètre  $a$  de la fente et on mesure sur l'écran, le rayon  $r$  de la tache centrale relative à la figure de diffraction qui se forme sur l'écran. Les résultats des mesures sont consignés dans le tableau suivant :

|                    |     |     |     |      |
|--------------------|-----|-----|-----|------|
| $a$ ( $10^{-4}$ m) | 4,9 | 6,2 | 8,2 | 12,0 |
| $r$ ( $10^{-3}$ m) | 7,5 | 6,0 | 4,5 | 3,0  |

- 1°) En se basant sur un schéma clair, décrire la figure de diffraction observée sur E.
- 2°) A l'aide du tableau des mesures, montrer que la figure de diffraction est d'autant plus nette que la fente circulaire est plus fine.

**4** Une digue de largeur  $l = 30$  m sépare une baie de la mer. Les vagues qui arrivent parallèlement à la digue, ont une longueur d'onde  $\lambda = 80$  m, comme le montre la figure ci-dessous.



- 1°) Comment vont se propager les vagues au delà de la digue ?
- 2°) Schématiser l'aspect de la surface de l'eau au delà de la digue.
- 3°) Quelle est la nature du phénomène qui a lieu ?
- 4°) Que se passerait-il pour les vagues de courte longueur d'onde  $\lambda = 5$  m ?

**5** Sur le trajet d'un faisceau laser de longueur d'onde  $\lambda$ , on interpose un diaphragme muni d'une fente de largeur  $a$ , entre la source et un écran E placé perpendiculairement au faisceau de lumière.

- 1°) Schématiser la figure de diffraction obtenue sur l'écran E.
- 2°) Définir la demi-largeur angulaire  $\theta$

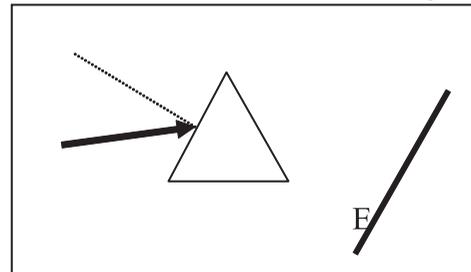
caractérisant la tache centrale de diffraction.

3°) Préciser l'influence de  $a$  sur  $\theta$ .

4°) Montrer à l'aide d'un schéma clair, que la largeur  $L$  augmente avec  $D$  tandis que  $\theta$  que reste constante.

**6** Un faisceau de lumière, monochromatique, de longueur d'onde  $\lambda$  traverse un prisme d'indice de réfraction  $n$  sous un angle d'incidence  $i$ .

- 1°) Définir l'indice de réfraction d'un milieu transparent.
- 2°) Rappeler les lois qui permettent de tracer la marche du faisceau émergent.
- 3°) Reproduire le schéma de la figure ci-dessous et y tracer la marche du faisceau émergent.



4°) Qu'observe-t-on sur un écran E placé de l'autre côté du prisme ? De quel phénomène physique s'agit-il ?

5°) En remplaçant le faisceau de lumière monochromatique par un faisceau de lumière blanche, la figure observée précédemment sur l'écran E subit-elle un changement ?

## Exercices de synthèse

**7** On éclaire une fente de largeur  $a$  réglable par un faisceau de lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 0,63$   $\mu\text{m}$ . En plaçant à une distance  $D = 1$  m de la fente un écran E, on y observe une figure de diffraction pour une valeur de  $a$  convenable. On note  $L$  la largeur de la tache centrale de la figure de diffraction.

1°) Qu'appelle-t-on lumière monochromatique ?

2°) Pour  $a = 0,1$  mm, une figure de diffraction se forme sur l'écran.

a) Décrire brièvement la figure de diffraction observée sur E.

b) Justifier la formation de la figure observée sur E, en comparant la valeur de  $L$  à celle de  $a$ .

3°) Calculer la largeur  $L'$  de la tache obtenue en éclairant la fente par un faisceau de lumière bleue, de longueur d'onde  $\lambda_b = 0,46$   $\mu\text{m}$ .

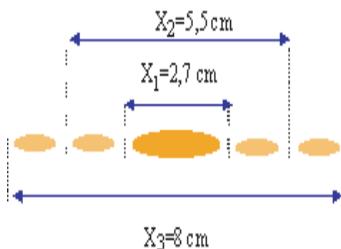
4°) Justifier pourquoi il est plus facile d'observer des taches de diffraction avec une lumière rouge qu'avec une lumière bleue.

5°) Pour la valeur 2 mm de  $a$ , le phénomène de diffraction est-il observable ?

**8** Le schéma de la figure ci-dessous est une reproduction de la figure de diffraction obtenue sur un écran situé à une distance  $D = 2$  m d'une fente de largeur  $a = 100 \mu\text{m}$ , éclairée par une lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 0,675 \mu\text{m}$ , émise par une source laser.

1°) Schématiser le dispositif expérimental permettant l'obtention de cette figure de diffraction.

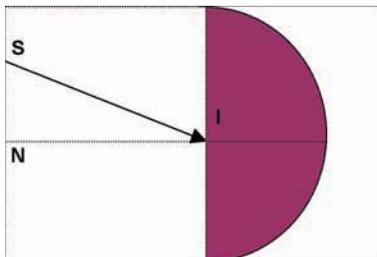
2°) Etablir, pour la tache centrale de diffraction, la relation entre sa largeur  $X_1$  et son demi-diamètre angulaire  $\theta$ .



3°) A l'aide de la figure ci-dessus, comparer la largeur de la tache centrale de diffraction avec celle d'une tache latérale.

4°) En utilisant le même dispositif, comparer la largeur de la tache centrale de diffraction obtenue avec une lumière monochromatique bleue de longueur d'onde  $\lambda = 450 \text{ nm}$  à celle obtenue précédemment.

**9** Un faisceau étroit de lumière monochromatique tombe sous une incidence  $i = 30^\circ$  en un point de la surface plane d'un hémicylindre en plexiglas (figure ci-dessous).



2°) Calculer l'angle de réfraction  $r_\phi$  du rayon lumineux de couleur jaune, lors de son passage de l'air vers le plexiglas, sachant que l'indice de réfraction du plexiglas, pour une lumière jaune de longueur d'onde  $\lambda_\phi$ , a pour valeur  $n_\phi = 1,485$ .

3°) Montrer que la déviation  $D$  du rayon qui émerge est  $D = i_\phi - r_\phi$ .

4°) L'indice de réfraction du plexiglas, pour une lumière monochromatique bleue de longueur d'onde  $\lambda_B$ , a pour valeur  $n_B = 1,520$ .

Calculer l'angle de réfraction  $r_B$  d'un rayon lumineux de couleur bleue qui tombe sur la surface plane de l'hémicylindre sous la même incidence  $i$ .

5°) On envoie maintenant au point I, sous le même angle d'incidence  $i$ , une lumière polychromatique constituée de deux lumières monochromatiques, l'une jaune et l'autre bleue.

Tracer la marche des deux rayons lumineux jusqu'à la sortie de l'hémicylindre et préciser l'angle qu'ils font entre eux. De quel phénomène s'agit-il ?

**10** La houle contribue indirectement à l'édification des formes littorales. En effet, les vagues (ou ondes de houle) sont rarement parallèles aux côtes qu'elles atteignent. Lorsque les vagues buttent sur la plage et déferlent, l'eau déviée latéralement engendre un courant le long du rivage, ce qui provoque une érosion.

Lorsque sur la côte, il y a une baie ou une partie saillante (cap ou promontoire par exemple), les vagues se concentrent en contournant ces obstacles. Ce phénomène de diffraction augmente l'efficacité érosive des vagues. Le même problème se manifeste lorsqu'il y a une île proche de la côte. Afin de protéger le littoral, on installe des digues ou des jetées bien étudiées. Mais, ça n'empêche pas de voir les vagues pénétrer parfois dans un port.

D'après Hachette Multimédia 2000

**Houle** : mouvement ondulatoire de la mer dû au vent, provenant de très loin.

**Cap** : avancée du littoral dans la mer.

**Promontoire** : cap élevé.

**Jetée** : construction s'avancant dans la mer.

**Questions**

1°) Expliquer la diffraction des vagues qui se produit sur une côte :

- au niveau d'une baie,
- au niveau d'un cap.

2°) Expliquer le même phénomène qui se produit sur une île proche de la côte.

3°) Quelle est la partie de jetée responsable de la pénétration des vagues dans un port ?

Justifier la réponse.

# En savoir plus

## L'interprétation du phénomène de diffraction avec la théorie des ondelettes

Pour interpréter le phénomène de diffraction d'une onde par une fente fine, on se base sur la théorie des ondelettes avancée par Christian Huygens. Considérons une onde plane de longueur d'onde  $\lambda$  qui progresse à la surface de l'eau à partir de la source. L'ensemble des points du milieu de propagation qui sont atteints par l'onde à un instant  $t$  donné constitue ce qu'on appelle une surface d'onde noté  $\Sigma_t$ . D'après la théorie d'Huygens, chaque point de la surface d'onde  $\Sigma_t$  se comporte comme une source secondaire de vibrations, émettant une ondelette circulaire qui se propage avec la célérité  $v$  et dont il est le centre. Ainsi,  $\Sigma_t$  est considérée comme un ensemble infini de sources secondaires synchrones entre elles. Un point  $M$  du milieu de propagation, situé à une distance inférieure à  $v.T$  est soumis à une infinité d'ondelettes qui se superposent. A l'instant  $t + T$ , ces ondelettes se superposent pour constituer la surface d'onde  $\Sigma_{t+T}$  (Fig.1).



Ch. Huygens

**Christian Huygens (1629-1695).** Physicien, géomètre et astronome hollandais. En optique, ses travaux sont restés célèbres. Il perfectionna la technique de la taille des verres d'optique et construisit la première lunette astronomique. En 1678, il publia son livre «Traité de lumière» dans lequel se trouvent les lois de la réflexion, de la réfraction et une interprétation de la double réfraction dans le spath d'Islande.

### Le phénomène de diffraction

L'onde incidente atteint le plan de la fente  $F$  à l'instant  $t$ . Chaque point de la surface d'onde  $\Sigma_t$ , placé en face de la fente  $F$ , émet à travers  $F$  une ondelette circulaire, dont il est le centre. A l'instant  $(t+T)$ , la surface de l'onde transmise  $\Sigma_{t+T}$  est la superposition des ondelettes qui sont issues de  $F$  et qui ont pour rayon :  $v.T$ . Le phénomène de diffraction observé au delà de la fente  $F$ , résulte de la superposition des ondelettes issues de  $F$  (Fig.2).

Dans le cas où la largeur  $a$  de la fente  $F$  est très petite par rapport à  $\lambda$ , la surface d'onde  $\Sigma_{t+T}$  est pratiquement circulaire. Dans ce cas, la fente  $F$  est assimilée à une source secondaire unique (Fig.3)

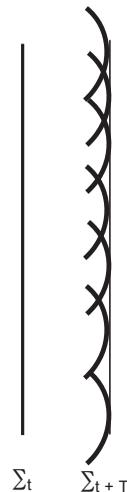


Fig.1

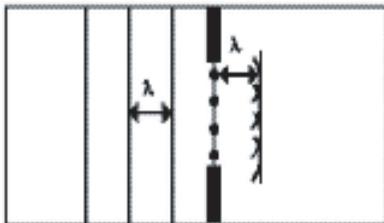


Fig.2

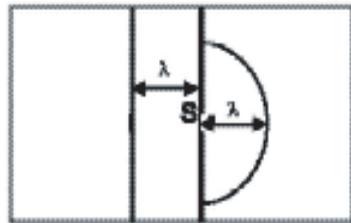
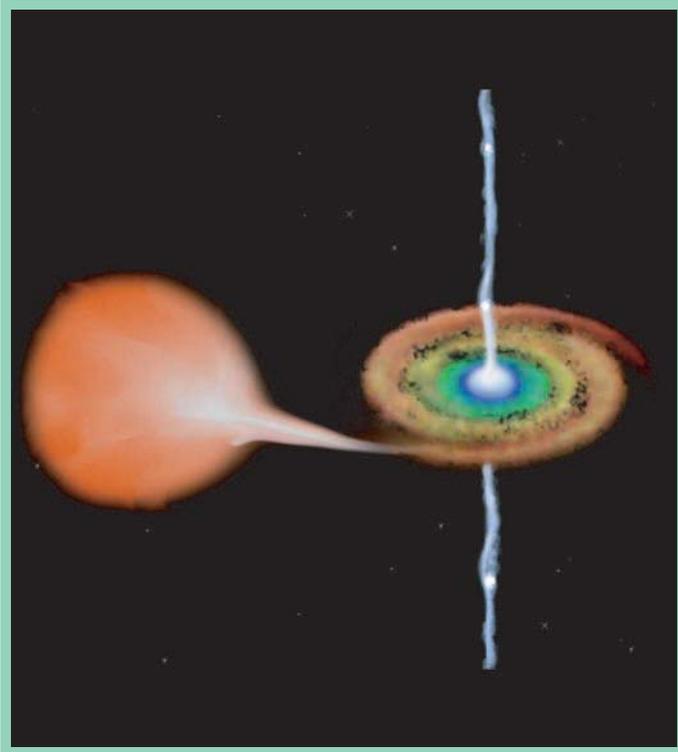
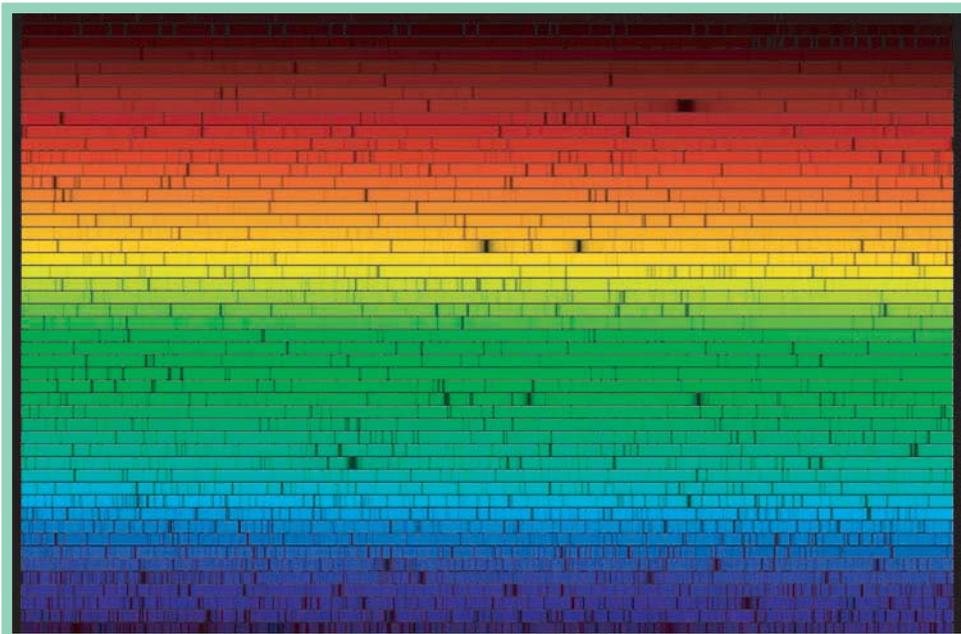


Fig.3

# PHYSIQUE ATOMIQUE

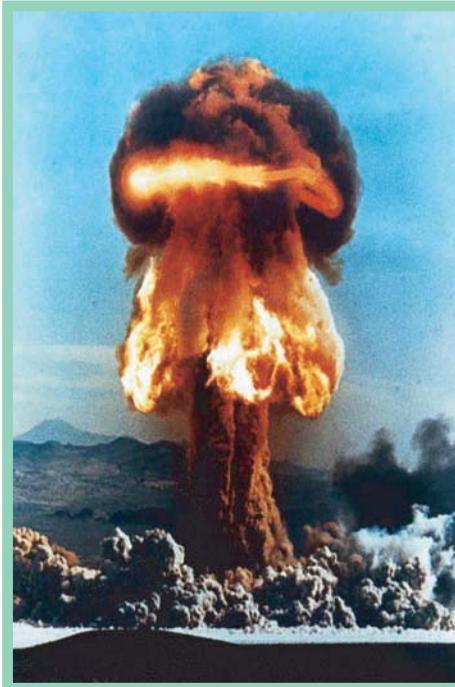


Un des jolis spectres lumineux qui éclairent les chercheurs sur les confins de l'Univers



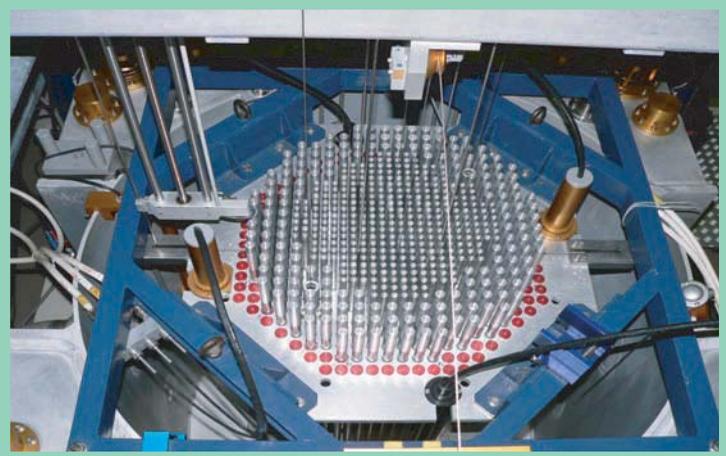
Détails du spectre solaire montrant que celui-ci renferme des raies d'absorption

# E T N U C L É A I R E

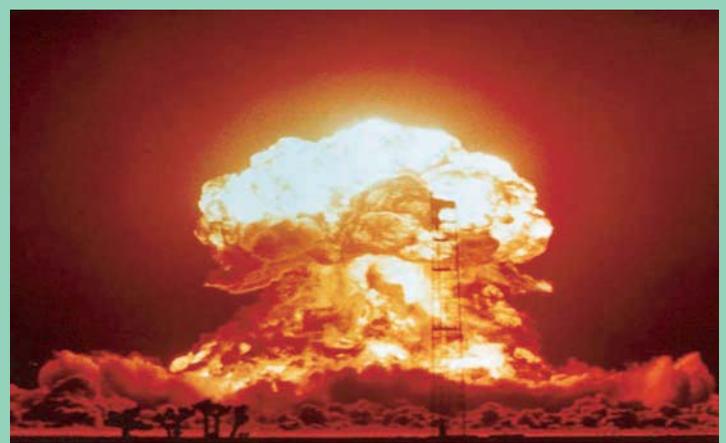


Explosion nucléaire  
(Bombe H)

Explosion nucléaire  
(Bombe atomique)



Cœur d'un réacteur nucléaire



## SOMMAIRE

### I. Spectre atomique

1. Energie des systèmes en interaction
2. Quantification de l'énergie
3. Spectres lumineux
4. Spectre de l'atome d'hydrogène
5. Applications

### II. noyau atomique

1. Structure et cohésion du noyau
2. Equivalence masse-énergie
3. Stabilité du noyau

### III. Réactions nucléaires

#### Réactions nucléaires spontanées

1. Le phénomène de radioactivité
2. Les différents types de rayonnements radioactifs
3. Mécanismes nucléaires
4. Evolution temporelle de la radioactivité

#### Réactions nucléaires provoquées

1. La réaction de fission
2. La réaction de fusion
3. Applications

## Objectifs

- ◆ Décrire une expérience qui montre que l'énergie de l'atome est quantifiée.
- ◆ Calculer l'énergie de l'atome d'hydrogène en joule et en électron-volt.
- ◆ Distinguer un spectre d'émission d'un spectre d'absorption.
- ◆ Appliquer la relation  $\Delta E = h \cdot \nu$ .
- ◆ Identifier un élément chimique à partir de son spectre d'émission ou d'absorption.
- ◆ Utiliser le spectre de la lumière émise par une étoile pour reconnaître certains de ses constituants.

## Prérequis

| SAVOIR   | SAVOIR FAIRE  |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Définir la force d'interaction gravitationnelle.</li> <li>◆ Définir la force d'interaction électrique ou coulombienne.</li> <li>◆ Énoncer le principe de conservation de l'énergie.</li> <li>◆ Définir les grandeurs caractéristiques d'une onde : période, fréquence et longueur d'onde.</li> <li>◆ Donner les règles de répartition des électrons d'un atome sur les différents niveaux d'énergie.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Utiliser un prisme pour analyser une lumière.</li> <li>◆ Appliquer le principe de conservation de l'énergie.</li> <li>◆ Convertir en électron-volt, une énergie exprimée en joule et inversement.</li> <li>◆ Appliquer la relation fondamentale de la dynamique au cas du mouvement d'un satellite.</li> <li>◆ Distinguer entre une lumière monochromatique et une lumière polychromatique.</li> <li>◆ Répartir les électrons d'un atome sur les niveaux d'énergie.</li> </ul> |

# SPECTRE ATOMIQUE

# 9



L'analyse de la lumière émise par les corps célestes est un moyen d'investigation précieux en astrophysique. Les couleurs de cette image de la nébuleuse du crabe révèlent sa nature physique.

- ◆ L'analyse de la lumière émise par un objet quelconque peut-elle nous renseigner sur sa composition chimique, sa température ou sa vitesse s'il est en mouvement ?
- ◆ Comment peut-on identifier un élément chimique à partir de l'analyse de son spectre lumineux ?
- ◆ On dit que le spectre d'émission d'un atome constitue sa «carte d'identité». Pourquoi ?

# SPECTRE ATOMIQUE

Nous savons que la lumière blanche est une lumière polychromatique. De ce fait, son passage à travers un prisme de verre donne le spectre visible de la lumière blanche qui nous rappelle les sept couleurs de l'arc en ciel (rouge, orange, jaune, vert, bleu, indigo et violet).

Qu'en est-il pour le spectre obtenu par la dispersion d'une lumière émise par une lampe à vapeur de sodium ou de mercure (lampes d'éclairage public) ?

## 1 ENERGIE DES SYSTEMES EN INTERACTION

### 1.1 - CAS D'UN SYSTÈME MACROSCOPIQUE

Considérons un système déformable {Terre -Satellite}. Son énergie mécanique  $E$  est la somme de son énergie cinétique et de son énergie potentielle.

On a vu en 3ème année que par application de la loi de gravitation universelle au système déformable {Terre -Satellite}, on peut exprimer les forces d'interaction entre la Terre (T) de masse  $M$  et le satellite artificiel (S) de masse  $m$  (Fig.1).

$$\vec{F}_{T/S} = - G \frac{mM}{r^2} \vec{u}_{TS} = - \vec{F}_{S/T}$$

avec :  $\vec{u}_{TS}$  : vecteur directeur unitaire de l'axe joignant (T) et (S),

$G$  : constante de gravitation universelle,

$r$  : distance séparant le satellite de la Terre.



Fig.1 : Interaction gravitationnelle

### Questions

1°) Comment peut-on modifier l'énergie mécanique de ce système en mouvement ?

2°) Les orbites des satellites autour de la Terre sont elles limitées à des distances fixes ?

3°) Un avion en vol peut-il changer d'altitude ?

### Interprétation

Pour placer des satellites artificiels en orbite autour de la Terre, on doit fournir une énergie  $W$  au système {Terre-Satellite}. Ainsi l'énergie du système subit une variation. Il est possible de placer des satellites artificiels en orbite autour de la Terre sur une très large gamme de distances. La valeur de l'énergie  $W$  fournie au système {Terre-Satellite} dépend de l'intensité des actions mécaniques exercées sur le système et de la durée de leur application. Toutes les valeurs de l'énergie  $W$  sont permises.

Les satellites d'observation de la Terre sont situés à une altitude de l'ordre de quelques centaines de kilomètres, alors que les satellites géostationnaires sont à plusieurs dizaines de milliers de kilomètres. La Lune (satellite naturel de la Terre) est située à plusieurs centaines de milliers de kilomètres.

Un avion en vol peut changer d'altitude à tout moment.

**Conclusion**

Lorsqu'un système macroscopique interagit avec l'extérieur, l'énergie du système peut varier de façon continue.

**1.2- CAS D'UN SYSTÈME MICROSCOPIQUE : L'ATOME**

Dans un atome, les électrons sont en mouvement dans le champ électrique du noyau. La cohésion du système atomique noyau-électron est assurée par la force d'interaction coulombienne.

Pour un atome à un électron (cas de l'atome d'hydrogène), la valeur de la force exercée par le noyau, considéré comme ponctuel et situé en A, sur l'électron situé en B (Fig.2), est :

$$\vec{F}_{A/B} = k \frac{q_A q_B}{r^2} \vec{u}_{AB} = -k \frac{e^2}{r^2} \vec{u}_{AB} = -\vec{F}_{B/A}$$

Avec  $\vec{u}_{AB}$  : vecteur directeur unitaire de l'axe joignant le noyau et l'électron,

$e$  : charge électrique élémentaire,

$r$  : distance séparant le noyau de l'électron,

$k$  : une constante qui vaut  $9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ .

L'analogie entre les systèmes {Terre-satellite} et {noyau-électron} a conduit E.Rutherford à proposer un modèle «planétaire» de l'atome.

Dans ce modèle, les électrons gravitent autour du noyau, comme les satellites autour de la Terre ou les planètes autour du soleil, sur des trajectoires circulaires.

**Questions**

1°) Dans le modèle planétaire de l'atome, les électrons subissent-ils une accélération ? Donner les caractéristiques d'une telle accélération si elle existe.

2°) En s'appuyant sur la loi de Maxwell : «toute particule chargée électriquement et accélérée rayonne de l'énergie» :

a) préciser l'effet de ce rayonnement sur le mouvement d'un électron autour du noyau.

b) l'énergie du système {noyau-électron} est-elle conservée ?

**Interprétation**

D'après le modèle planétaire de l'atome proposé par Rutherford, le mouvement des électrons autour du noyau est comparable à celui des satellites autour de la Terre ou les planètes autour du soleil. Dans le cas de l'atome d'hydrogène formé d'un proton et d'un électron, ce dernier décrit une orbite circulaire autour du noyau.

D'après la théorie de Maxwell, au cours de son mouvement autour du noyau, l'électron de l'atome d'hydrogène rayonne de l'énergie. Il perd ainsi de l'énergie sous forme de rayonnement.



Fig.2 : Interactions coulombiennes

S'il continue à perdre de l'énergie, il doit ainsi se rapprocher du noyau et finir par «s'écraser» sur lui et l'atome d'hydrogène ne sera pas stable !

### Conclusion

Par application des lois de la mécanique newtonienne on ne peut pas interpréter l'interaction électron- noyau au niveau de l'atome.

## 2 LA QUANTIFICATION DE L'ÉNERGIE

### 2.1 - EXPÉRIENCE DE FRANCK ET HERTZ (1914)

Cette expérience consiste à bombarder de la vapeur de mercure sous faible pression avec un faisceau d'électrons.

#### Dispositif expérimental simplifié

Le dispositif expérimental simplifié permettant de retrouver les travaux de Franck et Hertz est constitué essentiellement des éléments suivants :

- une enceinte contenant de la vapeur de mercure à faible pression,
- un canon à électrons permettant d'obtenir des électrons de même énergie cinétique  $E_C$ ,
- un capteur analyseur permettant de compter les électrons qui l'atteignent avec une énergie cinétique donnée (Fig.4).



Fig.3 : J.Franck et G.Hertz, physiciens allemands

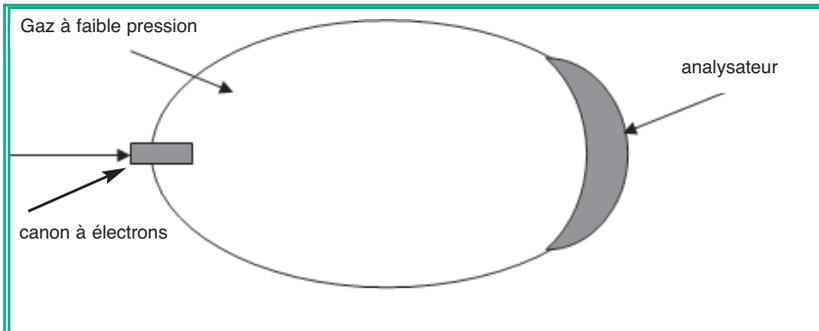


Fig.4 : Schéma du principe de l'expérience de Franck et Hertz

#### Principe de l'expérience :

On fait varier l'énergie cinétique  $E_C$  des électrons émis par le canon (à l'aide d'une tension accélératrice) et on règle le capteur de sorte à compter le nombre des électrons qui l'atteignent avec l'énergie cinétique  $E_C$ .

Les résultats de l'étude expérimentale ont permis de tracer la courbe représentant  $\frac{N_C}{N_e}$  en fonction de l'énergie cinétique  $E_C$ , avec  $N_C$  le nombre d'électrons par unité de temps comptés sur l'analyseur et  $N_e$  le nombre d'électrons par unité de temps initialement émis par le canon à électrons (Fig.5).

## Questions

1°) Décrire brièvement l'allure de la courbe  $\frac{N_c}{N_e} = f(E_c)$  en comparant  $N_c$  et  $N_e$  pour  $E_c < 4,9 \text{ eV}$  et pour  $E_c > 4,9 \text{ eV}$ .

2°) Interpréter la chute du rapport  $\frac{N_c}{N_e}$  pour  $E_c = 4,9 \text{ eV}$ , sachant qu'en lui fournissant de l'énergie, un atome peut se trouver dans un état excité.

## Interprétation

Pour  $E_c < 4,9 \text{ eV}$ , on a  $\frac{N_c}{N_e} = 1$ , ça signifie que tout électron émis avec une énergie  $E_c$  atteint le capteur avec la même énergie. Pourtant, certains électrons émis peuvent entrer en collision avec les atomes de mercure mais sans leur céder d'énergie : il s'agit de chocs élastiques.

Quand l'énergie  $E_c$  des électrons émis est supérieure ou égale à  $4,9 \text{ eV}$ , on a  $\frac{N_c}{N_e} < 1$ .

Ça signifie qu'un certain nombre de ces électrons émis par le canon n'atteignent pas le capteur avec leur vitesse initiale. En fait, ils entrent en collision avec les atomes de mercure et leur cèdent une énergie de valeur  $4,9 \text{ eV}$  : il s'agit de chocs inélastiques. Ces électrons ne sont plus comptés, d'où la chute du rapport  $\frac{N_c}{N_e}$ .

Donc, au cours de l'interaction atome-électron, l'atome de mercure ne peut prendre qu'une énergie bien déterminée, telle que  $4,9 \text{ eV}$ .

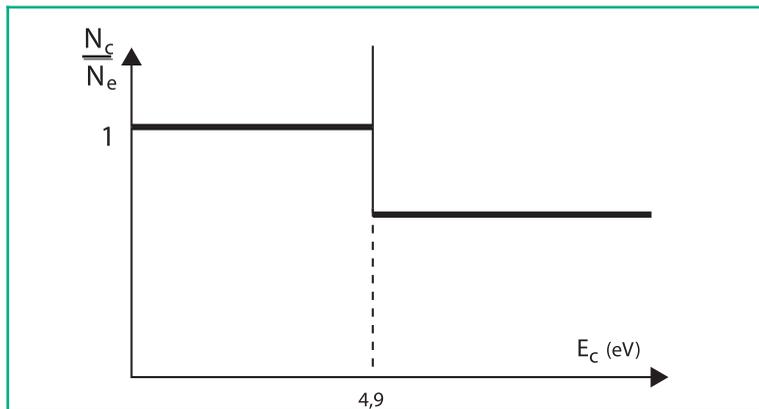


Fig.5 : Résultats de l'expérience de Franck et Hertz

## Conclusion

Lors de la collision d'un atome avec un électron d'énergie cinétique  $E_c$ , l'électron peut lui céder de l'énergie. Cette énergie transférée ne peut prendre que des valeurs particulières.

L'expérience de Franck et Hertz met en évidence la quantification du transfert d'énergie entre un atome et le milieu extérieur.

## 2.2 - NIVEAUX D'ÉNERGIE D'UN ATOME

Un atome est constitué essentiellement d'un noyau et d'électrons en mouvement autour du noyau. Il possède une énergie microscopique traduisant les interactions entre ses différents constituants.

### Hypothèses de Bohr

Pour améliorer le modèle planétaire de l'atome proposé par Rutherford, Niels Bohr (Fig.6a) a été amené en s'inspirant d'hypothèses utilisés par Planck (Fig.6b), à avancer les hypothèses suivantes :

- Les variations d'énergie de l'atome sont quantifiées.
- L'atome ne peut exister que dans certains états d'énergie bien définis.

### Niveaux d'énergie

En se basant sur les hypothèses de Bohr, on peut dire que :

- l'énergie d'un atome donné ne peut prendre que certaines valeurs particulières appelées niveaux d'énergie.
- l'ensemble des niveaux d'énergie associés à un atome est unique.

On schématise les niveaux d'énergie d'un atome par des paliers sous forme de traits définis par  $E = cte$  sur un axe choisi comme axe des énergies (Fig.7).

Dans son état le plus stable, un atome est au niveau d'énergie le plus bas : on dit qu'il est dans son **état fondamental**.

Les niveaux d'énergie supérieurs sont appelés des **états excités**.

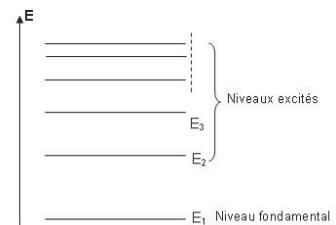
Le passage de l'atome d'un état de niveau d'énergie  $E_p$  à un état d'énergie  $E_n$  est appelé un **transition**,  $p$  et  $n$  étant des entiers désignant les numéros des états considérés.



**Fig.6 a** : Niels Bohr, physicien danois (1855-1962), prix Nobel de physique en 1922



**Fig.6 b** : Max Planck, physicien allemand (1858-1947), prix Nobel de physique en 1918



**Fig.7** : Les niveaux d'énergie d'un atome.

### Questions

1°) Lorsqu'un atome est dans un état autre que son état fondamental, on dit qu'il est dans un état excité. Pourquoi ?

2°) a) Pour qu'un atome passe de son état fondamental à un état excité, ou de ce dernier à un autre plus excité, faut-il qu'il cède ou bien qu'il absorbe de l'énergie ?

b) Pour ce faire, est-ce que toute énergie mise en jeu est suffisante pour que la transition précédente ait lieu ? Sinon, donner son expression en fonction des énergies des deux niveaux concernés.

### Conclusion

L'énergie d'un atome est quantifiée : elle ne peut prendre que des valeurs discrètes caractéristiques de l'atome. Chacune entre elles représente alors un niveau d'énergie  $E_n$ . Dans son état fondamental, un atome est au plus bas niveau d'énergie. Grâce à un apport d'énergie de l'extérieur, un atome peut se trouver dans un état excité.

## 3 SPECTRES LUMINEUX

Le spectromètre est un dispositif expérimental qui peut disperser une lumière polychromatique et mettre en évidence les radiations lumineuses qui la composent.

Si on observe le spectre directement à l'œil nu, le spectromètre utilisé est appelé un spectroscopie. L'élément essentiel de tout spectroscopie est le **disperseur**, il existe deux types de disperseur : le **réseau** (Fig.8a) et le **prisme** (Fig.8b).

### Le réseau :

Un réseau est constitué de fentes très fines et très serrées, gravées sur une plaque de verre. Dans ce cas, la décomposition de la lumière est provoquée par le phénomène de diffraction entre autres.

Remarque : Si le spectre se forme sur une pellicule photographique, le spectromètre utilisé est appelé un spectrographe.



Fig.8a : Un réseau



Fig.8b : Dispersion par un prisme

### 3.1- SPECTRE VISIBLE DE LA LUMIÈRE BLANCHE (RAPPEL)

On a vu que le passage d'un faisceau de lumière blanche à travers un prisme donne sur un écran E un spectre continu dont les couleurs rappellent celles de l'arc-en-ciel appelé spectre visible de la lumière blanche (Fig.9).

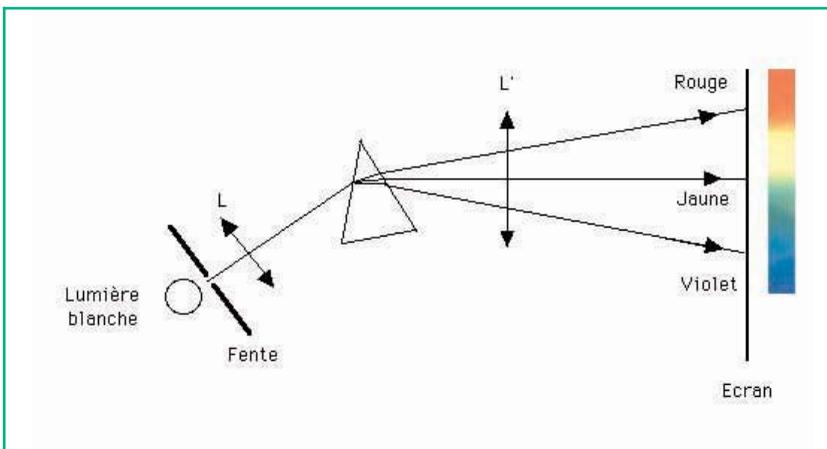


Fig.9 : Dispersion de la lumière blanche

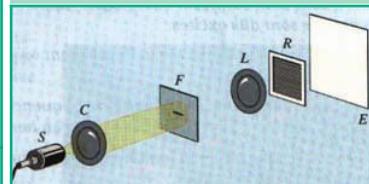


Fig.10a : Dispositif expérimental permettant d'obtenir un spectre d'émission

### 3.2- SPECTRE D'ÉMISSION

#### Dispositif expérimental

Il est constitué essentiellement d'une source de lumière S (une lampe spectrale à vapeur de mercure ou d'hydrogène), un condenseur C, une fente rectangulaire F, une lentille L, un réseau R et un écran E, comme le montre la figure 10a.



Fig.10b : Lampe spectrale

En éclairant le réseau avec la lampe spectrale de mercure, on obtient sur l'écran le spectre de raies de la figure 11a.

On refait la même expérience, mais en remplaçant la lampe spectrale de Hg par une lampe à vapeur d'hydrogène, on obtient le spectre de raies de la figure 11b.

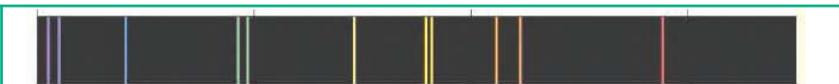


Fig.11a : Spectre d'émission du mercure



Fig.11b : Spectre d'émission de l'hydrogène

### Questions

- 1°) a) Décrire brièvement les spectres obtenus.  
b) Les comparer entre eux, puis avec le spectre de la lumière blanche.
- 2°) En déduire qu'à chaque élément chimique correspond un spectre bien défini.

### Interprétation

La lumière émise par une lampe spectrale (lampe à vapeur de mercure) analysée par un réseau donne lieu à un spectre discontinu, constitué de bandes fines multicolores sur fond sombre, appelé spectre de raies.

Etant le résultat de la dispersion du faisceau lumineux émis par une lampe à vapeur d'atomes identiques, le spectre de raies est appelé spectre d'émission.

Le spectre d'émission caractérise l'élément chimique qui le produit. Les figures 11.a et 11.b représentent les spectres d'émission du mercure et de l'hydrogène.

Le spectre d'émission de l'hydrogène est constitué de quatre raies :  $H_\alpha$  de couleur rouge orangée,  $H_\beta$  de couleur bleue,  $H_\gamma$  de couleur indigo et  $H_\delta$  de couleur violette.

### Conclusion

Tout élément chimique est caractérisé par un spectre de raies appelé spectre d'émission.

### 3.3- SPECTRE D'ABSORPTION

On reprend le montage de la figure 10a en interposant entre le condenseur et la fente de la vapeur de sodium (on fait brûler du sodium) comme le montre la figure 12.

Le faisceau de lumière blanche passe à travers les vapeurs de sodium avant de traverser le réseau et donne sur l'écran le spectre de la figure 13.



Fig.12 : Dispositif expérimental permettant d'obtenir un spectre d'émission

Les vapeurs de mercure et d'hydrogène traversées par un faisceau de lumière blanche à travers un spectroscopie donnent lieu respectivement aux spectres des figures 14a et 14b.



Fig.13 : Spectre d'absorption du sodium.

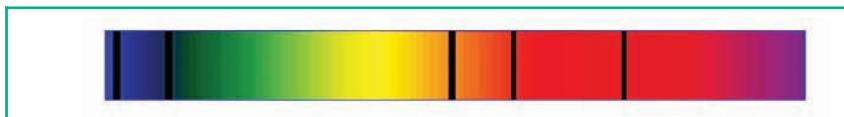


Fig.14a : Spectre d'absorption du mercure.



Fig.14b : Spectre d'absorption de l'hydrogène.

### Questions

- 1°) Décrire brièvement le spectre obtenu à la figure 13 et le comparer au spectre visible de la lumière de la figure 9.
- 2) Quel est l'effet de la vapeur de sodium sur le spectre obtenu ?
- 3) Comparer les spectres obtenus des figures 13, 14a et 14b entre eux.
- 4) Comparer les spectres de raies des figures 11a et 14a, puis ceux des figures 11b et 14b en nature, en nombre et en disposition relative des raies.

### Interprétation :

Un gaz ou une vapeur métallique traversée par un faisceau de lumière blanche absorbe les radiations dont les énergies peuvent mettre les atomes de la vapeur dans des états excités, ce qui explique l'obtention du spectre visible de la lumière blanche avec des raies noires (cannelures) : c'est le spectre d'absorption d'un élément chimique.

Les raies noires traduisent l'absence de radiations absorbées par la vapeur gazeuse.

Ainsi, le spectre d'absorption du sodium présente une raie noire (Fig.13), celui de l'hydrogène quatre raies noires (Fig.14b).

Les raies d'absorption sont caractéristiques de l'élément chimique.

**Conclusion**

En plus du spectre d'émission, les atomes d'un élément chimique donné sont caractérisés par un spectre d'absorption. Le spectre d'absorption atomique d'un élément chimique est le spectre continu de la lumière blanche qui lui manque les raies correspondant aux radiations absorbées par les atomes de cet élément chimique.

Les cannelures d'un spectre d'absorption sont superposables aux raies du spectre d'émission du même élément chimique.

Le spectre d'émission ou d'absorption constitue « la carte d'identité » de l'élément chimique.

**Remarque**

Quand on passe du spectre d'émission au spectre d'absorption, il y a renversement des raies : une raie brillante se transforme en raie noire au même endroit du spectre (Fig.15).



Fig.15 : Spectres d'émission et d'absorption de l'hydrogène

## 4 SPECTRES DE L'ATOME D'HYDROGÈNE

### 4.1- NOTION DE PHOTON

Le phénomène de diffraction de la lumière met en évidence sa nature ondulatoire. Cependant, cet aspect ne permet pas d'interpréter le spectre d'émission d'un élément chimique.

Pour cela, on admet qu'une radiation lumineuse de longueur d'onde  $\lambda$  est constituée d'un flux de particules non chargées et sans masse appelées photons. Chaque photon transporte l'énergie :  $W = h \cdot \frac{c}{\lambda} = h \cdot \nu$ , où  $h$  est une constante appelée la constante de Planck.  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  J.s.

**Remarque**

L'énergie d'un photon est appelée quantum d'énergie.

### 4.2- MODÈLE DE BOHR DE L'ATOME D'HYDROGÈNE

Pour interpréter le spectre d'émission de l'atome d'hydrogène, Niels Bohr a été amené à conférer à l'atome d'hydrogène un modèle basé sur les postulats suivants :

- Le noyau est supposé fixe dans l'atome car sa masse est 1836 fois plus grande que celle de l'électron.
- L'électron ne peut graviter autour du noyau que sur des orbites circulaires bien déterminées. Ces orbites quantifiées sont dites stationnaires.
- L'électron n'échange de l'énergie avec l'extérieur que lors de son passage d'une orbite stationnaire à une autre.

### 4.3- ÉNERGIE DE L'ATOME D'HYDROGÈNE

L'atome d'hydrogène est le plus simple des atomes et à ce titre son spectre est le premier qui a été interprété.

En se basant sur ses postulats, Bohr établit l'expression de l'énergie de l'atome d'hydrogène pour un niveau d'énergie  $E_n$  en fonction de l'énergie  $E_0$  de l'état fondamental.

$$E_n = \frac{E_0}{n^2}; \text{ avec } E_0 = 13,6 \text{ eV et } n \text{ un entier naturel non nul}$$

$E_n$  est exprimé en eV.

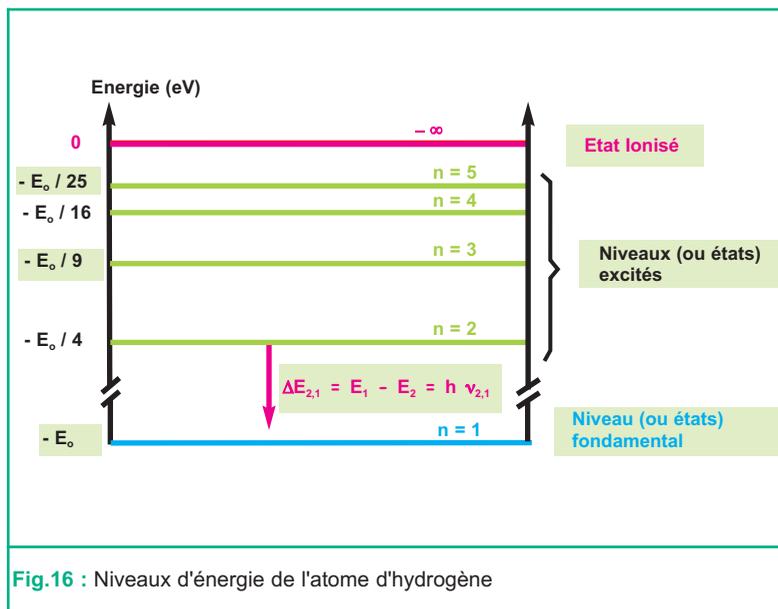
$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J.}$$

- Pour  $n = 1$ ,  $E_1 = -13,6 \text{ eV}$  ; c'est le niveau d'énergie minimale ou niveau fondamental. Il correspond à l'état le plus stable de l'atome d'hydrogène.

- Pour  $n > 1$  :  $-13,6 \text{ eV} < E_n < 0$  : l'atome est dans l'un des états excités.(Fig.16)

- Pour  $n \rightarrow \infty$ ,  $E_n(\infty) = 0$  : l'atome est ionisé, le proton et l'électron sont séparés.

Pour ioniser un atome d'hydrogène pris dans son état fondamental, il faut lui fournir une énergie au moins égale à 13,6 eV (énergie d'ionisation). Avec cette énergie, l'électron est séparé du proton et son énergie cinétique est nulle (Fig.16).



#### 4.4- INTERPRÉTATION DES RAIES D'ÉMISSION

• Grâce à un apport extérieur d'énergie, par exemple sous l'effet d'un rayonnement ou par collision avec un atome ou une autre particule matérielle, l'atome peut passer d'un niveau  $n$  à un niveau  $p$  ( $p > n$ ). Dans ce cas, l'atome absorbe juste l'énergie nécessaire au changement de niveau :

$$\Delta E_{n,p} = E_p - E_n = \frac{-13,6}{p^2} + \frac{13,6}{n^2} = 13,6 \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right).$$

• Lorsqu'un atome se désexcite en passant d'un niveau  $p$  vers un niveau  $n$  ( $p > n$ ), il restitue l'énergie :  $\Delta E_{p,n} = E_n - E_p$  en émettant un photon d'énergie  $h\nu = -\Delta E_{p,n}$ .

#### Questions

1°) Calculer l'écart d'énergie  $\Delta E_{2,1} = (E_1 - E_2)$  en passant du niveau  $E_2$  au niveau  $E_1$ , en déduire la fréquence  $\nu_{2,1}$  et la longueur d'onde  $\lambda_{2,1}$ . Dans quel domaine se situe cette transition ? En est-il de même pour toutes les transitions qui aboutissent au niveau fondamental  $n = 1$  ?

2) Calculer l'écart d'énergie  $\Delta E_{3,2} = E_2 - E_3 = h\nu_{3,2}$  entre les niveaux  $E_3$  et  $E_2$ , en déduire la valeur de la fréquence  $\nu_{3,2}$  et de la longueur d'onde  $\lambda_{3,2}$ . Dans quel domaine se situe cette transition ? En est-il de même pour toutes les transitions qui aboutissent au premier niveau excité  $n = 2$  ?

3) Montrer que les raies d'émission observées sur la figure 16 correspondent bien aux transitions aboutissant au premier niveau excité  $n = 2$ .

4) Dans quel domaine se situent les transitions aboutissant aux niveaux excités  $n = 3$  ;  $n = 4$  ;  $n = 5$  ?

#### Interprétation

A partir de la relation  $\Delta E_{p,n} = E_0 \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right) = h\nu_{p,n}$ , on peut calculer  $\Delta E_{p,n}$  quels que soient  $p$  et  $n$ .

• Pour  $n = 1$  et  $p = 2$ ,  $\Delta E_{2,1} = E_2 - E_1 = 10,2 \text{ eV} = 16,32 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ ,  
 or  $\Delta E_{2,1} = h\nu_{2,1}$ , d'où  $\nu_{2,1} = 2,4 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$  et  $\lambda_{2,1} = \frac{c}{\nu_{2,1}} = 121 \text{ nm}$ .

• Pour tout  $p > 2$ ,  $\Delta E_{p,1} = h\nu_{p,1} > \Delta E_{2,1}$ , d'où  $\nu_{p,1} > \nu_{2,1}$ .

Donc, il en est de même pour toutes les transitions aboutissant au niveau fondamental  $n = 1$ .

Ces transitions constituent une série de raies invisibles appelée série de Lyman.

• Pour les transitions aboutissant au niveau excité  $n = 2$  :

$$\Delta E_{p,2} = -E_0 \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{p^2} \right).$$

Par exemple, la transition du niveau  $p = 3$  vers le niveau  $n = 2$  correspond à  $\Delta E_{3,2} = E_2 - E_3 = -1,88 \text{ eV} = -3,02 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ ,  
d'où  $\nu_{3,2} = 4,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$  et  $\lambda_{3,2} = 656 \text{ nm}$ .

C'est la raie  $H_\alpha$  de couleur rouge orangée. Il en est de même pour les autres transitions qui aboutissent au niveau excité  $n = 2$ , on obtient alors  $\lambda_{4,2} = 486 \text{ nm}$  ( $H_\beta$ ),  $\lambda_{5,2} = 434 \text{ nm}$  ( $H_\gamma$ ) et  $\lambda_{6,2} = 410 \text{ nm}$  ( $H_\delta$ ).

Les raies correspondant aux transitions qui aboutissent au niveau excité  $n = 2$  constituent la **série de Balmer**.

### Questions

Montrer par un calcul similaire que les transitions qui aboutissent aux niveaux excités  $n = 4$  ou  $n = 5$  ou  $n = 6$  donnent des radiations qui se trouvent dans l'infrarouge.

La série infrarouge correspondant au retour vers le niveau excité  $n = 3$  s'appelle **série de Paschen**, celle vers le niveau  $n = 4$  est la **série de Brackett**. La **série de Pfund** correspond au retour vers le niveau  $n = 5$  (Fig.17).

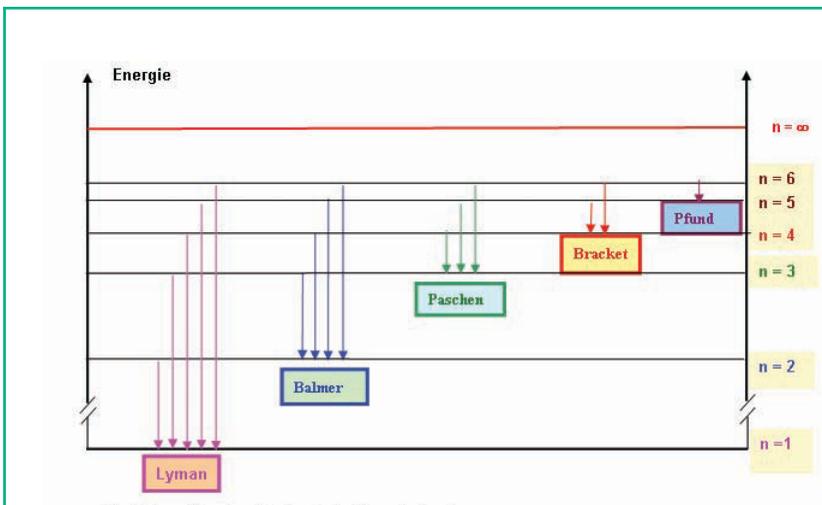


Fig.17 : Les différentes séries de raies de l'atome d'hydrogène

### 4.5- INTERPRÉTATION DES RAIES D'ABSORPTION

Considérons un atome d'hydrogène dans l'état d'énergie  $E_n$ . Quand il reçoit un photon d'énergie  $h\nu$  deux éventualités se présentent :

- **L'énergie du photon est insuffisante pour ioniser l'atome.**
- Si l'énergie du photon correspond exactement à une transition possible entre le niveau d'énergie  $E_n$  et un niveau excité d'énergie  $E_p$ , avec  $p > n$ , la radiation de fréquence  $\nu$

est absorbée ; la conservation de l'énergie conduit à la relation :

$$\Delta E_{n,p} = E_p - E_n = h\nu .$$

Le spectre d'absorption présente alors une raie noire correspondant à la fréquence  $\nu$ .

Si l'énergie du photon ne correspond pas à une transition électronique possible, le photon n'est pas absorbé, mais diffusé, c'est-à-dire renvoyé avec la même énergie dans une direction à priori quelconque.

• **L'énergie du photon est supérieure ou égale à l'énergie d'ionisation de l'atome.**

Si l'énergie  $h\nu$  du photon est supérieure à l'énergie d'ionisation  $E_i$ , le photon peut être absorbé : une partie de son énergie permet l'ionisation de l'atome ; le reste est transféré sous forme d'énergie cinétique à l'électron éjecté.

Ainsi, un photon d'énergie quelconque peut être absorbé par l'atome d'hydrogène pourvu que cette énergie soit au minimum égale à l'énergie d'ionisation.

## 5 APPLICATIONS

### 5.1- EN CHIMIE

L'expérience montre que le spectre d'une source lumineuse est formé de l'ensemble de spectres de tous les éléments qu'elle renferme. Cette propriété est mise à profit pour faire l'analyse élémentaire de la source. Ainsi, pour déterminer la composition d'un alliage, les métallurgistes en font passer un échantillon à l'arc électrique et analysent le spectre obtenu. L'examen de la position des raies permet l'identification des éléments présents dans l'alliage, alors que la comparaison des intensités des raies permet de déterminer le pourcentage de chaque constituant.

Enfin, les spectres d'absorption ont aussi un rôle fondamental en analyse chimique : identification des molécules.

### 5.2- EN ASTROPHYSIQUE

La lumière que les étoiles nous envoient peut être analysée. Cette analyse nous fournit des renseignements précis sur cet astre.

Les étoiles émettent un spectre continu produit par les régions internes qui sont très chaudes, le rayonnement traverse ensuite les régions superficielles qui sont plus froides et jouent le rôle d'un absorbant. Le spectre d'une étoile se présente donc comme un spectre continu comportant de nombreuses raies noires (raies d'absorption) (Fig.18).

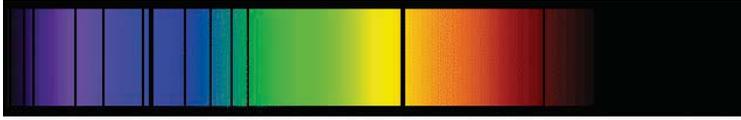


Fig.18 : Spectre d'une étoile

Un tel spectre nous renseigne sur :

- **la température de l'étoile**

Plus une étoile est chaude, plus son spectre s'étend vers le violet. On en déduit, de cette manière, la température de surface de l'étoile.

Il existe des étoiles froides, presque invisibles ( $1000^{\circ}\text{C}$ ), des étoiles rouges (Bételgeuse :  $2500^{\circ}\text{C}$ ); des étoiles jaunes (soleil :  $5500^{\circ}\text{C}$ ) ; des étoiles blanches (Sirius :  $10000^{\circ}\text{C}$ ) et des étoiles bleues (Rigel :  $20000^{\circ}\text{C}$ ).

- **la composition chimique**

Les raies d'absorption du spectre continu d'une étoile permettent de déterminer la nature des éléments présents dans les couches superficielles de l'étoile. Elles permettent également d'évaluer sa composition : les raies d'absorption caractéristiques d'un élément sont d'autant plus noires que cet élément est présent en plus grande quantité.

La figure19 représente le spectre solaire. C'est un spectre continu avec des raies noires dues à l'absorption des éléments contenus dans la chromosphère, enveloppe gazeuse du soleil. On y met en évidence les éléments hydrogène (H), hélium (He), sodium (Na), fer (Fe), mercure (Hg) ...

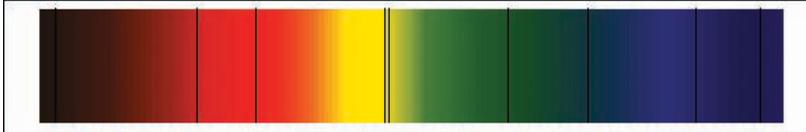


Fig.19 : Le spectre solaire

- **la vitesse de l'étoile**

Lorsque l'étoile se déplace, la fréquence des radiations émises varie légèrement par rapport à la fréquence qui serait émise par l'étoile immobile : c'est ce qui est connu sous le nom d'effet Doppler- Fizeau. Si l'étoile s'éloigne de la Terre, la fréquence diminue et la longueur d'onde augmente, c'est le déplacement vers le rouge. Au contraire, quand l'étoile se rapproche de la Terre, le déplacement est alors vers le violet.

La mesure de la variation de fréquence  $\Delta\nu$  conduit à celle de la vitesse de l'étoile.

# L'essentiel

- L'énergie de l'atome est **quantifiée**, c'est-à-dire qu'elle ne peut prendre qu'une suite de valeurs discrètes.
- Dans son état fondamental (état le plus stable), un atome est à son plus bas niveau d'énergie. En lui apportant de l'énergie, un atome peut se trouver dans l'un de ses états excités.
- On appelle transition atomique tout passage de l'atome d'un niveau d'énergie à un autre.
- Lors de l'absorption d'un photon d'énergie  $h\nu$ , l'atome passe d'un niveau d'énergie  $E_n$  à un niveau d'énergie  $E_p$  supérieure. L'énergie de l'atome varie de  $\Delta E_{n,p} = E_p - E_n = h\nu$ .
- Lors de l'émission d'un photon d'énergie  $h\nu$ , l'atome passe d'un niveau d'énergie  $E_p$  à un niveau d'énergie  $E_n$  inférieure. L'énergie de l'atome varie de  $\Delta E_{p,n} = E_n - E_p = -h\nu$ .
- L'énergie quantifiée de l'atome d'hydrogène est :  $E_n = -\frac{E_0}{n^2}$  en eV, avec  $n$  nombre entier supérieur ou égal à 1 et  $E_0 = 13,6$  eV.
- Toute radiation lumineuse de fréquence  $\nu$  est émise sous forme d'un flux de photons, particules sans masse et d'énergie élémentaire  $W = h\nu$ .
- Dans un spectre d'émission ou d'absorption, chaque raie représente une transition d'un niveau  $E_p$  à un niveau  $E_n$  produite par l'émission ou l'absorption d'un photon de fréquence  $\nu$  telle que :  $|E_p - E_n| = h\nu$ .
- Le spectre d'émission ou d'absorption d'un atome constitue «sa carte d'identité».

# Exercices

## Exercice résolu

### ÉNONCÉ

Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont données par l'expression :

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ (en eV).}$$

1°) Calculer les valeurs des niveaux d'énergie  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$ .

2°) Que nomme-t-on le premier niveau ?

3°) Pour quelle valeur de  $n$ ,  $E_n$  est nulle ? Dans quel état, l'atome d'hydrogène, se trouve-t-il ?

4°) Calculer la fréquence de la radiation émise quand l'atome passe du niveau  $E_2$  au niveau  $E_1$ .

5°) En déduire la longueur d'onde correspondante. A quel domaine spectral appartient-elle ?

On donne :  $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$  ,  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$  et  $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .

### SOLUTION

1°) Les valeurs des niveaux d'énergie sont données par application de la relation :

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2}.$$

$E_1 = -13,60 \text{ eV}$  ,  $E_2 = -3,40 \text{ eV}$  et  $E_3 = -1,51 \text{ eV}$ .

2°)  $E_1$  correspond au niveau fondamental.

3°) L'énergie  $E_n$  est nulle pour  $n$  qui tend vers l'infini ; l'atome d'hydrogène est ainsi ionisé ( $H^+$ ).

4°) Le passage de l'atome d'hydrogène du niveau d'énergie  $E_2$  au niveau inférieur  $E_1$ , se traduit par l'émission d'un photon d'énergie  $h\nu_{2,1} = E_2 - E_1$ , donc de fréquence

$$\nu_{2,1} = \frac{E_2 - E_1}{h}$$

**A.N :**  $\nu_{2,1} = 2,46 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$

$$5^\circ) \nu_{2,1} = \frac{c}{\lambda_{2,1}} \Leftrightarrow \lambda_{2,1} = \frac{c}{\nu_{2,1}}$$

**A.N :**  $\lambda_{2,1} = 122 \text{ nm}$

Cette radiation appartient au domaine de l'ultraviolet (U.V).



# Exercices à résoudre



## Tests rapides des acquis

### 1

### Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- La quantification de l'énergie des atomes est expliquée dans le cadre de la mécanique de Newton, tout comme le mouvement des planètes.
- 2- L'énergie d'un atome varie de façon continue.
- 3- L'énergie d'un atome dans son état fondamental est maximale.
- 4- Pour amener un atome d'un niveau d'énergie  $E_n$  à un niveau  $E_p$  supérieur, il faut lui fournir l'énergie  $E_p - E_n$ .
- 5- Un photon qui peut ioniser un atome d'hydrogène pris dans son état fondamental a une énergie supérieure à 13,6 eV.
- 6- L'atome d'hydrogène est dans son état fondamental pour  $n$  qui tend vers l'infini.
- 7- On fournit successivement à l'atome d'hydrogène, pris dans son état fondamental, les quantas d'énergie suivants : 6 eV ,12,7 eV et 15 eV. Les quantas 6 eV et 12,7 eV sont absorbés par l'atome.

### 2

### Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la (ou les ) proposition(s) juste(s).

- 1- L'énergie de l'atome est :
  - a- quantifiée ; b- discontinue ;
  - c- quelconque .
- 2- Les fréquences des photons émis par un gaz d'atomes excités :
  - a- sont égales aux fréquences absorbées par les atomes de gaz ;
  - b- sont différentes des fréquences absorbées par les atomes de gaz ;
  - c- sont plus grandes que les fréquences absorbées par les gaz.
- 3- Un atome dans son état fondamental peut :
  - a- émettre un photon ;
  - b- absorber un photon ;
  - c- émettre plusieurs photons.
- 4- Deux éléments chimiques différents :
  - a- peuvent avoir le même spectre d'absorption ;
  - b- ne peuvent jamais avoir le même spectre
  - c- peuvent avoir le même spectre d'émission.
- 5- L'énergie minimale nécessaire pour ioniser un atome d'hydrogène dans son état fondamental est :
  - a- 15 eV ; b- 13,6 eV ;
  - c- 10,4 eV.
- 6- La relation donnant la fréquence  $\nu_{n,p}$  d'un photon émis lors d'une transition du niveau  $E_n$  vers le niveau  $E_p$  est :
  - a-  $\nu_{n,p} = h( E_n - E_p )$  ; b-  $\nu_{n,p} = \frac{h}{E_n - E_p}$  ;
  - c-  $\nu_{n,p} = \frac{E_n - E_p}{h}$  .

## Exercices d'application

**3** un atome d'hydrogène, pris dans son état fondamental peut-il absorber :

- 1°) un photon d'énergie  $E = 8,8 \text{ eV}$  ?  
 2°) un photon de longueur d'onde  $\lambda = 632 \text{ nm}$  ?  
 Données : les premiers niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène :  
 $E_1 = -13,6 \text{ eV}$  ;  $E_2 = -3,4 \text{ eV}$  ;  $E_3 = -1,51 \text{ eV}$  ;  
 $E_4 = -0,85 \text{ eV}$  ;  $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$  ;  
 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  ;  $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

**4** On donne quelques niveaux d'énergie de l'atome de mercure.

- $E_3 = -2,72 \text{ eV}$  ;  $E_2 = -3,4 \text{ eV}$  ;  $E_1 = -4,99 \text{ eV}$  ;  
 $E_0 = -10,45 \text{ eV}$  (niveau fondamental)

## Exercices de synthèse

**5** Les niveaux énergétiques possibles de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation :

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2}, \text{ avec } E_0 = 13,6 \text{ eV}$$

1°) Calculer les énergies de l'état fondamental, des trois premiers états excités et de l'état ionisé. Représenter le diagramme d'énergie de l'atome d'hydrogène en ne faisant figurer que les états précédents.

2°) On fournit successivement à un atome d'hydrogène, pris dans son état fondamental, les quanta d'énergies suivants :

- a)  $6 \text{ eV}$  ;      b)  $12,75 \text{ eV}$  ;      c)  $18 \text{ eV}$  .  
 Dans quels cas l'atome pourra-t-il absorber l'énergie fournie et dans quel état se trouvera-t-il alors ?

3°) On fournit à un atome d'hydrogène, pris dans son état fondamental, l'énergie suffisante afin qu'il parvienne au niveau excité caractérisé par  $n = 4$ . Cette énergie est fournie par une radiation électromagnétique.

Quelle doit être la longueur d'onde dans le vide de cette radiation incidente ?

4°) Un atome d'hydrogène, pris dans son état fondamental, absorbe un photon et s'ionise.

Les constantes fondamentales valent respectivement :

$$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} ; c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} ;$$

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

1°) Calculer les énergies des photons émis par l'atome de mercure lorsque celui-ci passe du niveau  $E_3$  au niveau  $E_1$  et du niveau  $E_2$  au niveau  $E_0$ .

Donner les résultats en électrons volts et en joules.

2°) Quelles sont les longueurs d'onde  $\lambda_{3,1}$  et  $\lambda_{2,0}$  des rayonnements émis ?

3°) Citer un dispositif expérimental permettant d'observer un spectre de raies d'émission.

Sachant que l'électron est émis avec une vitesse  $v$ , déterminer la fréquence de l'onde associée au photon incident.

Données :

$$\text{Constante de Planck : } h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} ;$$

$$\text{célérité de la lumière : } c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} ;$$

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} ;$$

$$\text{masse de l'électron : } m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

**6** Les niveaux énergétiques possibles de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation :

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2} \text{ avec } E_0 = 13,6 \text{ eV}.$$

a) Que vaut  $n$  lorsque l'atome est dans son état fondamental ?

b) Expliquer pourquoi les spectres (d'absorption ou d'émission) de l'hydrogène sont constitués de raies ?

c) Quelle est, en eV, l'énergie d'ionisation d'un atome d'hydrogène ?

d) On fournit à l'atome d'hydrogène, pris dans son état fondamental, l'énergie suffisante pour qu'il parvienne au niveau excité caractérisé par  $n = 4$ .

Cette énergie est fournie par une radiation électromagnétique. Quelle doit être la longueur d'onde de cette radiation ? A quel domaine du rayonnement électromagnétique appartient-elle ?

**e)** A partir de l'état précédent ( $n = 4$ ), l'atome d'hydrogène revient à son niveau fondamental par une suite de transitions au cours desquelles il passe, entre autres, du niveau  $n = 2$  au niveau  $n = 1$ .

Quelle est dans ce dernier cas, la longueur d'onde de la radiation émise ?

**7** Les niveaux d'énergie quantifiés de l'atome d'hydrogène sont donnés par :

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ (en eV)}, n \text{ étant un nombre entier supérieur ou égale à } 1.$$

**a)** Quelle est l'énergie d'ionisation d'un atome d'hydrogène ?

**b)** Quelle est l'énergie cinétique minimale d'un électron capable de provoquer, par choc, l'excitation d'un atome d'hydrogène de son niveau fondamental ( $n = 1$ ) à son premier niveau excité ( $n = 2$ ) ?

**c)** L'atome d'hydrogène précédemment excité revient à l'état fondamental avec émission d'une onde lumineuse. Quelle est sa longueur d'onde ?

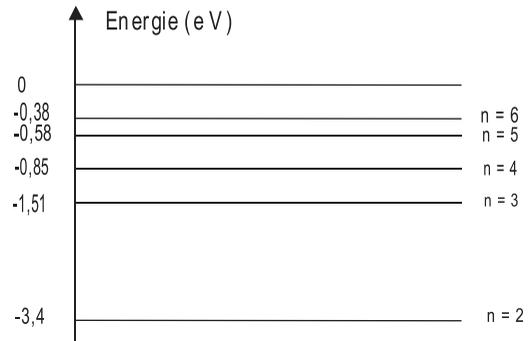
**d)** Etablir la relation littérale donnant la fréquence des ondes lumineuses émises lorsque des atomes d'hydrogène, préalablement excités, passent d'un état d'énergie caractérisée par  $n > 2$  à l'état d'énergie caractérisé par  $n = 2$ .

A quelle série les raies correspondantes appartiennent-elles ?

Calculer la plus grande longueur d'onde des ondes lumineuses émises dans ce cas.

**8** **1°)** Sur le diagramme de la figure 1 sont portés quelques uns des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène. On rappelle que les niveaux d'énergie quantifiés de l'atome d'hydrogène sont donnés par :

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ (en eV)}$$



**a)** A quoi correspond le niveau d'énergie  $E = 0$  ?

**b)** Quelle est l'énergie de l'état fondamental ?

**c)** Quelle est l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène ?

**2°)** Représenter par des flèches, sur ce diagramme, les transitions électroniques de la série de Balmer qui se produisent lors du retour de l'électron d'un niveau excité au niveau  $n = 2$ . Indiquer l'énergie correspondant à chacune de ces transitions.

**3°)** Quelle est la plus petite longueur d'onde émise lorsqu'un électron revient d'un niveau excité sur le niveau  $n = 2$  ? Cette radiation est-elle visible (limites du spectre visible : 400 nm - 800 nm) ?

**9** Un atome d'hydrogène, préalablement excité, se désexcite en passant du niveau d'énergie  $E_2$  au niveau d'énergie  $E_1$  (une telle transition est notée  $E_2 \rightarrow E_1$ ) il émet alors la radiation de longueur d'onde :  $\lambda_{21} = 1,216 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ . La fréquence de cette radiation sera notée  $\nu_{2,1}$ .

On admet que l'énergie  $E_n$  du niveau  $n$  est donnée par une relation de la forme

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2}, \text{ où } E_0 \text{ est une constante positive.}$$

**1°)** Quelle est la signification physique du signe négatif de l'énergie  $E_n$  ?

**2°)** Expliciter  $E_2$  et  $E_1$ , puis écrire la relation qui lie ces deux énergies et  $\nu_{2,1}$ .

3°) Calculer la valeur de la constante  $E_0$  dans les deux cas où l'énergie est exprimée en joules puis en électronvolts (eV).

Au cours de la transition  $E_3 \rightarrow E_1$ , l'atome d'hydrogène émet une radiation de longueur d'onde de même, au cours de la transition  $E_3 \rightarrow E_2$ , il émet une radiation  $\lambda_{32}$ . Calculer les valeurs de  $\lambda_{31}$  et  $\nu_{31}$ .

Etablir la relation littérale entre les fréquences  $\nu_{31}$ ,  $\nu_{32}$  et  $\nu_{21}$ . Faire ensuite l'application numérique et calculer  $\nu_{32}$ .

## 10 Etude de texte :

### Les quasars, des astres très lointains

Les galaxies comme la nôtre, la voie lactée, ont un éclat bien trop faible pour être étudiées en détail dès qu'elles sont à des distances de quelques millions d'années-lumière. Mais heureusement, certaines galaxies abritent en leur centre un noyau anormalement lumineux : un quasar. Le spectre d'un quasar contient des raies d'émission associées au quasar lui-même et des raies d'absorption. A partir de la raie d'absorption «Lyman alpha» de l'atome d'hydrogène, à 121,5 nanomètres de longueur d'onde, on détecte aisément des nuages

intergalactiques cent mille fois moins denses qu'une bulle de savon.

On donne pour tout l'exercice :

la constante de Planck :  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  J.s.

la célérité de la lumière :  $c = 3 \cdot 10^8$  m.s<sup>-1</sup>.

1 eV =  $1,6 \cdot 10^{-19}$  J

On rappelle que les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation :

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2} \quad \text{avec } E_0 = 13,6 \text{ eV.}$$

### Questions

1°) Préciser l'intérêt présenté par les quasars, pour les études menées par les astrophysiciens, par rapport aux autres objets stellaires.

2°) Schématiser à l'aide de deux niveaux d'énergie  $E_a$  et  $E_b$  (on prendra  $E_b > E_a$ ) la transition correspondant à l'émission d'un rayonnement par un atome. Ecrire le bilan énergétique correspondant.

3°) Indiquer parmi les domaines de radiations suivants celui qui correspond à la raie «Lyman alpha».

|               |            |              |
|---------------|------------|--------------|
| L'ultraviolet | Le visible | L'infrarouge |
|---------------|------------|--------------|

# En savoir plus

## Les modèles de l'atome

Dans l'histoire des sciences, plusieurs modèles de l'atome ont été développés, au fur et à mesure des découvertes des propriétés de la matière. Aujourd'hui encore, on utilise plusieurs modèles différents ; en effet, le modèle le plus récent est assez complexe, l'utilisation de modèles « anciens » ou partiellement faux, mais plus simples, facilite la compréhension, donc l'apprentissage et la réflexion.

- **1675 : Jean Picard** observe une luminescence verte en agitant un tube de baromètre ; on découvrira quelques siècles plus tard que cela est dû à l'électricité statique et aux vapeurs de mercure ;

- **1854 : Geissler et Plücker** découvrent les rayons cathodiques, des rayons verts luminescents lorsque l'on établit une forte tension électrique dans une ampoule dont on a pompé l'air (faible pression de gaz) ; ils inventent ainsi la lampe à décharge.

- **1897 : J. J. Thomson** établit que ces rayons cathodiques sont constitués de particules chargées négativement arrachées à la matière et découvre ainsi l'électron ; c'est la première décomposition de l'atome ;

- **1900 : Max Planck** montre la quantification des échanges d'énergie dans la matière (recherches sur le corps noir) ;

- **1911 : expérience de Rutherford** : il bombarde une feuille d'or par des particules alpha (des noyaux d'hélium, chargés positivement, obtenus par radioactivité) ; il en déduit que :

- o la plupart des particules vont en lignes droites. Donc, la matière est « pleine de trous » ;

- o mais certaines sont déviées et même rebroussement chemin. Donc, elles rencontrent des îlots très concentrés de matière chargée positivement (les + se repoussent entre eux).

Il en déduit le **modèle atomique planétaire** : l'atome est constitué d'un noyau positif très petit et d'électrons tournant autour ; ce modèle pose un gros problème : en tournant, les électrons devraient perdre de l'énergie par rayonnement, et donc s'écraser sur le noyau.

- **1913 : Niels Bohr** réunit les concepts de Planck et de Rutherford, et propose un **modèle atomique quantique** : les orbites des électrons ont des rayons définis, il n'existe que quelques orbites « autorisées » ; ainsi, les échanges d'énergie quantifiés correspondent à des sauts entre les orbites définies. Cette vision permet de décrire les phénomènes spectroscopiques fondamentaux, c'est-à-dire le fait que les atomes absorbent ou émettent seulement certaines longueurs d'onde (ou couleur) de lumière ou de rayons X. En effet, les électrons ne pouvant tourner que sur des orbites définies, le saut d'une orbite à une autre se fait en absorbant ou en émettant une quantité déterminée d'énergie (quantum d'énergie).

Cependant, il présente le gros inconvénient des modèles planétaires : des électrons en orbite autour du noyau sont des charges accélérées, ils devraient rayonner de l'énergie, et devraient donc venir s'écraser sur le noyau. Le modèle n'explique pas non plus la forme des molécules.

- **1914** : l'expérience de **Franck et Hertz** valide le modèle de Bohr : ils bombardent de la vapeur de mercure avec des électrons ; l'énergie cinétique perdue par les électrons traversant les vapeurs est toujours la même ;

- **1924 : Louis de Broglie** postule la dualité onde-corpuscule ;

• **1926 : Schrödinger** modélise l'électron comme une onde, l'électron dans l'atome n'est donc plus une boule mais un « nuage » qui entoure le noyau ; ce modèle, contrairement aux autres, est stable car l'électron ne perd pas d'énergie. La naissance de la mécanique ondulatoire de Louis de Broglie 1924, généralisée par Erwin Schrödinger en 1926 amène à proposer un nouveau modèle, dont les aspects relativistes furent décrits par Paul Dirac en 1928 ; il permet d'expliquer la stabilité de l'atome et la description des termes spectroscopiques.

Dans ce modèle, les électrons ne sont plus des billes localisées en orbite, mais des nuages de probabilité de présence. Ce point de vue révolutionnaire peut choquer en première approche. Cependant la représentation que l'on pouvait se faire d'un électron — une petite bille ? — était dictée par les formes observées dans le monde macroscopique, transposées sans preuves dans le monde microscopique. Depuis les années 1930, on modélise ainsi l'électron par une « fonction d'onde » dont le carré de la « norme représente la densité de probabilité de présence ».

## Objectifs

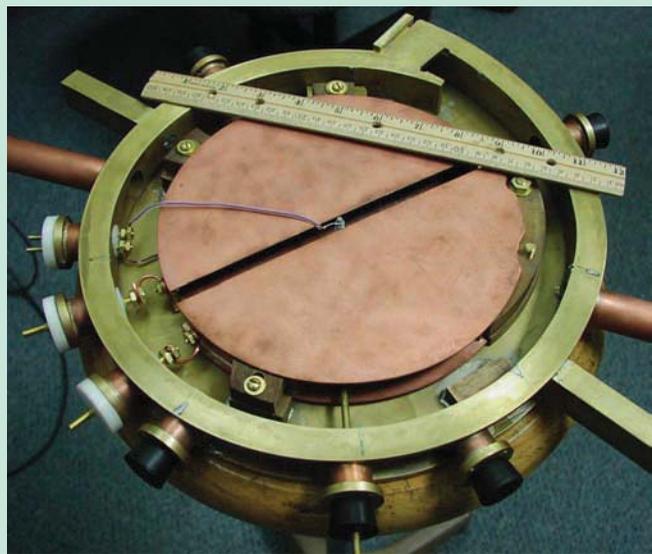
- ◆ Appliquer la relation d'Einstein :  $E = mc^2$ .
- ◆ Evaluer en u et en  $\text{MeV}\cdot\text{c}^{-2}$ , le défaut de masse résultant de la formation d'un noyau.
- ◆ Evaluer l'énergie de liaison d'un noyau et son énergie de liaison par nucléon.
- ◆ Comparer la stabilité de deux ou plusieurs noyaux connaissant les valeurs de leur énergie de liaison par nucléon.

## Prérequis

| SAVOIR  | SAVOIR FAIRE  |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Citer les ordres de grandeur de la masse et de la dimension d'un noyau.</li> <li>◆ Enumérer les constituants d'un noyau.</li> <li>◆ Définir un élément chimique.</li> <li>◆ Définir les isotopes d'un élément chimique.</li> <li>◆ Définir le nombre de masse et le nombre de charge.</li> <li>◆ Définir l'interaction forte.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Convertir, en électron-volts, une énergie exprimée en joules et inversement.</li> <li>◆ Ecrire le symbole d'un noyau atomique connaissant sa composition et inversement.</li> <li>◆ Reconnaître des isotopes.</li> <li>◆ Expliquer la cohésion du noyau atomique.</li> </ul> |

# LE NOYAU ATOMIQUE

# 10



*Le cyclotron est un exemple d'accélérateur de particules utilisé au laboratoire pour le développement des recherches sur le noyau atomique.*

- ◆ Que signifie la formule emblématique ( $E = mc^2$ ) citée couramment pour évoquer Einstein ?
- ◆ Qu'est-ce qui rend certains noyaux atomiques naturels plus ou moins stables que d'autres ?
- ◆ Qu'est-ce qui fait de l'uranium un élément chimique précieux dans le domaine du nucléaire ?

# NOYAU ATOMIQUE

On sait que l'atome, cette plus petite entité insécable de la matière et électriquement neutre, est constitué d'une partie centrale chargée positivement (le noyau) et d'un cortège de très petites particules chargées négativement et en mouvement rapide et incessant (les électrons). Ce chapitre a pour objet l'étude du noyau : structure, cohésion et stabilité.

## 1 STRUCTURE ET COHÉSION DU NOYAU (Rappels)

Dans le tableau ci-dessous, on donne les masses de quatre atomes et celles de leurs noyaux :

| Atome ou noyau | Symbole                 | Masse du noyau<br>( $10^{-27}\text{kg}$ ) | Masse de l'atome<br>( $10^{-27}\text{kg}$ ) |
|----------------|-------------------------|---|---|
| Hélium 4       | ${}^4_2\text{He}$       | 6,6447                                    | 6,6465                                      |
| Carbone 12     | ${}^{12}_6\text{C}$     | 19,9211                                   | 19,9266                                     |
| Carbone 14     | ${}^{14}_6\text{C}$     | 23,2476                                   | 23,2531                                     |
| Uranium 235    | ${}^{235}_{92}\text{U}$ | 390,1989                                  | 390,3021                                    |

### Questions

1°) Comparer les masses des atomes cités dans le tableau avec celles de leurs noyaux. Conclure.

2°) a) Quels nombres de particules désigne-t-on par les nombres  $Z$  et  $A$  dans le symbole  ${}^A_Z\text{X}$  de chacune des entités citées.

b) Pourquoi appelle-t-on  $Z$ , nombre de charge et  $A$ , nombre de masse du noyau ou de l'atome ?

c) Est-ce que le nombre de charge  $Z$  d'un noyau peut être différent du numéro atomique de l'élément correspondant ?

3°) Qu'est-ce qui différencie les noyaux de carbone cités dans le tableau ?

4°) Malgré la répulsion due aux forces électrostatiques s'exerçant entre les protons, le noyau est un édifice stable de protons et de neutrons. Expliquer le caractère répulsif de cette interaction électrique ainsi que la cohésion du noyau.

Le noyau atomique est constitué de protons et de neutrons appelés nucléons.

On caractérise le noyau par le nombre de masse  $A$ , nombre total de ses nucléons et par le nombre de charge  $Z$ , nombre total des protons, d'où le symbole  ${}^A_Z\text{X}$ .

Le noyau est d'une dimension 100000 fois plus petite que celle de l'atome dont le rayon est de l'ordre de 100 pm. Malgré sa petitesse, il renferme la quasitotalité de la masse de l'atome dont il fait partie.

Il existe des noyaux de même nombre de charge  $Z$  mais de nombre de masse  $A$  différents : ce sont les noyaux d'isotopes de numéro atomique  $Z$ .

Un élément chimique naturel peut exister sous la forme d'un mélange isotopique de composition bien déterminée.

La cohésion du noyau est due à une interaction forte qui permet de maintenir les protons ensemble malgré leur répulsion. L'expérience montre que des forces nucléaires (forces de courte portée) s'exercent entre tous les nucléons du noyau indépendamment de leur nature (protons ou neutrons). A une même distance, ces forces attractives sont 100 fois plus intenses que les forces coulombiennes répulsives. C'est pour cette raison que les forces nucléaires gouvernent le noyau atomique dont elles assurent sa cohésion.

### Remarque

La notation symbolique  ${}^A_ZX$  est utilisée aussi pour représenter les particules élémentaires. Ainsi, le proton est représenté par  ${}^1_1p$ , le neutron par  ${}^1_0n$ .

## 2 EQUIVALENCE MASSE-ÉNERGIE

### 2.1- DÉFAUT DE MASSE

#### Exemple

On considère un noyau de lithium  ${}^7_3\text{Li}$  de masse  $m_0 = 7,01435 \text{ u}$  et initialement au repos dans un référentiel donné.

#### Questions

1°) Sachant que l'unité de masse ( $u$ ) est par définition, le douzième de la masse d'un atome de carbone 12, montrer qu'elle est égale à  $1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .

2°) Pour le noyau de lithium :

a) calculer en  $u$ , la masse totale  $m$  de ses nucléons à l'état libre et au repos.

b) comparer la masses  $m_0$  du noyau à la masse totale  $m$  de ses nucléons à l'état libre et au repos.

3°) Calculer la différence de masse  $\Delta m = m - m_0$ .

4°)  $\Delta m = m - m_0$  s'appelle le défaut de masse du noyau.

Justifier cette appellation.

On donne les masses :

- de l'atome de carbone 12 :  $m_C = 19,93 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .
- du proton :  $m_p = 1,007276 \text{ u}$ .
- du neutron :  $m_n = 1,008665 \text{ u}$ .

On montre par le calcul que la masse du noyau de lithium est inférieure à la masse totale de ses constituants (nucléons) pris séparément au repos. Cette constatation faite à propos du noyau de lithium se généralise à tous les noyaux :

la masse  $m_0$  d'un noyau, immobile, est inférieure à la masse totale  $m$  de ses nucléons pris séparément et au repos, ce qui nous laisse penser que la formation d'un noyau en ses nucléons pris isolément s'accompagne d'une perte de masse  $\Delta m = m - m_0$  c'est le défaut de masse.

### Définition

Le défaut de masse  $\Delta m$  d'un noyau est égal à la masse de ses nucléons, pris séparément et au repos, diminuée de la masse du noyau.

Pour un noyau de symbole  ${}^A_Z X$  :

$$\Delta m(X) = Zm_p + (A-Z)m_n - m_X$$

ou  $m_X$  est la masse du noyau,  $m_p$  celle du proton et  $m_n$  celle du neutron.

### Remarque

D'après cette définition, le défaut de masse est une grandeur positive.

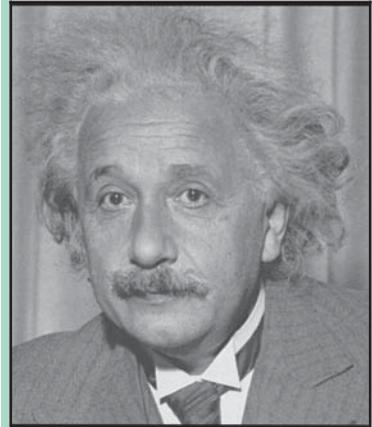
## 2.2- L'ÉNERGIE DE MASSE

Un noyau n'étant constitué que de protons et de neutrons, on s'attendait à ce que sa masse soit simplement égale à celle de ses constituants. Mais ce n'est pas le cas : l'apparition d'un défaut de masse notable est fort surprenant. En quoi est convertie la masse manquante ?

Pour Einstein\*, la masse est une forme d'énergie potentielle. Il postula, en 1905, le principe suivant : ***“Tout corps au repos dans un référentiel donné possède du seul fait de sa masse  $m$ , une énergie potentielle appelée énergie de masse donnée par la relation :  $E_0 = m c^2$  où  $c$  représente la célérité de la lumière dans le vide”***

Cette relation, connue sous le nom de relation d'Einstein, traduit une équivalence entre la masse et l'énergie : de l'énergie peut se transformer en masse, c'est-à-dire se matérialiser sous forme de particule ; inversement la masse peut être convertie en énergie.

Par conséquent, tout défaut de masse équivaut à une variation d'énergie potentielle de masse :  $\Delta E = \Delta m c^2$ .



**Albert Einstein** (1879-1955) : l'un des grands esprits scientifiques. Il publia, en 1905 entre autres, les bases de la théorie de la relativité ; Il obtient le prix Nobel en 1921 et il est élu savant du siècle en 2000.

**Remarque :**

Vu que l'unité usuelle de l'énergie est le MeV, d'après la relation d'Einstein, la masse  $m$  a la dimension d'une énergie par  $c^2$ : c'est le  $\text{MeV}\cdot c^{-2}$ .

En particulier,  $1u$  vaut environ  $931.5 \text{ MeV}\cdot c^{-2}$ .

## 3 STABILITÉ DU NOYAU

Tout noyau a une masse  $m$  au repos, dans un référentiel donné, inférieure à la masse totale de ses constituants (nucléons). Par conséquent, ce défaut de masse qui varie d'un noyau à l'autre a-t-il une influence sur leur stabilité ?

### 3.1- ENERGIE DE LIAISON

#### Définition

L'énergie de liaison, notée  $E_\ell$ , est l'énergie qu'il faut fournir à un noyau au repos pour le dissocier en nucléons isolés et immobiles.

#### Question

En utilisant la relation d'Einstein et le principe de la conservation de l'énergie, montrer que l'énergie de liaison d'un noyau  ${}_Z^AX$  s'écrit :  $E_\ell = \Delta m \cdot c^2$ .

#### Mise en évidence

On considère la transformation au cours de laquelle, un noyau  ${}_Z^AX$  se dissocie en ses nucléons.

On suppose que toutes les particules mises en jeu sont au repos dans le référentiel choisi. Donc, leur énergie de liaison est purement de masse.

- Avant transformation :  $E_1 = m_X \cdot c^2$  ; c'est l'énergie de masse du noyau.

- Après transformation :  $E_2 = Z \cdot E_p + (A-Z) \cdot E_n$  ; c'est l'énergie de masse des nucléons.

Or,  $E_p = m_p \cdot c^2$  et  $E_n = m_n \cdot c^2$ , d'où  $E_2 = (Z m_p + (A-Z) m_n) \cdot c^2$ .

Vu que  $Z m_p + (A-Z) m_n > m_X$ , il vient  $E_2 > E_1$ . Donc, l'énergie  $E_1$  ne peut être l'énergie totale du noyau  ${}_Z^AX$ .

Le plus qu'il faut ajouter est l'énergie  $E_\ell$  qu'il faut apporter de l'extérieur afin de pouvoir dissocier le noyau.

Par conséquent, le principe de la conservation de l'énergie totale s'écrit :  $E_\ell + E_1 = E_2$ .

D'où :  $E_\ell = E_2 - E_1$  qui peut s'écrire

$$E_\ell = (Z m_p + (A - Z) m_n) \cdot c^2 - m_X \cdot c^2 = \Delta m(X) \cdot c^2.$$

Ainsi, l'énergie de liaison d'un noyau est la différence entre la somme des énergies de masse de ses nucléons pris séparément et son énergie de masse.

### Conclusion :

L'énergie de liaison d'un noyau est une traduction énergétique de son défaut de masse :  $E_\ell = \Delta m \cdot c^2$ .

## 3.2- ENERGIE DE LIAISON PAR NUCLÉON

Pour évaluer la stabilité d'un noyau et la comparer à celle des autres noyaux, on ne peut se fier à la valeur de l'énergie de liaison parce que tous les noyaux n'ont pas le même nombre de nucléons. On recourt à l'énergie de liaison par nucléon.

### Définition

L'énergie de liaison par nucléon, notée  $E_\ell/A$  est l'énergie moyenne de liaison  $E_\ell$  par nucléon.

### Propriété :

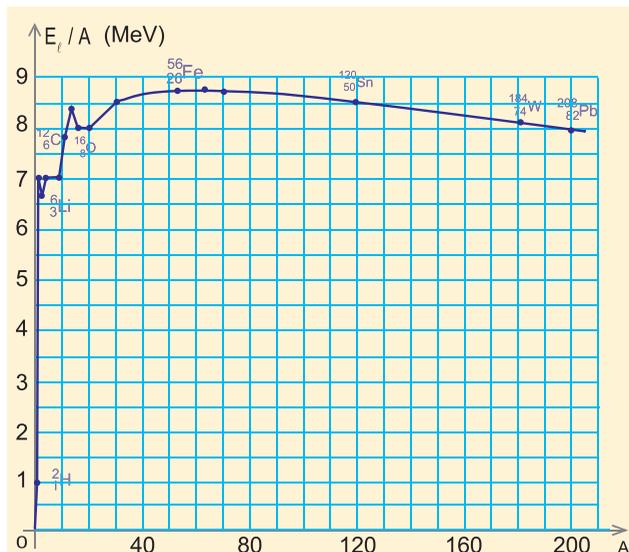
L'énergie de liaison  $E_\ell$  d'un noyau est pratiquement proportionnelle au nombre total  $A$  des nucléons constitutifs.

Alors,  $E_\ell/A$  peut se calculer comme étant le quotient de l'énergie de liaison  $E_\ell$  par le nombre de masse  $A$ .

$$E_\ell / A = \frac{E_\ell}{A}$$

## 3.3- INFLUENCE DU NOMBRE DE MASSE

Parmi les études quantitatives faites sur l'évolution de  $E_\ell/A$  en fonction de  $A$ , on retient celle illustrée par la courbe de la figure ci-dessous connue sous le nom de courbe d'Aston.



La courbe d'Aston est caractérisée par :

- un niveau zéro de l'énergie correspondant aux nucléons séparés et au repos.
- un minimum d'énergie ( $30 < A < 80$ ) correspondant aux noyaux dont les nucléons sont les plus liés, donc les plus stables.

Ainsi, la courbe d'Aston permet d'illustrer la stabilité relative des noyaux. Les noyaux légers ( $A < 20$ ) et les noyaux lourds ( $A > 190$ ) sont instables car ils ont une faible énergie de liaison par nucléon tandis que les noyaux de nombre de masse moyen (voisin de 60) sont stables parce qu'ils ont l'énergie de liaison par nucléon la plus élevée.

**Exemple** : Ayant un nombre de masse  $A = 56$ , l'isotope du fer est très stable, ce qui explique sa très grande abondance (91,68%) dans la nature.

### Remarque

Etant particulièrement stables, les cinq noyaux légers vérifiant  $A = 2Z$  font l'exception.

### Conclusion

Un noyau est d'autant plus stable que son énergie de liaison par nucléon est plus grande.

Les noyaux naturels les plus stables sont ceux de nombre de masse voisin de 60 :  $7,8 \text{ MeV} < E_l/A < 8,8 \text{ MeV}$ .

# L'essentiel

- ◆ Une particule de masse  $m$ , au repos dans un référentiel donné, a une énergie de masse :  $E_0 = m c^2$  avec  $c$  la célérité de la lumière dans le vide.

C'est la relation d'Einstein.

- ◆ La relation d'Einstein traduit l'équivalence masse-énergie.
- ◆ La masse est une forme d'énergie potentielle.
- ◆ La dissociation d'un noyau au repos  ${}^A_ZX$  en nucléons séparés s'accompagne d'un défaut de masse :  $\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m({}^A_ZX)$  équivalent à  $\Delta E = \Delta m c^2$ .
- ◆ Le MeV et le  $\text{MeV}\cdot\text{c}^{-2}$  sont des unités respectivement d'énergie et de masse, adoptées à l'échelle du noyau de l'atome.

$$1\text{u} = 931,5 \text{ MeV}\cdot\text{c}^{-2}$$

- ◆ L'énergie de liaison d'un noyau  ${}^A_ZX$  est l'énergie qu'il faut lui fournir quand il est au repos dans un référentiel donné, pour le dissocier en nucléons séparés et au repos dans le même référentiel.

$$E({}^A_ZX) = \Delta m({}^A_ZX) \cdot c^2$$

- ◆ L'énergie de liaison par nucléon varie avec le nombre de masse  $A$ . Plus elle est élevée, plus le noyau est stable.

$$E_\ell / A({}^A_ZX) = \frac{E_\ell / A({}^A_ZX)}{A} = \frac{\Delta m \cdot c^2}{A}$$

- ◆ Les noyaux les plus stables sont ceux dont le nombre des nucléons constitutifs est voisin de 60, ils ont une énergie de liaison par nucléon de l'ordre de 8 MeV.

# Exercices

## Exercice résolu

### ÉNONCÉ

Le noyau de radon  ${}^{222}_{86}\text{Rn}$ , a une masse  $m = 221,97028 \text{ u}$ .

- 1°) a) Quelle est la signification des nombres 86 et 222 ?  
b) Donner la composition du noyau de radon 222.  
c) En déduire, en unité de masse atomique (u), la masse des nucléons séparés.
- 2°) Calculer, en unité de masse atomique, le défaut de masse relatif au noyau de radon.
- 3°) a) Calculer, en MeV, l'énergie de liaison du noyau de radon 222.  
b) En déduire, en MeV, la valeur de l'énergie de liaison par nucléon du même noyau.
- 4°) L'énergie de liaison de l'uranium 238 est  $E_\ell = 1801,5 \text{ MeV}$ .  
Montrer que l'uranium 238 est moins stable que le radon 222 bien que son énergie de liaison est plus grande.  
On donne :  
 $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 931,5 \text{ MeV} \cdot \text{c}^{-2}$ .  
la masse d'un proton :  $m_p = 1,00728 \text{ u}$ .  
la masse d'un neutron :  $m_n = 1,00867 \text{ u}$ .

### SOLUTION

1°) a)  ${}^A_Z X$  étant le symbole d'un noyau, on peut affirmer que 86 est le nombre de charge Z et 222 est le nombre de masse A du noyau de  ${}^{222}_{86}\text{Rn}$ .

b) Le nombre de charge Z est le nombre de protons que renferme le noyau.

Le noyau de radon renferme donc **86 protons**.

Le nombre de masse A représente le nombre de nucléons que renferme le noyau.

Par conséquent, le nombre de neutrons est  **$N = A - Z = 136$** .

c) Soit m la masse totale des nucléons :  $m = 86 m_p + 136 m_n$ .

A.N :  **$m = 223,80529 \text{ u}$** .

2°)  $\Delta m = m - m({}^{222}_{86}\text{Rn})$ .

A.N :  $\Delta m = 1,83501 \text{ u}$ .

3°) a) Par définition, l'énergie de liaison de  ${}^{222}_{86}\text{Rn}$  est :  $E_\ell = \Delta m \cdot \text{c}^2$ .

soit numériquement :  **$E_\ell = 1709,3 \text{ MeV}$** .

b) L'énergie de liaison par nucléon est  $E_\ell / A({}^{222}_{86}\text{Rn}) = \frac{E_\ell(\text{Rn})}{222}$ .

A.N :  **$E_\ell / A({}^{222}_{86}\text{Rn}) = 7,7 \text{ MeV}$** .

4°) Pour comparer les stabilités des deux noyaux, on compare leurs énergies de liaison par nucléon et non leurs énergies de liaison.

L'énergie de liaison par nucléon de l'uranium est  $E_\ell / A = \frac{E_\ell(\text{U})}{238} = 7,57 \text{ MeV}$ .

D'où,  $E_\ell / A({}^{222}_{86}\text{Rn}) > E_\ell / A({}^{238}_{92}\text{U})$ . Donc, **le radon 222 est plus stable que l'uranium 238**.



# Exercices à résoudre



## Tests rapides des acquis

### 1

### Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- Le  $\text{MeV}\cdot\text{c}^{-2}$  est une unité de masse utilisée à l'échelle de l'univers.
- 2- L'argon 40 et le potassium 40 sont des isotopes.
- 3- Les noyaux de deux isotopes ont la même valeur de l'énergie de liaison par nucléon.
- 4- La masse d'un noyau est égale à la somme des masses de ses nucléons libres et au repos.
- 5- La valeur de l'énergie de liaison d'un noyau lourd est plus grande que celle d'un noyau léger.

- 6- Plus son énergie de liaison est élevée, plus le noyau est stable.
- 7- Entre deux noyaux, celui qui a l'énergie de liaison moyenne par nucléon la plus faible est le plus stable.
- 8- La courbe d'Aston permet de comparer la stabilité d'un noyau à celle d'un autre.
- 9- Tous les noyaux légers ayant un nombre de masse  $A < 20$  sont instables.
- 10- Tous les noyaux lourds ayant  $A > 200$  sont instables.

### 2

### Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la (ou les) proposition(s) juste(s).

■ I- L'interaction forte:

- a- ne s'exerce pas entre les neutrons,
- b- est de très courte portée,
- c- est de nature gravitationnelle.

■ II- La masse d'une particule :

- a- n'est une forme d'énergie que lorsqu'elle est en mouvement,
- b- est une forme d'énergie potentielle,
- c- est une forme d'énergie cinétique.

■ III- L'énergie de liaison par nucléon d'un noyau d'uranium 238 ( $Z = 92$ ) a pour valeur 7,57 MeV, celle d'un noyau de bore 10 ( $Z = 5$ ) a pour valeur 6,48 MeV.

Le noyau d'uranium 238 est plus stable que le noyau de bore 10 parce que :

- a- sa masse est supérieure à celle du noyau de bore 10,
- b- son énergie de liaison par nucléon est la plus grande,
- c- il a le plus grand nombre de nucléons,
- d- son énergie de liaison est la plus grande.

■ IV- Deux noyaux correspondent à des isotopes lorsqu'ils possèdent le même nombre de :

- a- protons,
- b- nucléons,
- c- neutrons,
- d- charge.

■ V- Un noyau est d'autant plus stable que :

- a- son énergie de liaison par nucléon est plus élevée,
- b- son énergie de liaison est plus élevée,
- c- le défaut de masse est plus faible.

■ VI- L'énergie de liaison d'un noyau est :

- a- l'énergie libérée par le noyau lorsqu'il se forme à partir de ses nucléons libres et au repos,
- b- l'énergie qu'il faut fournir à ce noyau au repos dans un référentiel donné pour le dissocier en ses constituants au repos dans le même référentiel,
- c- l'énergie équivalente au défaut de masse du noyau.

## Exercices d'application

Pour tous les exercices, on donne :

$$1u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 931,5 \text{ MeV} \cdot c^{-2}.$$

$$\text{la masse d'un proton : } m_p = 1,00728 \text{ u.}$$

$$\text{la masse d'un neutron : } m_n = 1,00867 \text{ u.}$$

$$\text{nombre d'Avogadro : } N_A = 6,022 \cdot 10^{23}.$$

**3** Calculer, en u, la masse d'un noyau d'hélium de symbole  ${}^4_2\text{He}$  et d'énergie de masse  $E_0 = 3727,4 \text{ MeV}$ .

**4** Calculer, en MeV, l'énergie de masse d'un noyau d'uranium 238 de symbole  ${}^{238}_{92}\text{U}$  et de masse  $m = 3,952 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$ .

**5** On considère deux isotopes du rubidium : le rubidium  ${}^{85}_{37}\text{Rb}$  et rubidium  ${}^{89}_{37}\text{Rb}$ .

1°) Définir l'énergie de liaison d'un noyau.

2°) Calculer les énergies de liaison de ces deux isotopes. En déduire leurs énergies de liaison par nucléon.

3°) Comparer les stabilités relatives de ces deux noyaux.

On donne :

$$m({}^{85}_{37}\text{Rb}) = 84,89144 \text{ u}$$

$$m({}^{89}_{37}\text{Rb}) = 88,89193 \text{ u.}$$

**6** L'isotope d'hélium le plus abondant dans la nature est l'atome  ${}^4_2\text{He}$ .

La masse de son noyau est  $m_1 = 4,0015 \text{ u}$ .

1°) Donner sa composition.

2°) Calculer son défaut de masse.

3°) Déterminer l'énergie nécessaire qu'il faut fournir à ce noyau pour libérer ses nucléons.

4°) Parmi les isotopes de l'hélium 4, on considère l'hélium 3 de masse  $m_2 = 3,0149 \text{ u}$  et l'hélium 6 de masse  $m_3 = 6,0178 \text{ u}$ .

Classer les trois isotopes de l'hélium suivant leurs stabilité relative croissante.

**7** Soit le noyau d'uranium 238 ( $Z = 92$ ) de masse  $m = 238,0508 \text{ u}$ .

1°) Ecrire le symbole de ce noyau. En déduire sa composition en protons et neutrons.

2°) Calculer son énergie de liaison.

3°) En déduire en MeV, son énergie de liaison par nucléon.

4°) Calculer en joules, l'énergie  $W$  qu'il faudra fournir à une mole d'uranium 238 initialement immobile dans un référentiel donné, pour dissocier les noyaux qu'elle renferme en leurs nucléons obtenus isolés et au repos dans le même référentiel.

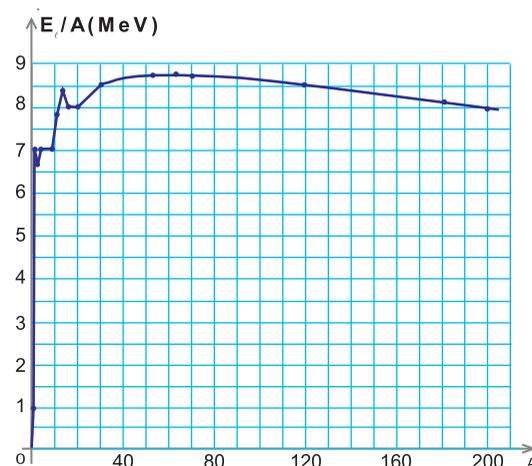
## Exercices de synthèse

**8** Les masses des noyaux  ${}^{16}_8\text{O}$  et  ${}^4_2\text{He}$  sont respectivement  $m_1 = 15,9950 \text{ u}$  et  $m_2 = 4,0026 \text{ u}$ .

1°) Calculer l'énergie de liaison par nucléon pour chaque noyau.

2°) Lequel des deux noyaux est le plus stable ?

3°) La courbe ci-dessous est la courbe d'Aston qui illustre la stabilité des noyaux.



Reproduire la courbe et y situer les noyaux d'oxygène et d'hélium. Leur position confirme-t-elle la réponse à la deuxième question ?

**9** 1°) En exploitant la courbe d'Aston de l'exercice précédent, indiquer la zone où se situent les noyaux les plus stables. En déduire le noyau le plus stable.

2°) On considère les noyaux de carbone  $^{12}\text{C}$  et de l'uranium  $^{238}\text{U}$ .

- a) Donner leur énergie de liaison par nucléon.  
b) Caculer leur énergie de liaison. En déduire que l'énergie de liaison ne permet pas de comparer la stabilité de ces deux noyaux.

**10** 1°) Définir l'énergie de liaison d'un noyau.

2°) a) Calculer, en joules puis en MeV, l'énergie de liaison du noyau de lanthane  $^{139}_{57}\text{La}$ .

b) Calculer, en MeV, l'énergie de liaison par nucléon du noyau de lanthane 139.

3°) La courbe d'Aston dont l'allure est donnée dans le cours représente l'évolution de l'énergie par nucléon des noyaux en fonction de leur nombre de masse.

a) On admet que la courbe d'Aston peut être assimilée à une droite D d'équation  $y = aA + b$  pour les noyaux dont le nombre de nucléons est supérieur ou égal à 80.

Calculer en MeV, la valeur de  $y$  pour les noyaux  $^{80}_{34}\text{Se}$  et  $^{235}_{92}\text{U}$ . En déduire  $a$  et  $b$ .

b) Vérifier que la valeur de l'énergie de liaison par nucléon calculée pour le lanthane 139 à partir de l'équation de la droite D est compatible avec la valeur calculée à la question 2°) si on se contente d'une évaluation à 0,1 MeV près.

On donne :  $m_{\text{La}} = 138,9060 \text{ u}$ ,

$m_{\text{U}} = 235,0439 \text{ u}$ ,  $m_{\text{Se}} = 79,9165 \text{ u}$

**11** Le noyau de magnésium (Mg) renfermant 12 protons et 12 neutrons a une masse  $m_{\text{Mg}} = 23,97868 \text{ u}$ .

1°) Déterminer le symbole du noyau de magnésium 24.

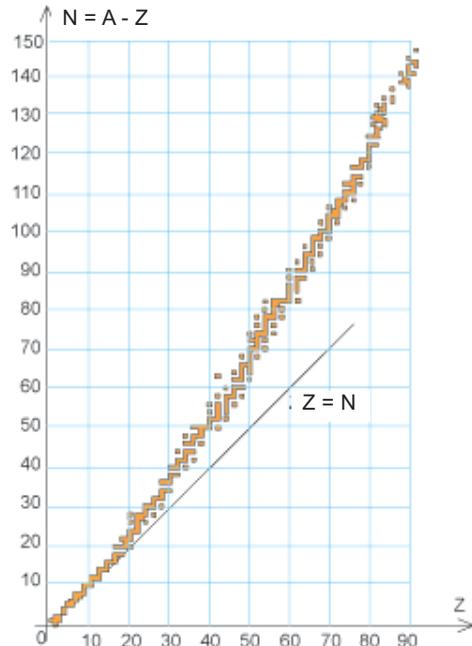
2°) Donner l'expression de l'énergie de masse  $E_{\text{Mg}}$  de ce noyau en fonction de  $m_{\text{Mg}}$  et de la célérité  $c$  de la lumière dans le vide.

3°) Calculer, en MeV, les énergies de masse  $E_p$  du proton et  $E_n$  du neutron.

4°) Montrer que l'énergie de liaison  $E_l$  du magnésium 24 peut s'écrire sous la forme :  $E_l = 12(E_p + E_n) - E_{\text{Mg}}$ . La calculer en MeV.

## 12 Étude de texte Les noyaux naturels stables

Les noyaux stables sont caractérisés par des nucléons qui ne se répartissent pas de façon aléatoire mais selon des combinaisons particulières dont on retient celle reliant le nombre de protons au nombre de neutrons (diagramme ci-dessous).



La cohésion d'un noyau en dépit des interactions électrostatiques est due à des interactions intranucléaires caractérisées par un rayon d'action très faible (de l'ordre du fermi) et une décroissance exponentielle avec la distance entre nucléons. Afin de garder un jeu subtil entre ces deux interactions antagonistes, un noyau stable, au delà de  $Z = 20$ , doit avoir un excès de neutrons ( $N > Z$ ). Néanmoins, cette condition cesse d'être valable pour les noyaux de nombre charge au delà de 83.

On donne :  $1 \text{ fermi} = 10^{-15} \text{ m}$ .

### Questions

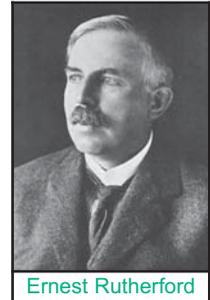
1°) Préciser parmi les deux types d'interactions citées, celles qui sont de courte portée.

2°) Quelles sont parmi les combinaisons des nucléons, celles qui forment un noyau stable.

3°) Pourquoi, tout noyau vérifiant  $Z > N$  est qualifié d'instable ?

# En savoir plus

## De l'histoire du noyau atomique



Ernest Rutherford

L'existence du noyau atomique fut découverte en 1911 par Rutherford. En exposant une feuille d'or aux particules alpha émises par une source radioactive, il constate que la plupart d'entre elles traversent la feuille métallique utilisée : preuve de la structure lacunaire de la matière. Toutefois, certaines de ces particules sont diffusées par la feuille d'or, c'est-à-dire, elles sont déviées dans plusieurs directions, sachant que quelques unes subissent une déviation d'un angle supérieur à  $90^\circ$ . Ces constatations conduisent Rutherford à admettre l'existence d'un corpuscule très dense au centre de l'atome et porteur d'une charge positive opposée à la charge totale de son cortège électronique : c'est le noyau. Il rejette alors le modèle statique de l'atome (modèle des grecs datant de 420 avant J.C.) et propose un modèle dynamique : son modèle planétaire de l'atome, où des électrons gravitent sans cesse autour du noyau sous l'effet de l'interaction électromagnétique, tout comme les planètes qui tournent autour du Soleil sous l'effet de l'interaction gravitationnelle. De plus, Rutherford comprend que le noyau est constitué de nucléons de deux sortes, les protons qui ont une charge positive et les neutrons qui sont électriquement neutres. Effectivement, il démontre en 1919 que l'atome contient des protons. Toutefois, leur coexistence avec les neutrons ne sera mise en évidence qu'en 1932 par son élève James Chadwick.

La stabilité du noyau tient en premier lieu à un équilibre entre les nombres de neutrons et de protons. En effet, les protons chargés électriquement se repoussent du fait de l'interaction électromagnétique, mais cette dernière est contrebalancée par l'interaction forte entre nucléons (protons et neutrons). Il existe quelques 260 noyaux stables dans la nature, pour des nombres de protons allant de 1 (hydrogène) à 83 (bismuth). Lorsque l'équilibre entre protons et neutrons n'est pas respecté, le noyau est instable et se transforme en un autre noyau plus stable au bout d'un temps variable : c'est le phénomène de radioactivité. Plus le déséquilibre est grand, plus le temps moyen que met le noyau à se transformer (sa durée de vie) est court. Cette durée de vie peut aller de plusieurs milliards d'années à quelques millièmes de secondes selon le noyau.

L'avènement des accélérateurs de particules, dans les années 1930, a révolutionné l'étude du noyau atomique. En effet, en procédant à des collisions violentes entre deux noyaux, ces accélérateurs permettent d'apporter de l'énergie au noyau, de le faire vibrer ou tourner très rapidement, ou encore de produire de nouveaux noyaux instables. Pour mieux comprendre la structure du noyau et les interactions entre ses constituants, on effectue des chocs violents entre noyaux et on observe les particules et le rayonnement émis au cours des réactions produites dans ces collisions. Les physiciens utilisent pour cela des détecteurs qui transforment les caractéristiques des particules (énergie cinétique, charge électrique...) en signaux électriques qui sont mesurés, enregistrés et analysés. C'est ainsi qu'ont pu être étudiés les quelques 3000 noyaux observés à nos jours et dont la plupart sont instables. On s'attend à en découvrir encore autant de nouveaux, mais ce qui n'est pas facile car plus un noyau est instable, plus les chances de réussir à le produire dans une réaction sont faibles. Ces noyaux, situés aux limites de ce qu'on est capable d'atteindre aujourd'hui, sont appelés les noyaux exotiques : noyaux ne comportant pas le nombre normal de protons et de neutrons.

Aujourd'hui les chercheurs utilisent des accélérateurs de particules pour produire de nouveaux atomes à noyaux exotiques. En fait, la détermination de leur durée de vie, de leur masse, de leur aimantation et leur forme entre autres paramètres permet d'affiner les modèles de physique nucléaire, utilisés pour étudier de nouvelles filières énergétiques ou les réactions qui se déroulent dans les étoiles.

## Objectifs

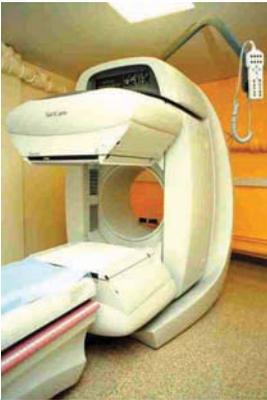
- ◆ Justifier l'émission de rayonnements radioactifs.
- ◆ Ecrire les équations des réactions nucléaires spontanées et celles des réactions nucléaires provoquées.
- ◆ Appliquer la loi de désintégration pour des durées multiples de la période du radioélément.
- ◆ Calculer l'activité d'un échantillon radioactif.
- ◆ Distinguer les réactions nucléaires spontanées des réactions nucléaires provoquées.
- ◆ Distinguer la fission de la fusion nucléaire.
- ◆ Justifier la variation d'énergie accompagnant la fission et la fusion nucléaires.
- ◆ Evaluer l'énergie libérée au cours des réactions nucléaires de fission et de fusion.

## Prérequis

| SAVOIR  | SAVOIR FAIRE   |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Donner la structure d'un atome.</li> <li>◆ Définir les isotopes d'un élément chimique.</li> <li>◆ Donner la composition du noyau atomique.</li> <li>◆ Enumérer les caractéristiques des nucléons.</li> <li>◆ Définir l'énergie de liaison d'un noyau et son énergie de liaison par nucléon.</li> <li>◆ Définir un photon.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Reconnaître les isotopes.</li> <li>◆ Ecrire le symbole d'un noyau atomique connaissant sa composition et inversement.</li> <li>◆ Evaluer, en u et en <math>\text{MeV}\cdot\text{c}^{-2}</math>, le défaut de masse résultant de la formation d'un noyau.</li> <li>◆ Calculer l'énergie de liaison d'un noyau et son énergie de liaison par nucléon.</li> <li>◆ Comparer la stabilité de deux ou de plusieurs noyaux, connaissant les valeurs de leur énergie de liaison par nucléon.</li> </ul> |

# REACTIONS NUCLÉAIRES

1 1



*En même temps que le "nucléaire" est utilisé à des fins pacifiques, comme pour produire de l'électricité ou pour faire de l'imagerie médicale, il peut avoir des effets catastrophiques pour la nature et l'humanité.*

- ♦ Quel est le principe de datation des éruptions volcaniques ainsi que des momies pharaoniques ?
- ♦ En quoi diffère la centrale d'électricité thermonucléaire de la centrale thermique classique ?
- ♦ Qu'est-ce qu'un réacteur nucléaire ?
- ♦ En quoi consistait l'accident survenu le 26 avril 1986 dans la centrale thermonucléaire de la ville de Tchernobyl en Ukraine ? En quoi consiste la gravité de cet accident et quelles sont ses conséquences néfastes pour le considérer jusqu'à maintenant comme étant la plus grande catastrophe du nucléaire civil ?

# REACTIONS NUCLÉAIRES

Selon leur énergie de liaison par nucléon, certains noyaux sont stables et gardent indéfiniment la même composition. D'autres sont instables et se transforment spontanément en émettant un rayonnement. Ces noyaux sont dits radioactifs. On parlera alors de réactions nucléaires spontanées du fait que ces transformations nucléaires se produisent sans intervention d'agent extérieur.

Il est possible également de provoquer la transformation d'un ou de plusieurs noyaux, relativement stables en d'autres noyaux. On parlera alors de réaction nucléaire provoquée.

Pour le grand public, le nucléaire est un mot qui symbolise le progrès scientifique et technologique d'un pays. Mais, il est aussi synonyme de danger, source de méfiance et porteur d'inquiétude. Pourtant, l'explication des processus mis en jeu est relativement simple.

## REACTIONS NUCLEAIRES SPONTANÉES RADIOACTIVITÉ

### 1 LE PHÉNOMÈNE DE RADIOACTIVITÉ

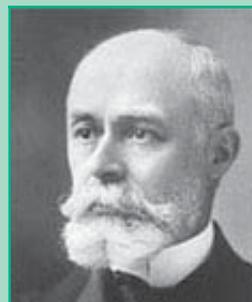
#### Activité documentaire

En 1896, Henri Becquerel étudie, après la découverte des rayons X en 1895 par Roentgen, l'émission X des substances fluorescentes. Il découvre par hasard l'impression de plaques photographiques rangées dans un tiroir obscur avec un échantillon de sulfate double de potassium et d'uranium. Il recommence l'expérience avec des composés d'uranium non fluorescents. Celle-ci se révèle positive. Becquerel suppose l'existence de rayons pénétrants, émis par les sels d'uranium responsables de l'impression des plaques photographiques. Il appelle ces rayons «rayons uraniques».

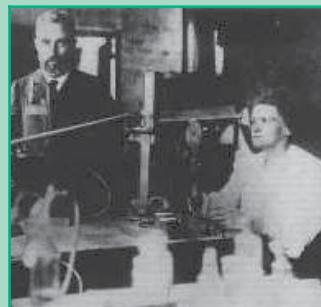
Au début de 1898, Marie Curie, physicienne française d'origine polonaise, découvre que les minerais d'uranium, comme la pechblende, émettent plus de rayonnements que l'uranium lui-même. Elle déduit que ces substances contiennent un élément beaucoup plus actif que l'uranium, le polonium qu'elle réussit à isoler avec l'aide de son mari Pierre Curie en Juillet 1898. Marie Curie détermine les propriétés du polonium et donne au phénomène d'émission de rayonnements le nom de radioactivité.

Pierre et Marie Curie découvrent et isolent en décembre 1898 un autre élément nouveau, le radium.

En 1934, Irène et Frédéric Joliot Curie découvrent la radioactivité artificielle en observant qu'une plaque d'aluminium devient radioactive sous l'effet d'un bombardement de particules  $\alpha$  (noyaux d'atomes d'hélium). Cette découverte devrait ouvrir une nouvelle étape extrêmement féconde dans l'étude des phénomènes radioactifs.



Henri Becquerel  
(1852-1908)



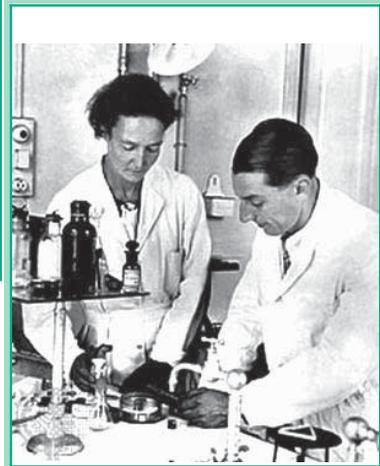
Pierre et Marie Curie  
au laboratoire

## Questions

- 1°) Qu'est-ce qui a amené Becquerel à supposer que les sels d'uranium qu'il a utilisés émettent un rayonnement pénétrant ?
- 2°) Qu'est-ce qui montre dans le texte que c'est Marie Curie et non Henry Becquerel qui a découvert la radioactivité ?
- 3°) Qu'est-ce qu'un corps radioactif d'après le texte ?
- 4°) Quand est-ce que la radioactivité est dite artificielle ?

## Définition

La radioactivité est la transformation spontanée d'un noyau atomique instable en noyau d'une autre espèce chimique, avec émission de rayonnement. Un tel noyau est dit radioactif ; il est appelé parfois improprement radioélément.



Irène et Frédéric Joliot Curie  
au laboratoire

# 2

## LES DIFFERENTS TYPES DE RAYONNEMENTS RADIOACTIFS

### 2.1- MISE EN ÉVIDENCE EXPÉRIMENTALE

Vers 1899, Becquerel découvre qu'une partie du rayonnement émis par les sels d'uranium porte de l'électricité. Il lui vient l'idée d'étudier l'action d'un champ magnétique sur un faisceau de ces rayons.

### Expérience

On place un sel de radium au fond d'une cavité étroite percée dans un cylindre de plomb à parois épaisses. Devant ce dernier et perpendiculairement à son axe, on place un écran E. Dans la zone qui les sépare on fait régner un champ électrique ou magnétique uniforme.

On observe alors sur l'écran E trois points d'impact A, B et C (Fig.1 et Fig.2).

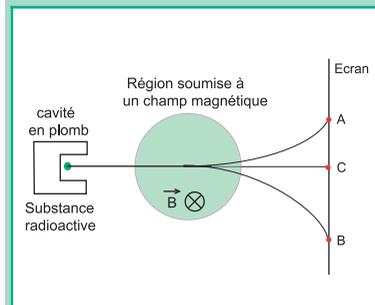


Fig.1 : Action d'un champ magnétique sur le rayonnement

## Questions

- 1°) Qu'est-ce qui montre dans l'expérience réalisée que la radioactivité du radium consiste en l'émission de trois rayonnements différents ?
- 2°) En s'appuyant sur la disposition des trois points d'impact, montrer que le radium radioactif émet des particules chargées positivement et d'autres chargées négativement.
- 3°) Identifier le troisième type de rayonnement émis par le radium.

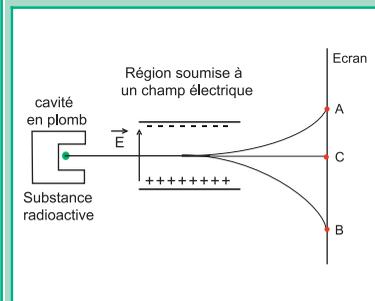


Fig.2 : Action d'un champ électrique sur le rayonnement

## Interprétation

Les trois points d'impact obtenus sur l'écran montrent que le sel de radium émet spontanément un rayonnement. On dit alors que le sel de radium est une substance radioactive.

Aussi bien dans le cas de la figure 1 que dans le cas de la figure 2 :

\* les rayons qui arrivent au point A sont porteurs de charges positives. Ils correspondent à l'émission d'un rayonnement connu sous le nom de rayonnement  $\alpha$ . Il s'agit de noyaux d'hélium (ou hélions)  ${}^4_2\text{He}$ .

\* Les rayons qui arrivent au point B sont porteurs de charges négatives, ils constituent un rayonnement connu sous le nom de rayonnement  $\beta^-$ . Il est constitué d'électrons  ${}^0_{-1}e$ .

\* Les rayons qui arrivent au point C ne sont pas des corpuscules chargés puisqu'ils ne sont pas déviés. Il s'agit d'un rayonnement constitué de photons de très courte longueur d'onde (de l'ordre de  $10^{-4}$  nm) connu sous le nom de rayonnement  $\gamma$ .

## Conclusion

- Le rayonnement  $\alpha$  est constitué par des particules  $\alpha$  (noyaux d'hélium ou hélions) de symbole  ${}^4_2\text{He}$ .
- Le rayonnement  $\beta^-$  est constitué par des électrons de symbole  ${}^0_{-1}e$ .
- La rayonnement  $\gamma$  est constitué de photons.

L'étude des particules émises par certains radioéléments artificiels révèle l'existence d'une autre particule déviée en sens inverse à l'électron mais de même masse. Cette particule a été identifiée à un électron positif ou positon (on dit aussi positron)  ${}^0_1e$ . Le rayonnement correspondant est le rayonnement  $\beta^+$ .

## 2.2- PROPRIÉTÉS DES RAYONNEMENTS RADIOACTIFS

### \* Pouvoir d'ionisation et pouvoir de pénétration

- Les particules  $\alpha$ , émises avec des vitesses de l'ordre de  $20000 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ , sont très ionisantes et très peu pénétrantes ; elles sont arrêtées par des plaques très minces d'aluminium, une feuille de papier ou quelques centimètres d'air par exemple (Fig.3).

- Les particules  $\beta^-$  sont émises avec des vitesses qui peuvent être extrêmement grandes, atteignant  $290000 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$  et possédant donc une grande énergie. Elles sont beaucoup moins ionisantes mais plus pénétrantes que les particules  $\alpha$  : elles sont arrêtées par un écran de plexiglas ou par une plaque d'aluminium d'une épaisseur de l'ordre de 7 mm (Fig.3).

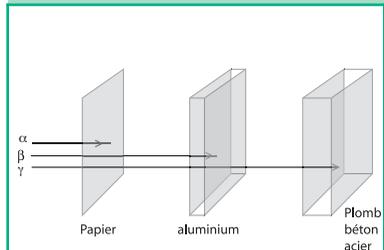


Fig.3 : Pouvoir de pénétration des rayonnements radioactifs

- Les particules  $\beta^+$  ont des pouvoirs d'ionisation et de pénétration identiques à ceux de  $\beta^-$ .

- Le rayonnement de haute énergie  $\gamma$  est peu ionisant mais très pénétrant : il peut traverser un bloc de plomb, d'acier ou de béton d'une épaisseur de l'ordre de 20 cm (Fig.3).

\* **Impression d'une plaque photographique** (fait découvert par Becquerel)

\* **Luminescence d'un écran au sulfure de zinc** (apparition de scintillations en différents points de l'écran).

\* **Ionisation des gaz**

Un électroscope chargé et placé au voisinage d'une substance radioactive se décharge quel que soit le signe de la charge portée par l'appareil. Cette propriété d'ioniser les gaz est exploitée pour fabriquer des détecteurs de rayonnements radioactifs. Le compteur privilégié pour sa facilité d'emploi est le compteur Geiger-Muller (Fig.4).

\* **Indépendance de la pression et de la température**

Les facteurs qui influent habituellement sur les transformations chimiques comme la pression et la température (à condition qu'elle ne soit pas excessivement élevée) n'ont pas d'influence sur la radioactivité.

\* **La radioactivité est un phénomène nucléaire**

Tant dans un corps simple que dans un corps composé et quel que soit son état physique (solide, liquide ou gazeux), la radioactivité d'un élément chimique est la même. De plus, les propriétés chimiques d'un isotope radioactif d'un élément donné sont les mêmes que celles d'un isotope non radioactif du même élément. Donc, la radioactivité est une propriété du noyau. Par conséquent, il n'est pas nécessaire d'isoler un élément radioactif pour utiliser son rayonnement.

### APPLICATION

Etant un phénomène nucléaire, la radioactivité est utilisée pour étudier certains mécanismes de réactions chimiques ou des phénomènes biologiques au moyen d'isotopes radioactifs appelés «traceurs». Leur radioactivité permet de suivre leur cheminement dans un organisme, des canalisations d'eaux souterraines ou dans une réaction chimique.

\* **Les effets biologiques de la radioactivité**

Etant donné que la radioactivité s'accompagne de l'émission de particules ( $\alpha$ ,  $\beta^-$ ,  $\beta^+$ ,  $\gamma$ ) très énergiques, celles-ci sont capables d'ioniser les atomes qu'ils rencontrent en leur arrachant des électrons. Les ions obtenus sont particulièrement réactifs avec les molécules qui les entourent. Dans le cas d'une molécule d'ADN, celle-ci est à l'origine d'une cellule cancéreuse lorsqu'elle est modifiée.

Les conséquences d'une exposition anormale de l'organisme à un rayonnement radioactif dépendent de la durée de l'exposition et de l'importance du rayonnement.



Fig.4 : Compteur Geiger Muller

On dit qu'il y a **irradiation** lorsque l'organisme est exposé à un rayonnement inhabituel pendant une durée limitée. C'est le cas, par exemple, d'un patient subissant une radiographie. Les effets sur l'organisme dépendent de l'énergie reçue par ce dernier, elle-même dépendant de la fraîcheur de la source radioactive, de la durée d'exposition et de sa fréquence (exceptionnelle, répétitive).

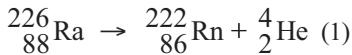
On dit qu'il y a **contamination** lorsqu'un échantillon radioactif est absorbé par l'organisme. La contamination peut être accidentelle (ingestion ou respiration de substance radioactive) ou bien volontaire (en imagerie médicale par exemple). L'organisme sera exposé au rayonnement radioactif pendant toute la durée où l'échantillon se trouve absorbé et actif.

### 3 MECANISMES NUCLEAIRES

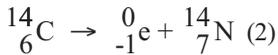
#### Question

Étant radioactif, le radium 226 ( ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ ) se désintègre spontanément en noyaux de radon 222 ( ${}^{222}_{86}\text{Rn}$ ) avec

émission de particules  $\alpha$  selon l'équation :



De même, le carbone 14 se désintègre spontanément en azote 14 avec émission d'un rayonnement  $\beta^-$  selon l'équation :



Comparer dans les équations (1) et (2) les nombres de charge et les nombres de masse avant et après la réaction nucléaire considérée et en déduire que ces équations obéissent à des règles que l'on précisera.

Dans chacune des équations (1) et (2) écrites ci-dessus, on constate qu'il y a conservation du nombre de charge et du nombre de masse. En fait, la radioactivité obéit aux lois de conservation suivantes :

- **Conservation de l'énergie totale**
- **Conservation de la quantité de mouvement** (hors programme)
- **Conservation du nombre de charge** : la charge électrique totale du système se conserve (loi de SODDY).
- **Conservation du nombre de masse** : la somme des nombres de nucléons des noyaux formés est égale à la somme des nombres de nucléons des noyaux initiaux.

### 3.1- MÉCANISME DE LA RADIOACTIVITÉ $\alpha$

La radioactivité  $\alpha$  correspond à la transformation spontanée d'un noyau  ${}^A_Z X$  en un noyau  ${}^{A'}_{Z'} Y$  avec émission d'une particule  $\alpha$ .

#### Question

Par application des lois de conservation du nombre de charge et du nombre de masse, écrire l'équation générale traduisant la radioactivité  $\alpha$ .

La radioactivité  $\alpha$  est traduite par l'équation :  ${}^A_Z X \rightarrow {}^4_2 \text{He} + {}^{A'}_{Z'} Y$

La loi de conservation du nombre de charge donne :  $Z = 2 + Z'$ , d'où :  $Z' = Z - 2$ .

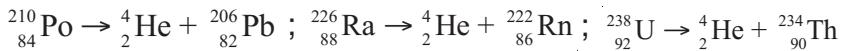
La loi de conservation du nombre de masse donne :  $A = 4 + A'$ , d'où :  $A' = A - 4$ .

Ainsi, l'équation bilan d'une transformation radioactive  $\alpha$  (ou désintégration  $\alpha$ ) s'écrit :



Le noyau X désintégré est appelé noyau père ; le noyau Y formé est appelé noyau fils.

**Exemples :**

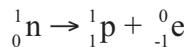


**Remarque**

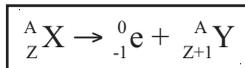
La radioactivité  $\alpha$  concerne les noyaux lourds, noyaux instables à cause d'un excès de nucléons ( $A > 200$ ).

### 3.2- MÉCANISME DE LA RADIOACTIVITÉ $\beta^-$

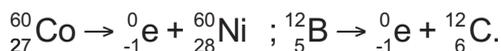
La radioactivité  $\beta^-$  correspond à la désintégration d'un noyau  ${}^A_Z X$  en un noyau  ${}^{A'}_{Z'} Y$  avec émission d'électron. Comme dans le noyau il n'y a pas d'électrons, un neutron se transforme au sein du noyau en un proton qui y demeure et un électron qui est éjecté selon l'équation bilan :



En procédant de la même manière que pour la radioactivité  $\alpha$ , on montre que l'équation bilan d'une réaction nucléaire de type  $\beta^-$  s'écrit :



**Exemples :**

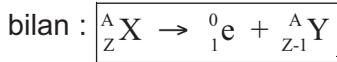


**Remarque**

La radioactivité  $\beta^-$  est caractéristique des noyaux présentant un excès de neutrons.

**3.3- MÉCANISME DE LA RADIOACTIVITÉ  $\beta^+$** 

La radioactivité  $\beta^+$  correspond à la désintégration d'un noyau  ${}^A_Z X$  en un noyau  ${}^{A'}_{Z'} Y$  avec émission d'un positon  ${}^0_1 e$  selon l'équation



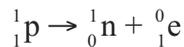
**Exemples :**  ${}^{30}_{15} P \rightarrow {}^{30}_{14} Si + {}^0_1 e$  ;  ${}^{11}_6 C \rightarrow {}^{11}_5 B + {}^0_1 e$

**Question**

Expliquer l'origine de la particule  ${}^0_1 e$ .

**Interprétation :**

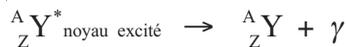
Comme le noyau ne contient pas de positons, un proton se transforme au sein du noyau en un neutron qui y demeure et un positon qui est expulsé selon l'équation bilan :



La radioactivité  $\beta^+$  est caractéristique des noyaux présentant un excès de protons. Or, de tels noyaux n'existent pas dans la nature ; ils sont produits au laboratoire. On dit qu'il s'agit d'une radioactivité artificielle.

**3.4- EMISSION  $\gamma$** 

Le rayonnement  $\gamma$  est dû à l'obtention à un état excité du noyau formé par radioactivité  $\alpha$  ou  $\beta$ . En fait, il est émis avec le retour de ce noyau à son état fondamental selon le schéma suivant :



Les rayons  $\gamma$  étant très pénétrants, ils sont utiles et dangereux à la fois. En revanche, les rayonnements  $\alpha$  et  $\beta$  sont moins dangereux puisqu'ils sont rapidement arrêtés.

**Remarque : notion de famille radioactive**

La radioactivité entraîne la transformation d'un noyau en un autre. Si ce dernier est lui même radioactif, il se désintégrera à son tour et ainsi de suite jusqu'à ce que le noyau obtenu soit stable. L'ensemble de ces noyaux constitue la famille radioactive du noyau ascendant appelé noyau père.

La famille la plus connue est celle de l'uranium  ${}^{238}_{92} U$  qui conduit à l'isotope stable  ${}^{206}_{82} Pb$  du plomb.

## 4 EVOLUTION TEMPORELLE DE LA RADIOACTIVITÉ

### 4.1- DÉCROISSANCE RADIOACTIVE

Considérons un échantillon de substance radioactive qui contient  $N_0$  noyaux à l'instant  $t = 0$ .

Soit  $N$  le nombre de noyaux radioactifs présents dans l'échantillon à un instant  $t > 0$ .

#### Questions

1°) Comparer  $N$  à  $N_0$ .

2°) Soit  $dN$  la variation moyenne de  $N$  entre les instants  $t$  et  $t + dt$ , où  $dt$  est un intervalle de temps infinitésimal. On admet que  $dN$  s'écrit :  $dN = -\lambda N dt$ , avec  $\lambda$  une constante positive.

a) Justifier le signe (-) figurant dans l'expression de  $dN$ .

b) Montrer que  $N$  s'écrit :  $N = N_0 e^{-\lambda t}$ .

L'échantillon étant radioactif, le nombre de noyaux qu'il renferme diminue au cours du temps. Donc,  $N$  est inférieur à  $N_0$ .

Entre les instants  $t$  et  $t + dt$ , le nombre de noyaux non désintégrés diminue en moyenne de  $dN$ .

$dN$  représente donc le nombre moyen de noyaux qui se désintègrent pendant l'intervalle de temps  $dt$ .

Dans l'expression  $dN = -\lambda N dt$ , le signe (-) traduit la diminution du nombre de noyaux présents dans l'échantillon à l'instant  $t$ .

Etant une caractéristique de l'élément radioactif,  $\lambda$  est appelée constante radioactive. Ayant la dimension de l'inverse d'un temps, elle est exprimée en  $s^{-1}$ .

Par intégration de la relation :  $\frac{dN}{N} = -\lambda dt$ , on obtient :

$$\ln N = -\lambda t + C$$

La constante d'intégration  $C$  est déterminée par les conditions initiales :

A l'instant  $t = 0$ ,  $\ln N_0 = C$ . Il vient donc :  $\ln N = -\lambda t + \ln N_0$   
d'où :  $\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t$ , ce qui conduit à :  $N = N_0 e^{-\lambda t}$ . Cette rela-

tion exprime la **loi de décroissance radioactive** (Fig 5).

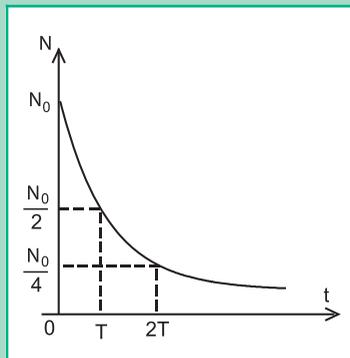


Fig. 5 : Courbe de la loi de décroissance radioactive

### 4.2- ACTIVITÉ D'UNE SOURCE RADIOACTIVE

#### Définition

On appelle activité d'une substance radioactive, notée  $A$ , le nombre de désintégrations qu'elle subit pendant une seconde.

### Loi de décroissance de l'activité

D'après sa définition, l'activité s'écrit :  $A = - \frac{dN}{dt}$ .

Or,  $dN = - \lambda N dt$ . Donc,  $A = \lambda N$

Sachant que  $N = N_0 e^{-\lambda t}$ , il vient :  $A = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$ .  $\lambda N_0 = A_0$  activité à l'instant  $t = 0$ , on a finalement :  $A = A_0 e^{-\lambda t}$ .

L'activité s'exprime en becquerel (Bq).

Un becquerel correspond à une désintégration par seconde.

Comme le nombre  $N$ , l'activité  $A$  est une fonction exponentielle du temps (Fig.6).

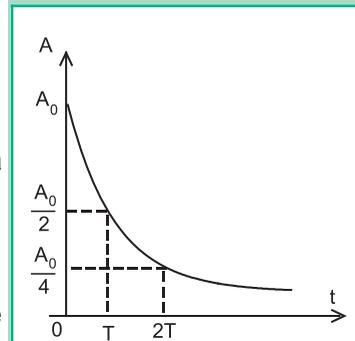


Fig. 6 : Courbe de la loi de décroissance de l'activité.

### 4.3- PÉRIODE RADIOACTIVE

#### Définition

On appelle période radioactive ou demi-vie d'une substance radioactive, la durée  $T$  au bout de laquelle le nombre de noyaux radioactifs initialement présents dans un échantillon de cette substance diminue de moitié.

A l'instant  $t = T$ , on a :  $N = \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T}$ , ce qui entraîne :  $\frac{1}{2} = e^{-\lambda T}$

D'où :  $T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}$

Comme la constante radioactive  $\lambda$ , la période est une caractéristique du noyau radioactif ; elle peut varier de  $10^{-15}$  s à  $10^{23}$  s.

#### Exemples :

|                     |                        |                        |                       |                        |                   |                       |
|---------------------|------------------------|------------------------|-----------------------|------------------------|-------------------|-----------------------|
| Noyau radioactif    | $^{214}_{84}\text{Po}$ | $^{214}_{83}\text{Bi}$ | $^{123}_{53}\text{I}$ | $^{137}_{55}\text{Cs}$ | $^{14}_6\text{C}$ | $^{238}_{92}\text{U}$ |
| Période ou demi-vie | $1,5 \cdot 10^{-4}$ s  | 19,7 min               | 13,2 heures           | 30,2 ans               | 5730 ans          | $4,5 \cdot 10^9$ ans  |

### 4.4- APPLICATION : DATATION PAR LE CARBONE 14

La méthode de datation au carbone 14, mise au point il y a environ une cinquantaine d'années, permet de dater des objets très anciens, comme des éruptions volcaniques ou des momies pharaoniques par exemple.

Les organismes vivants assimilent indifféremment les deux isotopes  $^{12}_6\text{C}$  et  $^{14}_6\text{C}$  du carbone qui restent en proportion relative constante dans l'organisme. A la mort des êtres vivants, le  $^{14}_6\text{C}$  ne peut se renouveler dans l'organisme dans la mesure où le processus d'assimilation s'arrête.

Etant radioactif, le carbone 14 se désintègre selon une radioactivité  $\beta^-$  avec une période de 5730 ans. Par conséquent, le rapport

port  $\frac{^{14}_6\text{C}}{^{12}_6\text{C}}$  diminue.

## Questions

Pour connaître l'époque à laquelle vécurent des hommes préhistoriques dans une caverne, on mesure l'activité d'un échantillon de charbon de bois enfui dans le sol de la grotte. Il s'avère alors que le nombre de désintégrations n'est plus que 1,6 par minute, alors qu'il serait 11,5 par minute pour un échantillon de même masse de bois récemment coupé.

1°) Montrer que le temps écoulé depuis le dernier feu dans la grotte s'exprime par :

$$t = - \frac{T}{0,693} \ln \frac{A}{A_0} \quad , \text{ où } T \text{ est la période radioactive de } {}^{14}_6\text{C},$$

$A_0$  et  $A$  désignent respectivement les activités des échantillons considérés aux instants  $t_0 = 0$  et  $t > 0$ .

2°) Sachant que  $T = 5730$  ans, calculer  $t$ .

### Remarque

Pour dater des échantillons plus vieux, on utilise des noyaux de période radioactive plus longue comme l'uranium 238 qui a permis de déterminer par exemple l'âge de la Terre estimé à 4,6 milliards d'années.

## RÉACTIONS NUCLÉAIRES PROVOQUÉES

La découverte de la radioactivité en 1896 et son interprétation comme étant une réaction nucléaire spontanée ont poussé les chercheurs à faire des essais de réactions nucléaires provoquées. En 1938, on avait abouti à la mise en évidence de la fission et en 1952, on avait réalisé la première fusion nucléaire (bombe H).

## 1 LA RÉACTION DE FISSION

### 1.1- DÉFINITION

La réaction de fission est une réaction nucléaire au cours de laquelle un noyau lourd se scinde en deux noyaux plus légers et de masses comparables.

### 1.2- PRODUCTION D'UNE RÉACTION DE FISSION

La réaction de fission a pu être provoquée à partir de noyaux d'uranium et de plutonium bombardés le plus souvent par des neutrons lents. Étant une particule électriquement neutre, un neutron ne subit pas de répulsion de la part du noyau cible.

Dans toute réaction de fission, le noyau cible capte la particule incidente et se retrouve dans un état d'excitation et de déformation provoquant sa division en deux noyaux de masses moyennes (Fig.7a).

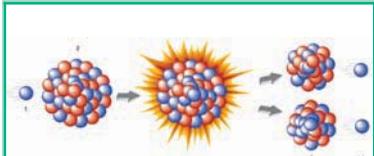
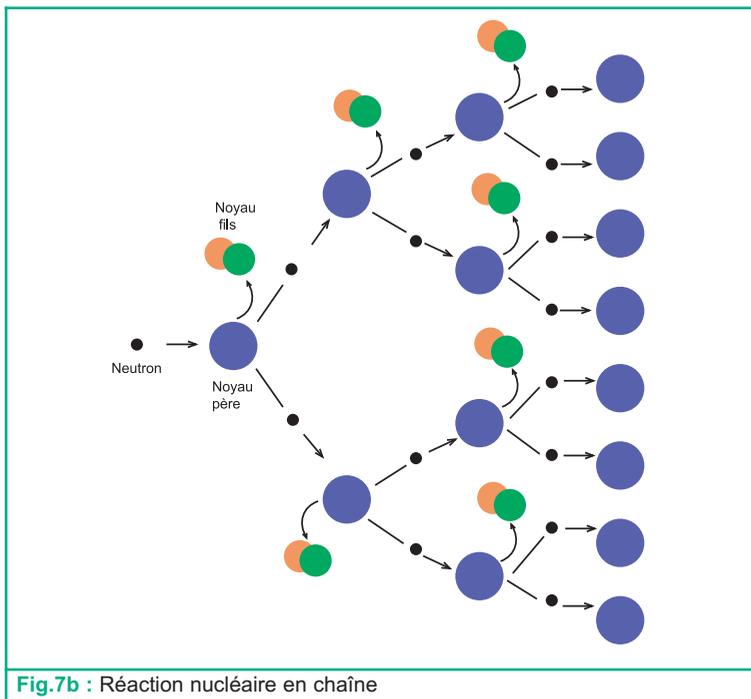


Fig.7a : Schéma d'une réaction de fission

Le noyau le plus utilisé est l'uranium 235, mais on utilise aussi l'uranium 233 et le plutonium 239.

Les noyaux qui subissent la fission sont dits fissiles.

Dans une réaction de fission, il y a émission de deux ou trois neutrons ; ceux-ci peuvent à leur tour provoquer la fission d'autres noyaux et ainsi de suite : c'est une réaction en chaîne (Fig.7b). La fission nucléaire est une réaction très énergétique. Dans le cas où cette réaction en chaîne n'est pas contrôlée, l'énergie libérée augmente très rapidement et il y a explosion, c'est la bombe atomique ou bombe A. Par contre, si le flux de neutrons émis est contrôlé, l'énergie libérée par unité de temps est constante, on dit que la réaction en chaîne est contrôlée. C'est le cas d'un réacteur de centrale nucléaire par exemple.



### 1.3- ÉQUATION GÉNÉRALE D'UNE RÉACTION DE FISSION

#### Questions

Soit  ${}^A_ZX$  un noyau lourd qui subit la fission : sous l'impact d'un neutron  ${}_0^1n$ , il se scinde en deux noyaux  ${}^{A_1}_{Z_1}X_1$  et  ${}^{A_2}_{Z_2}X_2$  avec libération de  $k$  neutrons.

1°) a) Par application des lois de conservation du nombre de charge et du nombre de masse, trouver la relation entre  $Z$ ,  $Z_1$  et  $Z_2$  ainsi que la relation entre  $A$ ,  $A_1$ ,  $A_2$  et  $k$ .

b) En déduire l'équation générale d'une réaction de fission.

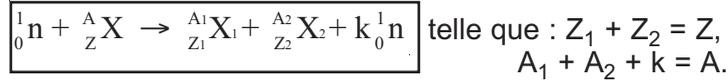
2°) Par fission d'un noyau d'uranium 235, il se forme un noyau de césium  ${}_{55}^{140}\text{Cs}$  et un noyau  ${}_{Z_2}^{93}\text{X}_2$ , avec éjection de  $k$  neutrons.

a) Calculer  $Z_2$  et identifier  $X_2$  en se référant au tableau suivant :

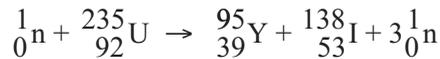
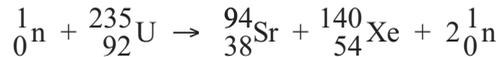
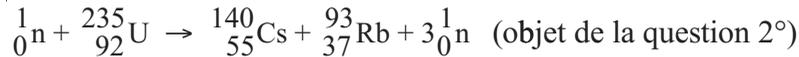
| Élément chimique | Brome | Krypton | Rubidium | Strontium |
|------------------|-------|---------|----------|-----------|
| Symbole          | Br    | Kr      | Rb       | Sr        |
| Nombre de charge | 35    | 36      | 37       | 38        |

b) Déterminer le nombre  $k$  de neutrons libérés.

Par application des lois de conservation du nombre de charge et du nombre de masse, l'équation générale d'une réaction de fission s'écrit :



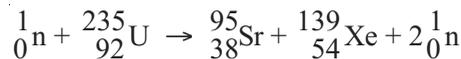
Exemples :



## 1.4- ENERGIE LIBÉRÉE PAR LA FISSION

### Question

Montrer à l'aide de l'exemple suivant, qu'une réaction de fission libère, suite au défaut de masse  $\Delta m$  qui l'accompagne, une importante quantité d'énergie  $E$  :



D'après la loi de conservation de l'énergie totale du système de particules mises en jeu, on a :

$$E = \Delta m \cdot c^2.$$

$$\Delta m = \{m({}^{235}_{92}\text{U}) + m({}^1_0\text{n})\} - \{m({}^{95}_{38}\text{Sr}) + m({}^{139}_{54}\text{Xe}) + 2 m({}^1_0\text{n})\}$$

Avec les masses des particules concernées par la réaction :

$$m({}^{235}_{92}\text{U}) = 234,9934 \text{ u}, \text{ avec : } 1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV} \cdot c^{-2},$$

$$m({}^{139}_{54}\text{Xe}) = 138,8888 \text{ u},$$

$$m({}^{95}_{38}\text{Sr}) = 94,8064 \text{ u},$$

$$m({}^1_0\text{n}) = 1,0087 \text{ u},$$

la perte de masse qui accompagne la réaction est  $0,2115 \text{ u}$ , soit  $197 \text{ MeV} \cdot c^{-2}$ .

Rapportée à une mole d'atomes, l'énergie libérée est d'environ  $2 \cdot 10^{13} \text{ J}$  ou encore  $5,5 \cdot 10^6 \text{ kWh}$ . C'est cette énergie que l'on exploite dans les réacteurs nucléaires (Fig.8).



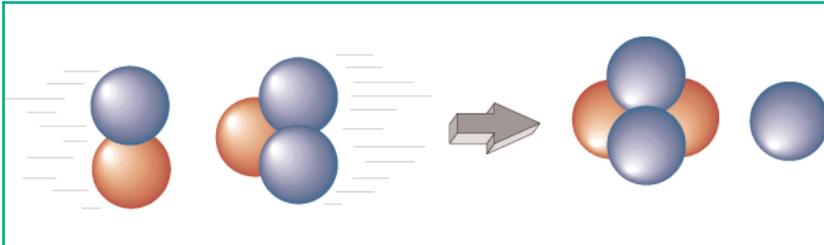
Fig. 8 : Centrale thermonucléaire

## 2 LA RÉACTION DE FUSION

### 2.1- DÉFINITION

La fusion est une réaction nucléaire au cours de laquelle deux noyaux légers s'unissent pour former un noyau plus lourd.

**Exemple :**



**Fig.9 :** Schéma de la fusion d'un noyau de deutérium et d'un noyau de tritium

### 2.2- PRODUCTION D'UNE RÉACTION DE FUSION

Pour réaliser une réaction de fusion, la plus grande difficulté réside dans la répulsion électrostatique. Les noyaux doivent pouvoir s'approcher extrêmement les uns des autres. Ceci ne peut être réalisé qu'à une température de l'ordre de  $10^8$  K. Donc, la fusion ne peut être réalisée qu'à des températures excessivement élevées (une centaine de millions de degrés). Le premier essai de production d'une réaction de fusion fut réalisé par les américains en 1952 et ce en faisant exploser la première bombe H dans l'océan pacifique (Fig.10).

### 2.3- ENERGIE LIBÉRÉE PAR LA FUSION

Pour déterminer l'ordre de grandeur de l'énergie libérée par une réaction de fusion, on peut s'appuyer sur l'exemple cité précédemment :



### Questions

- 1°) Calculer la quantité d'énergie  $E$  libérée au cours de la formation d'un noyau d'hélium  ${}^4_2\text{He}$  par la fusion d'un noyau de deutérium  ${}^2_1\text{H}$  et d'un noyau de tritium  ${}^3_1\text{H}$ .
- 2°) La comparer à la quantité d'énergie libérée par la fission du noyau  ${}^{235}_{92}\text{U}$  (calculée dans le paragraphe 1).
- 3°) Peut-on s'appuyer sur cette comparaison pour affirmer si la fusion est plus exoénergétique ou bien moins exoénergétique que la fission et pourquoi ?



**Fig.10 :** Explosion de la première bombe H testée, le 31 octobre 1952

$$E = Dm \cdot c^2.$$

$$Dm = \{m({}_1^2\text{H}) + m({}_1^3\text{H})\} - \{m({}_2^4\text{He}) + m({}_0^1\text{n})\}.$$

$$\text{Avec } m({}_1^2\text{H}) = 2,01355 \text{ u}, m({}_1^3\text{H}) = 3,01550 \text{ u};$$

$$m({}_2^4\text{He}) = 4,00150 \text{ u} \text{ et } m({}_0^1\text{n}) = 1,00867 \text{ u};$$

on aura :  $Dm = 1,8880 \cdot 10^{-2} \text{ u}$ , soit une libération d'énergie de 17,6 MeV, alors qu'une fission libère environ 200 MeV. Cependant, ramenée au nombre de nucléons (5 pour cette fusion et 236 pour la fission), cette énergie libérée par fusion est environ cinq fois plus importante que celle d'une fission.

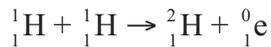
Contrairement aux cas des réactions de fission, on ne sait actuellement contrôler la fusion nucléaire que sur une durée de l'ordre de la microseconde seulement, bien que de nombreuses recherches soient en cours. Il n'y a donc pas, à présent, de possibilités d'utilisation constructive de l'énergie libérée par la fusion.

## 3 APPLICATIONS DES RÉACTIONS DE FISSION ET DE FUSION

### 3.1- ENERGIE DU SOLEIL

L'énergie solaire est une énergie libérée par des réactions de fusion qui se produisent dans le soleil selon les principales étapes suivantes :

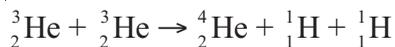
**Première étape** : synthèse du deutérium à partir de l'hydrogène



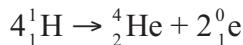
**Deuxième étape** : synthèse de l'hélium 3



**Troisième étape** : synthèse de l'hélium 4



La réaction bilan est la suivante :



Ces réactions ont lieu à 20 millions de degrés environ et sont très exoénergétiques, ce qui fait une libération de 24,7 MeV par noyau d'hélium formé.

De cette énergie solaire, la Terre reçoit, en moyenne 1 kW par m<sup>2</sup> au niveau du sol.

Comme utilisations directes de cette énergie solaire, on cite l'échauffement de l'eau par recours à l'effet de serre, la production d'énergie électrique par des turboalternateurs et par les photopiles.

### 3.2- ENERGIE NUCLÉAIRE

L'énergie libérée par les réactions nucléaires provoquées est utilisée, soit pour des fins utiles (réacteurs nucléaires), soit pour des fins destructives (bombe A et bombe H).

#### • Les réacteurs nucléaires

Un réacteur nucléaire est un appareil servant à réaliser des réactions de fission contrôlées. Les combustibles les plus utilisés sont l'uranium 235 et le plutonium 239. Certains réacteurs sont conçus pour produire de l'énergie électrique destinée à propulser un véhicule (navire, sous-marin,...) où à alimenter un réseau d'électricité (Fig.11). D'autres servent à produire des noyaux radioactifs pour usages scientifique, industriel ou médical.

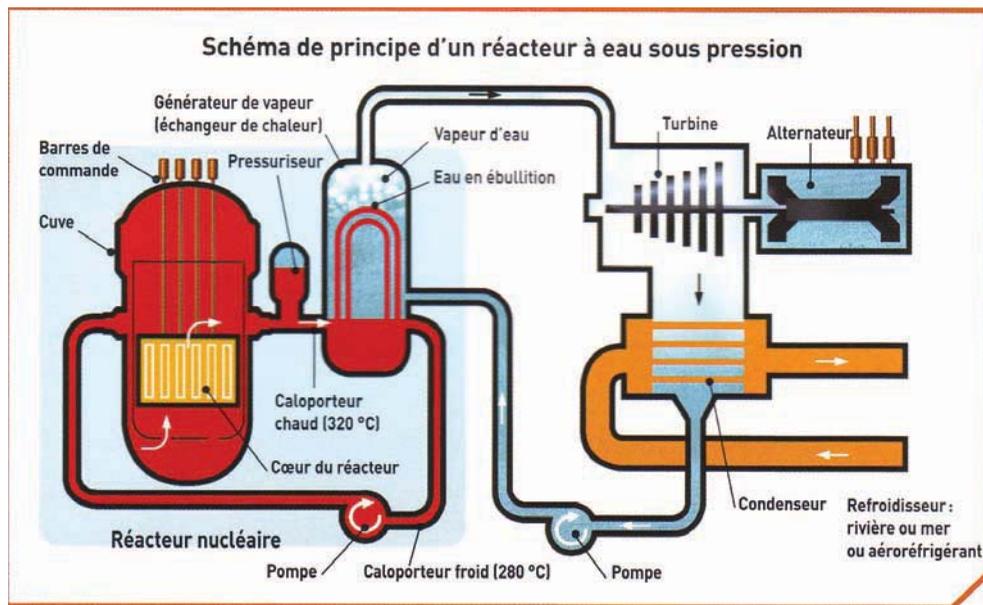


Fig.11 : Schéma d'un exemple de réacteur nucléaire

#### • La bombe atomique

Dans une bombe atomique (ou bombe A), on réalise une réaction de fission non contrôlée qui dégage une énergie énorme en un laps de temps très court, ce qui explique l'effet dévastateur de l'explosion qu'elle génère. La première bombe atomique réalisée avec l'uranium 235 fut lancée, le 6 août 1945 sur Hiroshima, puis celle réalisée avec du plutonium 239 fut lancée le 9 août 1945 sur Nagasaki au Japon (Fig.12).

#### • La bombe à hydrogène

Dans une bombe à hydrogène (ou bombe H), on réalise une réaction de fusion non contrôlée. Celle-ci est amorcée par une bombe atomique pour atteindre la température nécessaire à la fusion.



Fig.12 : Explosion d'une bombe au plutonium 239 à Nagasaki au Japon (9 août 1945)

# L'essentiel

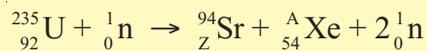
- Une réaction nucléaire est une transformation au cours de laquelle un ou plusieurs noyau(x) se désintègre(nt) en donnant un ou plusieurs noyau(x) nouveau(x) et éventuellement une ou plusieurs particules.
- Une réaction nucléaire peut être spontanée ou provoquée. Dans les deux cas, elle peut être symbolisée par une équation qui obéit aux lois de conservation du nombre de masse et du nombre de charge.
- La radioactivité est la transformation spontanée d'un noyau en un autre plus stable avec émission d'un rayonnement.
- On distingue trois types de radioactivités :
  - la radioactivité  $\alpha$  (émission d'une particule  $\alpha$  : noyau d'atome d'hélium  ${}^4_2\text{He}$ ),
  - la radioactivité  $\beta^-$  (émission d'un électron  ${}^0_{-1}e$ ),
  - la radioactivité  $\beta^+$  (émission d'un positon  ${}^0_1e$ )
- L'émission  $\gamma$  est un phénomène corrélatif qui se produit chaque fois qu'un noyau fils est obtenu à l'état excité.
- La loi de décroissance radioactive est :  $N = N_0 e^{-\lambda t}$ , avec  $N_0$ , le nombre de noyaux présents dans l'échantillon à l'instant  $t = 0$  et  $\lambda$  la constante radioactive.
- La demi vie (ou période radioactive)  $T$  d'une substance radioactive est la durée au bout de laquelle le nombre de noyaux initialement présents diminue de moitié.
 
$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$
- L'activité  $A$  d'une substance radioactive est donnée par le nombre moyen de désintégrations par unité de temps,  $A = A_0 e^{-\lambda t}$  où  $A_0$  désigne l'activité à l'instant  $t = 0$ .
- A cause du défaut de masse qui en résulte, une réaction nucléaire libère de l'énergie.
- Un noyau lourd subit une réaction de fission lorsque, sous l'action d'un neutron lent, il se scinde en deux noyaux de masses comparables.
- La fusion est une réaction nucléaire au cours de laquelle des noyaux très légers fusionnent en un noyau moins léger.
- Les énergies libérées par les réactions nucléaires sont énormes ; toutefois, l'énergie libérée par la fusion est plus grande que celle libérée par la fission.

# Exercices

## Exercice résolu

### ÉNONCÉ

**I – 1°)** Dans un réacteur nucléaire, un noyau d'uranium 235 capte un neutron lent et subit une fission symbolisée par l'équation suivante :



Déterminer les nombres A et Z en précisant les lois utilisées.

**2°)** Dans le même réacteur, l'isotope  ${}_{92}^{238}\text{U}$  de l'uranium peut capter un neutron rapide et se transformer en isotope 239 de l'uranium. Le noyau obtenu est radioactif. Par deux désintégrations successives spontanées de type  $\beta^-$ , il se transforme en plutonium.

Ecrire l'équation de chacune des désintégrations  $\beta^-$  et préciser les nombres de masse et de charge du noyau de plutonium formé.

**3°) a)** L'isotope  ${}_{92}^{234}\text{U}$  de l'uranium est radioactif  $\alpha$ . Ecrire l'équation de sa désintégration radioactive et identifier le noyau X formé en se référant au tableau suivant :

| Élément               | Hélium            | Neptunium                | Uranium                 | Protactinium             | Thorium                  |
|-----------------------|-------------------|--------------------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Symbole du noyau      | ${}_2^4\text{He}$ | ${}_{93}^{236}\text{Np}$ | ${}_{92}^{234}\text{U}$ | ${}_{91}^{231}\text{Pa}$ | ${}_{90}^{230}\text{Th}$ |
| Masse du noyau (en u) | 4,0015            | 235,9956                 | 233,9904                | 230,9860                 | 229,9737                 |

**b)** Calculer en MeV et en joule l'énergie libérée par la désintégration d'un noyau d'uranium 234, puis celle libérée par un échantillon d'un gramme de cette substance radioactive.

**c)** En admettant que l'énergie libérée par la désintégration est répartie entre le noyau X et la particule  $\alpha$  sous forme d'énergie cinétique et que le rapport des énergies cinétiques du noyau X et de la particule  $\alpha$  est égal à l'inverse du rapport de leurs masses :

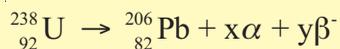
- déduire l'énergie cinétique de la particule  $\alpha$  ainsi que celle du noyau X.
- calculer la vitesse de la particule  $\alpha$ .

**d)** Certaines particules  $\alpha$  émises ont en réalité une énergie cinétique égale à 13 MeV. L'écart entre cette valeur et la valeur calculée est expliqué par l'émission de radiations  $\gamma$ .

En déduire l'énergie de chacun des photons  $\gamma$  émis en même temps que ces particules  $\alpha$  et calculer la longueur d'onde  $\lambda$  de l'onde associée.

**II –** L'uranium 238 est à l'origine d'une famille radioactive qui conduit à l'isotope stable du plomb  ${}_{82}^{206}\text{Pb}$ . Les désintégrations successives s'accompagnent d'une émission de particules  $\alpha$ .

ou de particules  $\beta^-$ . Les noyaux intermédiaires étant d'une durée de vie suffisamment courte, on peut négliger leur présence dans les produits de la transformation. On assimile donc l'ensemble à une réaction unique :



1°) Déterminer les coefficients  $x$  et  $y$ .

2°) On suppose qu'à l'instant  $t = 0$  de formation de minerai contenant de l'uranium 238, celui-ci ne contient aucun noyau de plomb 206.

On désignera par :

$N_0$  le nombre initial de noyaux d'uranium 238.

$N$  le nombre moyen de noyaux d'uranium 238 qui subsistent à l'instant  $t$ .

$N'$  le nombre moyen de noyaux de plomb présents à l'instant  $t$ .

a) Exprimer le nombre moyen  $N'$  de noyaux de plomb présents à l'instant  $t$  dans le minerai considéré en fonction de  $t$ ,  $\lambda$  et  $N$ .

b) Exprimer l'âge du minerai en fonction de la période  $T$  de l'uranium  ${}_{92}^{238}\text{U}$  et du rapport  $\frac{N'}{N}$ .

On pourra supposer  $t \ll T$  et pour  $\varepsilon$  petit, on prendra  $e^\varepsilon \approx 1 + \varepsilon$ .

c) Application numérique : sachant qu'à l'instant  $t$ , l'échantillon du minerai contient 1g d'uranium 238 et 10 mg de plomb, calculer l'âge du minerai.

On donne :  $T({}_{92}^{238}\text{U}) = 4,5 \cdot 10^9$  ans,

$$M(\text{U}) = 238 \text{ g.mol}^{-1},$$

$$M(\text{Pb}) = 206 \text{ g.mol}^{-1},$$

$$\ln 2 = 0,693,$$

$$1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV.c}^{-2},$$

$$1 \text{ MeV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J},$$

$$\text{nombre d'Avogadro } N_A = 6,02 \cdot 10^{23},$$

$$\text{constante de Planck } h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s},$$

$$\text{célérité de la lumière } c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}.$$

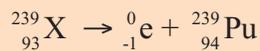
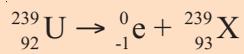
**SOLUTION**

1- 1°) D'après la loi de conservation du nombre de masse, on peut écrire :

$$235 + 1 = 94 + A + 2, \text{ ce qui donne : } \underline{A = 140}$$

D'après la loi de conservation du nombre de charge, on peut écrire :  $92 = Z + 54$ , ce qui donne :  $\underline{Z = 38}$

2°) En respectant les lois de conservation précédentes, les équations des désintégrations  $\beta^-$  s'écrivent :



**Remarque :** On peut identifier, à l'aide du tableau périodique, la particule X intermédiaire à un noyau de neptunium Np.



La loi de conservation du nombre de masse donne :  $A = 234 - 4 = 230$

Celle de conservation du nombre de charge donne :  $Z = 92 - 2 = 90$ .

Le noyau formé est donc l'isotope 230 du thorium :  ${}_{90}^{230}\text{Th}$

b) Soit  $\Delta m$ , le défaut de masse qui accompagne la réaction nucléaire :

$$\Delta m = 233,9904 - [4,0015 + 229,9737] = 1,52 \cdot 10^{-2} \text{ u},$$

comme  $1\text{u} = 931,5 \text{ MeV} \cdot \text{c}^{-2}$ , on aura :  $\Delta m \approx 14,16 \text{ MeV} \cdot \text{c}^{-2}$ , d'où une libération d'énergie

$$\underline{W_1 = 14,16 \text{ MeV}}, \text{ soit } \underline{2,26 \cdot 10^{-12} \text{ J}}.$$

Soit  $W$ , l'énergie libérée par un échantillon de masse  $m = 1 \text{ g}$  d'uranium 234.

$W = nW_1$  avec  $n$ , nombre de noyaux contenus dans  $m = 1 \text{ g}$  d'uranium 234 et  $W_1$ , l'énergie libérée par la désintégration d'un noyau d'uranium 234.

$$W = \frac{m \mathcal{N}}{M} W_1 \quad \text{où } \mathcal{N} \text{ désigne le nombre d'Avogadro et } M \text{ la masse molaire atomique de l'uranium 234.}$$

$$\text{A.N : } \underline{W = 3,64 \cdot 10^{22} \text{ MeV}} ; \underline{\text{soit } 5,8 \cdot 10^9 \text{ J}}.$$

c) L'énergie libérée par la réaction nucléaire se répartit, sous forme d'énergie cinétique, entre la particule  $\alpha$  et le noyau de thorium ; on peut écrire :

$$W = E_c(\alpha) + E_c(\text{Th}) \quad (1)$$

$$\text{On a aussi : } \frac{E_c(\alpha)}{E_c(\text{Th})} = \frac{m_{\text{Th}}}{m_\alpha}$$

En exprimant  $E_c(\alpha)$  en fonction de  $E_c(\text{Th})$  on aura :  $E_c(\alpha) = \frac{m_{\text{Th}} E_c(\text{Th})}{m_a}$  (2)

En combinant (1) et (2), il vient :  $E_c(\text{Th}) \left[ 1 + \frac{m_{\text{Th}}}{m_\alpha} \right] = W$ . D'où :

$$E_c(\text{Th}) = \frac{m_\alpha}{m_\alpha + m_{\text{Th}}} W \quad \text{et} \quad E_c(\alpha) = \frac{m_{\text{Th}}}{m_\alpha + m_{\text{Th}}} W$$

Soit numériquement :  $E_c(\text{Th}) = 0.242 \text{ MeV}$  ;  $E_c(\alpha) = 13.918 \text{ MeV}$

La particule  $\alpha$  emporte la majeure partie de l'énergie libérée, soit  $\frac{E_c(\alpha)}{W} \cdot 100 = 98,2\%$

Vitesse de la particule  $\alpha$  :  $E_c(\alpha) = \frac{1}{2} m v_\alpha^2$  d'où :  $\| \vec{v}_\alpha \| = \sqrt{\frac{2E_c(\alpha)}{m_\alpha}}$ , soit numériquement :

$$\| \vec{v}_\alpha \| = 2,59 \cdot 10^7 \text{ m.s}^{-1}$$

d – L'énergie du photon  $\gamma$  est :  $E_\gamma = 13,918 - 13,000 = 0,918 \text{ MeV}$ .

On sait que  $E_\gamma = \frac{hc}{\lambda}$ , d'où :  $\lambda = \frac{hc}{E_\lambda}$ . A.N :  $\lambda = 1,35 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ .

II – 1°) L'écriture des lois de conservation du nombre total de nucléons et du nombre total de charges permet de déterminer  $x$  et  $y$ . On a les deux équations suivantes :

$$238 = 206 + 4x \quad \text{et} \quad 92 = 82 + 2x - y$$

D'où :  $x = 8$  et  $y = 6$ .

2°) a) Le nombre moyen de noyaux  $N'$  de plomb présents à l'instant  $t$  est égal au nombre moyen de noyaux d'uranium 238 désintégrés entre l'instant  $t = 0$  et l'instant  $t$ , soit :

$$N' = N(e^{\lambda t} - 1)$$

b) Le résultat précédent permet d'écrire :  $\frac{N'}{N} = e^{\lambda t} - 1 = e^{\frac{\ln 2}{T} t} - 1$ . Or  $t \ll T$  fait que le terme

$$\frac{\ln 2}{T} t = \varepsilon \quad \text{est très petit ; on peut donc utiliser l'approximation : } e^{\frac{\ln 2}{T} t} \approx 1 + \frac{\ln 2}{T} t$$

On a donc  $\frac{N'}{N} = \frac{\ln 2}{T} t$ , ce qui donne l'âge du minerai :  $t = \frac{N'}{N} \frac{T}{\ln 2}$

c) Le nombre moyen de noyaux d'uranium 238 présents dans un échantillon de masse  $m_U = 1 \text{ g}$  est :  $N_U = N = \frac{m_U \mathcal{N}}{M_U}$  ; celui de noyaux de plomb 206 présents dans un échantillon de  $m_{\text{Pb}} = 10 \text{ mg}$  est :  $N_{\text{Pb}} = N' = \frac{m_{\text{Pb}} \mathcal{N}}{M_{\text{Pb}}}$  ;  $\mathcal{N}$  désigne le nombre d'Avogadro.

$$t = \frac{N'}{N} \frac{T}{\ln 2} = \frac{m_{\text{Pb}}}{m_U} \frac{M_U}{M_{\text{Pb}}} \frac{T}{\ln 2}; \quad \text{soit numériquement : } t = 75 \cdot 10^6 \text{ ans.}$$

# Exercices à résoudre

## Tests rapides des acquis

### 1 Items "vrai ou faux"

Evaluer les propositions suivantes par vrai ou faux.

- 1- La radioactivité est une transformation nucléaire spontanée.
- 2- La radioactivité est toujours une transformation lente.
- 3- Le nombre de noyaux désintégrés d'une substance radioactive ne dépend que du temps.
- 4- L'activité d'une substance radioactive est proportionnelle au temps.
- 5- La demi vie d'un élément radioactif est aussi la durée au bout de laquelle la masse d'un échantillon de cet élément diminue de moitié.
- 6- Au cours de toute réaction nucléaire, les lois de conservation de la charge totale et du nom-

- bre total de nucléons sont toujours respectées.
- 7- Les réactions de fission et de fusion sont des réactions nucléaires spontanées.
- 8- Dans une bombe à hydrogène, la réaction de fusion qui se produit est amorcée par une réaction de fission.
- 9- L'énergie du soleil est due à une réaction de fusion transformant l'isotope  ${}^1_1\text{H}$  de l'hydrogène en hélium  ${}^4_2\text{He}$ .
- 10- Le rayonnement  $\gamma$  est beaucoup plus pénétrant que les rayonnements  $\alpha$  et  $\beta$ . Il provoque de nombreuses ionisations dans l'organisme et est de ce fait très dangereux.

### 2 Questions à Choix Multiples

Préciser pour chacune des questions suivantes, la (ou les ) proposition(s) juste(s).

I – Une réaction nucléaire :

- a- est accélérée par l'utilisation d'un catalyseur,
- b- est ralentie par une augmentation de pression,
- c- ne dépend pas des facteurs habituels des transformations chimiques tels que la pression, la température et le catalyseur.

II – La radioactivité d'une substance radioactive :

- a- est un phénomène nucléaire,
- b- dépend de la combinaison chimique dans laquelle est engagé le noyau radioactif,
- c- est la même pour tous les isotopes d'un même élément.

III – Une réaction nucléaire est :

- a- toujours spontanée,
- b- toujours provoquée,
- c- selon le cas, spontanée ou provoquée.

IV – La loi de décroissance radioactive s'exprime par la relation :

- a-  $N = N_0 e^{-\lambda t}$ ,
- b-  $N = N_0 e^{\lambda t}$ ,
- c-  $N = N_0 (1 - e^{-\lambda t})$ .

V – La période radioactive ou demi vie d'un élément radioactif est la durée nécessaire pour que le nombre des noyaux initialement présents dans l'échantillon:

- a- diminue de moitié,
- b- diminue du quart,

c- augmente de la moitié.

**VI** – Au cours d'une réaction nucléaire, il y a :

a- seulement conservation du nombre total de nucléons,

b- seulement conservation de la charge électrique totale,

c- à la fois conservation du nombre total de nucléons et conservation de la charge électrique totale.

**VII**– Deux échantillons contiennent le même nombre de noyaux. Ceux du premier échantillon ont une demi vie plus courte que ceux du deuxième. L'activité initiale du premier échantillon est :

a- supérieure à celle du deuxième,

b- inférieure à celle du deuxième,

c- égale à celle du deuxième.

**VIII**– Du fait que le rayonnement  $\gamma$  est plus pénétrant que  $\beta$  et  $\alpha$  :

a- il est utilisé en médecine sans aucune pré-

caution car il ne présente aucun danger,

b- il est très dangereux mais tout de même il est utilisé en médecine avec beaucoup de précautions (gammathérapie) pour traiter certains cancers,

c- il est très dangereux pour les cellules vivantes et il n'est jamais utilisé en médecine.

**IX** – Une réaction de fission :

a- Consiste en la capture d'un neutron par un noyau lourd qui se scinde alors en noyaux plus légers,

b- donne toujours un noyau de masse plus importante,

c- libère une faible quantité d'énergie.

**X** – Une réaction de fusion de deux noyaux légers:

a- donne toujours un noyau plus stable que les noyaux initiaux,

b- donne toujours un noyau de masse plus faible et libère de l'énergie.

c- donne toujours un noyau unique.



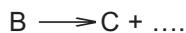
## Exercices d'application

### 3

Compléter le tableau suivant :

|                    | A                        | B                        | C                          | D                          | E                          |
|--------------------|--------------------------|--------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| Noyau              | ${}^{214}_{82}\text{Po}$ | ${}^{210}_{82}\text{Pb}$ | ${}^{\dots}_{83}\text{Bi}$ | ${}^{\dots}_{82}\text{Po}$ | ${}^{\dots}_{82}\text{Pb}$ |
| Nombre de masse    |                          |                          | 210                        | 210                        |                            |
| Nombre de charge   |                          | 82                       | 83                         |                            |                            |
| Nombre de neutrons | 130                      |                          |                            | 126                        | 124                        |

Compléter les réactions nucléaires suivantes et identifier la particule formée:



### 4

L'uranium 238 donne plusieurs désintégrations successives : x désintégrations de type  $\alpha$  et y désintégrations de type  $\beta^-$  et se transforme en  ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ . Le radium 226, lui même radioactif,

conduit par plusieurs désintégrations

successives à un isotope stable  ${}^{206}_{82}\text{Pb}$ , après avoir subi x' désintégrations de type  $\alpha$  et y' désintégrations de type  $\beta^-$ . Déterminer x, y, x' et y'.

### 5

Etant radioactif, le polonium  ${}^{218}_{84}\text{Po}$  se désintègre en un noyau de plomb  ${}^A_Z\text{Pb}$  avec émission d'une particule  $\alpha$ .

1°) Ecrire l'équation de la réaction de désintégration en précisant les lois de conservation qui la régissent.

2°) Le noyau  ${}^A_Z\text{Pb}$  est radioactif de période T. Un échantillon de  ${}^A_Z\text{Pb}$  a une masse  $m_0 = 40$  mg à un instant de date  $t = 0,54$  minutes plus tard, il n'en reste que  $m = 10$  mg. Déterminer la valeur de la période T ainsi que celle de la constante radioactive  $\lambda$  de  ${}^A_Z\text{Pb}$ .

D'après Bacc. Juin 2004. Session principale. Section sport

**6** L'isotope  $^{226}_{88}\text{Ra}$  du radium est radioactif ; il émet un rayonnement  $\alpha$  et se transforme en un isotope du radon  $^A_Z\text{Rn}$ .

1°) Ecrire l'équation de cette désintégration en précisant les valeurs de Z et A.

2°) Les masses des noyaux intervenant dans la désintégration précédente sont respectivement :

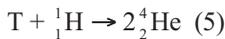
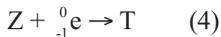
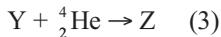
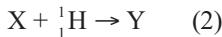
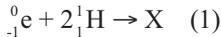
$$M(\alpha) = 4,0015 \text{ u} ; M(^A_Z\text{Rn}) = 221,9703 \text{ u} ;$$

$$M(^{226}_{88}\text{Ra}) = 225,9771 \text{ u}.$$

Calculer l'énergie totale libérée par la désintégration d'un noyau de radium  $^{226}_{88}\text{Ra}$ .

On donne :  $1\text{u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  ;  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

**7** Selon Bethe et Critchfield (1938), l'une des hypothèses possibles pour expliquer l'énergie fournie par le soleil est d'envisager la succession suivante des réactions nucléaires :



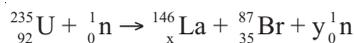
X, Y, Z et T représentent les noyaux.

1°) Equilibrer les cinq équations nucléaires précédentes et identifier les noyaux X, Y, Z et T en se référant au tableau suivant :

|    |    |   |   |   |   |   |    |
|----|----|---|---|---|---|---|----|
| H  |    |   |   |   |   |   | He |
| Li | Be | B | C | N | O | F | Ne |

2°) Faire le bilan des cinq équations précédentes. Quel est le type de la réaction obtenue ?

**8** 1°) Sous l'impact d'un neutron lent  $^1_0\text{n}$ , un noyau d'uranium  $^{235}_{92}\text{U}$  peut subir avec libération d'énergie la fission suivante :

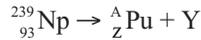
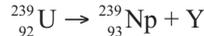
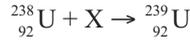


a) Déterminer x et y en précisant les lois utilisées.

b) Expliquer l'origine de l'énergie libérée au cours de cette réaction nucléaire.

2°) Le bombardement d'un noyau  $^{238}_{92}\text{U}$  par une

particule X déclenche une série de réactions nucléaires dont les trois premières sont :

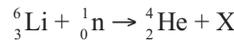


a) Identifier les particules X et Y.

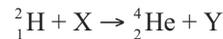
b) Déterminer A et Z du noyau de plutonium.

**9** Pour réaliser une réaction de fusion, on procède comme suit :

**Première étape** : bombardement du lithium par des neutrons



**Deuxième étape** : réaction de fusion



1°) Identifier X et Y.

2°) Ecrire l'équation bilan correspondant à ces deux étapes.

**10** 1°) Le noyau d'uranium  $^{238}_{92}\text{U}$  peut capturer un neutron sans émission d'aucun rayonnement.

a) Ecrire l'équation de cette réaction nucléaire.

b) Le noyau obtenu est radioactif, sa désintégration conduit à l'isotope du plutonium  $^{239}_{94}\text{Pu}$ .

Ecrire l'équation en précisant le nombre et la nature des particules émises au cours de cette réaction nucléaire.

2°) On bombarde un noyau d'uranium 235 par un neutron, il se produit la réaction nucléaire suivante :



a) Déterminer A et Z.

b) Quel est le type de cette réaction nucléaire ?

**11** Le brome  $^{77}_{35}\text{Br}$  est un émetteur  $\beta^+$ , il donne comme noyau fils un isotope de l'élément sélénium Se, avec émission éventuelle d'un rayonnement  $\gamma$ . Sa période radioactive est de 57 h. Il est utilisé en imagerie médicale.

1°) Ecrire l'équation traduisant la désintégration d'un noyau de brome 77.

2°) Calculer la constante radioactive  $\lambda$ .

3°) Un échantillon a une activité initiale de  $5,7 \cdot 10^{15} \text{ Bq}$ . Calculer le nombre moyen  $N_0$  de noyaux au moment de la mesure.

## Exercices de synthèse

**12 A - 1°)** Le polonium 210 ( $^{210}_{84}\text{Po}$ ) est radioactif  $\alpha$ . Ecrire l'équation de la réaction de sa désintégration sachant que le noyau fils est un isotope du plomb.

**2°)** En admettant que toute l'énergie libérée par la réaction est communiquée aux particules formées sous forme d'énergie cinétique et que le rapport des énergies cinétiques du noyau de plomb et de la particule  $\alpha$  est égal à l'inverse du rapport de leur masse, calculer l'énergie  $E_c(\alpha)$  de la particule  $\alpha$  émise et celle  $E_c(\text{Pb})$  du noyau fils, immédiatement après la désintégration. On exprimera ces énergies en MeV. Calculer la vitesse de la particule  $\alpha$  et celle du noyau fils.

**On donne :**  $M(\alpha) = 4,0015 \text{ u}$  ;

$M(^{210}_{84}\text{Po}) = 209,9368 \text{ u}$  ;  $M(^{206}_{82}\text{Pb}) = 205,9295 \text{ u}$

$1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV}\cdot\text{c}^{-2}$  ;  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

**B –** L'isotope 137 du césium  $^{137}_{55}\text{Cs}$  est radioactif  $\beta^-$ . Le noyau  $^A_Z\text{Ba}$  obtenu à la suite de cette désintégration peut être soit dans l'état fondamental, soit dans un état excité à la suite duquel il reviendra à son état fondamental.

**I -** On ne considèrera que le cas où le noyau obtenu est dans son état fondamental.

**1°)** Déterminer A et Z et écrire l'équation de la réaction nucléaire qui a lieu.

**2°)** En utilisant les données consignées dans le tableau suivant, calculer en MeV et en joules l'énergie libérée au cours de cette désintégration.

|                    |                     |                        |                 |
|--------------------|---------------------|------------------------|-----------------|
| Particule ou noyau | $^0_{-1}\text{e}$   | $^{137}_{55}\text{Cs}$ | $^A_Z\text{Ba}$ |
| Masse en u         | $5,5 \cdot 10^{-4}$ | 136,8768               | 136,8743        |

On rappelle que  $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .

Dire, sans calcul, sous quelles formes se retrouve cette énergie ?

**II –** On considère maintenant toutes les désintégrations possibles du césium 137. On rappelle que le nombre N des noyaux restants à l'instant t s'exprime en fonction du nombre  $N_0$  des noyaux présents à l'instant  $t = 0$  par la relation  $N = N_0 e^{-\lambda t}$ , où  $\lambda$  est une constante égale dans ce cas à  $8,4 \cdot 10^{-10} \text{ s}^{-1}$ . Calculer en secondes et en années la période T.

**13** L'élément carbone est composé principalement de deux isotopes stables, le  $^{12}_6\text{C}$  (98,9%) et le  $^{13}_6\text{C}$  (1,1%). D'autre part, le carbone contient encore une très petite partie de l'isotope radioactif  $^{14}_6\text{C}$  de période  $T = 5730$  années, qui est formé continuellement sous forme de dioxyde de carbone dans l'atmosphère terrestre, par effet des radiations cosmiques et qui se mélange par l'intermédiaire du cycle  $\text{CO}_2$  de la nature, aux isotopes  $^{12}_6\text{C}$  et  $^{13}_6\text{C}$ .

**1°)** Donner la relation entre la constante radioactive  $\lambda$  et la période T.

**2°)** Pour le taux de désintégration du carbone participant au cycle  $\text{CO}_2$  de la nature, on trouve la valeur de 13,6 désintégrations par minute et par gramme de carbone. Quand une matière végétale, par exemple un arbre, meurt elle ne participe plus au cycle  $\text{CO}_2$  de la nature. Par conséquent, le taux de décomposition de carbone diminue.

Pour un morceau de bois ayant fait partie d'un navire Viking, on mesure en 1983, 12 désintégrations par minute et par gramme de carbone. En quelle année l'arbre ayant fourni ce bois a-t-il été abattu ?

**3°)** Quelle est la valeur du rapport isotopique  $\frac{^{12}_6\text{C}}{^{14}_6\text{C}}$  du carbone participant au cycle  $\text{CO}_2$  de la nature ?

**On donne :** Une année = 365 jours. Nombre d'Avogadro  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .

**14** Le radium  $^{226}_{88}\text{Ra}$  se désintègre en émettant une particule  $\alpha$  et en produisant un noyau  $^A_Z\text{X}$  dans son état fondamental.

**1°)** Sachant que  $^A_Z\text{X}$  est un isotope du radon, écrire l'équation bilan de la désintégration en explicitant les règles utilisées.

**2°)** Le noyau  $^A_Z\text{X}$  est également radioactif. On désire déterminer la période radioactive de ce noyau. A l'instant  $t = 0$ , on dispose d'un

échantillon contenant  $N_0$  noyaux ; à l'instant  $t$ , ce nombre devient  $N$ . On obtient le tableau de mesures suivant :

|            |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| t (heures) | 0    | 20   | 40   | 60   | 80   | 100  | 120  | 140  | 160  | 180  | 200  |
| $\ln N$    | 6,90 | 6,75 | 6,60 | 6,45 | 6,30 | 6,15 | 6,00 | 5,85 | 5,70 | 5,55 | 5,40 |

- a) Tracer la courbe :  $\ln N = f(t)$ .
- b) Dédire de la courbe obtenue l'expression de la loi de décroissance radioactive.
- c) Déterminer la période radioactive  $T$  en jours du noyau  ${}^A_Z X$ .
- 3°) Sachant que le rapport de l'énergie cinétique du noyau formé et de l'énergie cinétique de la particule  $\alpha$  émise est égal à l'inverse du rapport de leurs masses, déterminer la valeur de ce rapport. Quelle remarque vous suggère-t-il ?
- 4°) En supposant que l'énergie libérée par la désintégration se trouve en totalité sous forme d'énergie cinétique, calculer la vitesse de la particule  $\alpha$  sachant que l'énergie libérée vaut 4,5 MeV.
- 5°) En réalité, le phénomène de désintégration est accompagné de l'émission d'une radiation électromagnétique de longueur d'onde  $\lambda = 2,5 \cdot 10^{-11}$  m.
- a) Interpréter ce phénomène.
- b) Calculer la valeur de l'énergie cinétique de la particule  $\alpha$  compte tenu de l'émission du photon.

**On donne :**

- Masse du noyau d'hélium = 4,0015 u.
- Masse du noyau de radon = 221,9771 u.
- $1 \text{ u} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  ;  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$  ;
- $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$  ;  $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .

D'après Bacc. Juin 1997

## 15

L'image scintigraphique utilise des traceurs et des marqueurs. Un traceur est une substance qui peut se localiser de façon sélective au niveau d'une structure particulière de l'organisme. Un marqueur est un noyau qui se prête aisément à une détection externe. Il émet des rayonnements  $\gamma$  qui sont détectés à l'extérieur de l'organisme à l'aide d'une caméra à scintillation (gammacamera).

L'association d'un traceur et d'un marqueur per-

met, grâce au marqueur, de suivre l'évolution du traceur dans l'organisme.

Pour réaliser des scintigraphies thyroïdiennes, l'iode radioactif est le traceur physiologique de référence, il sert à la fois de traceur et de marqueur. On utilise pour cela soit l'iode 131 ( ${}^{131}_{53}\text{I}$ ) soit l'iode 123 ( ${}^{123}_{53}\text{I}$ ). Il est possible, après administration de faibles doses d'iode 131, par exemple, d'obtenir une scintigraphie de la thyroïde reflétant la distribution de la radioactivité au sein de l'organe.

I – 1°) L'iode 123 est produit par réaction nucléaire entre des deutons  ${}^2_1\text{H}$  de haute énergie et du tellure  ${}^{122}_{52}\text{Te}$ . Écrire l'équation de cette réaction nucléaire.

2°) L'iode 131 de demi vie  $T = 8$  jours est émetteur  $\beta^-$  et  $\gamma$ . Écrire l'équation de sa désintégration sachant qu'il se forme un noyau de xénon. Calculer en MeV l'énergie libérée par cette réaction nucléaire.

**On donne :**  $m({}^{131}_{53}\text{I}) = 130,87705 \text{ u}$  ;  
 $m({}^A_Z\text{Xe}) = 130,87545 \text{ u}$  ;  $m({}^0_{-1}\text{e}) = 5,486 \cdot 10^{-4} \text{ u}$ .  
 $1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV.c}^{-2}$ .

3°) Pour une scintigraphie thyroïdienne, un patient adulte doit ingérer par voie orale une quantité d'iode 131 d'activité  $A_0$ . Le délai entre l'administration du traceur et la réalisation des images est de 24 h. Quelle est en fonction de  $A_0$ , l'activité  $A$  de l'iode 131 dans le corps au moment où les images sont réalisées ?

II – 1°) L'iode 123 est émetteur  $\gamma$  pur de demi vie  $T' = 13,2$  h.

Pour une scintigraphie thyroïdienne, il faut injecter à un patient adulte une quantité d'iode 123 d'activité égale à  $6,4 \cdot 10^6$  Bq. Tracer la courbe représentant  $A$  en fonction du temps. On représentera simplement les activités correspondant à  $T$ ,  $2T$ ,  $3T$ ,  $4T$ ...

2°) La réalisation des images se fait entre 2 et 4 h après administration de l'iode. Déterminer graphiquement l'activité de l'iode 123 au bout de 4 h. Que vaudrait-elle si on réalisait, comme dans le cas de l'iode 131, une image 24 h après l'injection ?

**16** Le cobalt  ${}_{27}^{60}\text{Co}$  est radioactif  $\beta^-$ , avec

une demi vie  $T = 5,27$  ans.

Le noyau fils est émis dans un état excité. Il revient à l'état fondamental en émettant

un rayonnement  $\gamma$ . En médecine, ce rayonnement est utilisé pour traiter certains cancers en irradiant de l'extérieur, les tumeurs afin de les détruire. On utilise ainsi des bombes à cobalt.

Le noyau fils du cobalt 60 se désexcite par deux rayonnements de longueurs d'onde  $1,6 \cdot 10^{-12}$  m et  $1,8 \cdot 10^{-12}$  m.

1°) Ecrire l'équation de la désintégration du cobalt 60 et celles de la désexcitation de son noyau fils.

2°) Au bout de quelle durée la bombe à cobalt aura-t-elle perdu 90% de son activité ?

3°) Chaque électron émis possède une énergie cinétique de  $4,5 \cdot 10^{-14}$  J qu'il transmet intégralement au tissu humain qui l'absorbe.

Quelle est l'énergie transmise par unité de temps au tissu humain par une bombe d'activité  $1,7 \cdot 10^{18}$  Bq ? On suppose que seuls 10% des électrons émis sont dirigés vers la cible.

4°) Quelle est l'énergie transmise aux tissus humains pendant une exposition de 0,8 seconde ?

5°) Si l'on considère qu'une exposition de 10 secondes à proximité immédiate d'une source dont l'activité est voisine de  $10^{14}$  Bq est dangereuse, que peut-on dire de celle nécessaire à l'utilisation de la bombe à cobalt ?



## 17 Etude de texte

Le 26 février 1896, Henri Becquerel tente d'exciter la fluorescence de certains composés chimiques en les exposant au soleil dans l'espoir qu'ils impressionnent ensuite des plaques photographiques. Le sulfure de calcium semble donner des résultats, mais ceux-ci ne sont pas reproductibles. En revanche, le sulfate

double d'uranium paraît, après avoir été exposé au soleil, voiler les émulsions photographiques...

Le soleil a du mal à percer en cette journée d'hiver. Dépité, il enferme dans un tiroir les sels d'uranium qu'il voulait exposer et les plaques photographiques. Il ne les développe que quatre jours plus tard. Surprise, elles sont impressionnées. Un nouveau phénomène vient d'être découvert : il y a émission d'un rayonnement invisible dont les effets sont similaires à ceux des rayons X...

En 1898, Pierre Curie propose le mot radioactivité pour désigner ce phénomène qui ébranla le monde scientifique.

Henri Becquerel (1852–1908) est considéré comme le père de la radioactivité. Son fils Jean écrit à propos des travaux de son père :

«Les caractères fondamentaux de ce phénomène sont :

1°) L'émission est spontanée et d'une constance remarquable : de larges variations de température ne la modifient pas.

2°) Le dégagement d'énergie (émission de rayonnement) appartient en propre à l'atome, c'est-à-dire qu'il ne dépend aucunement de l'état de combinaison de l'uranium, alors que les autres propriétés physiques ou chimiques changent d'un composé à l'autre. »

### Questions

1°) Quelle est la part du hasard et celle de la perspicacité scientifique dans le déroulement de cette découverte ?

2°) Quelle est la nature du rayonnement invisible qui impressionne les plaques photographiques dans les expériences de Becquerel ?

3°) Comment Becquerel appelle-t-il les rayons émis par le sulfate double d'uranium ?

4) Expliquer pourquoi le phénomène découvert par Becquerel est une propriété de l'élément uranium.

# En savoir plus

## Usages médicaux de la radioactivité

Malgré les dangers que présentent les rayonnements radioactifs, il y a entre eux ceux qui sont utilisés en médecine.

En imagerie médicale (radiographie, scintigraphie...), on utilise certaines substances comme sources de rayonnement. Pour un examen scintigraphique (Fig.1a) de la thyroïde par exemple (Fig.1b), on administre au patient une faible dose d'iode  $^{123}$ . Cet isotope particulier est choisi pour sa faible période radioactive et son aptitude à migrer vers les différentes parties du corps.

L'enregistrement du rayonnement émis par la source permet de donner une image de la partie du corps dont l'exploitation permet de diagnostiquer son état.

La faible dose ingérée est bien supportée par l'organisme tant que l'opération n'est pas renouvelée trop souvent.

Cependant, pour les personnes souvent exposées aux rayonnements radioactifs, la radioprotection est indispensable par l'usage d'écrans (contre l'irradiation), voire même par l'usage de combinaisons qui protègent à la fois contre l'irradiation et la contamination. Il faut également diminuer la durée d'exposition et s'éloigner autant que possible de la source radioactive.



Fig.1a : Appareil permettant de faire une scintigraphie

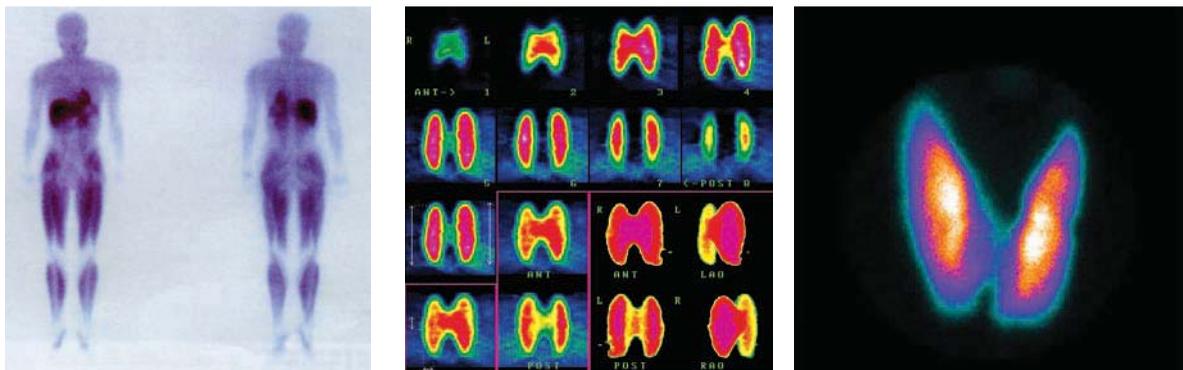


Fig.1b : Exemples de scintigraphies (corps humain et thyroïde)

## Rayonnements et santé

Les particules émises par une source radioactive transportent de l'énergie. Quand elles traversent un milieu matériel, elles perdent peu à peu cette énergie en provoquant une ionisation sur leur passage et finissent par s'arrêter : elles sont alors absorbées par le milieu.

### Les effets des rayonnements sur les cellules vivantes

Les particules  $\alpha$ , ayant un pouvoir ionisant très important, ont un pouvoir de pénétration très faible, de l'ordre de quelques micromètres. De ce fait, les rayons  $\alpha$  ne sont pas dangereux

pour la santé. Toutefois, il faut exclure une absorption interne qui peut provoquer une inhalation, une ingestion...

- Les particules  $\beta$ , ayant un pouvoir ionisant moins important que celui des particules  $\alpha$ , ont un pouvoir de pénétration de quelques millimètres et, de ce fait, le rayonnement  $\beta$  est dangereux pour la peau.

- Les rayons  $\gamma$  ne sont pas directement ionisants. L'interaction entre ces rayons et les atomes du milieu qu'ils traversent peut donner naissance à des électrons qui, eux, sont ionisants. L'ionisation peut donc avoir lieu après une profonde pénétration.

Les effets ionisants du rayonnement sont dangereux pour les êtres vivants étant donné que l'ionisation agit sur les tissus. Les ions qui en résultent sont nocifs pour les ADN et les enzymes.

L'ionisation peut provoquer, par exemple, la rupture des liaisons hydrogène, la séparation des sucres et des phosphates, rendant ainsi la duplication et la transcription de l'information génétique de l'ADN à l'ARN des cellules impossibles. L'effet principal des rayonnements est donc la perte de la capacité de reproduction ; les structures moléculaires nécessaires à la vie sont endommagées.

Une cellule endommagée peut, dans certains cas, redevenir normale d'elle-même par des processus biochimiques.

Généralement, les cellules sont très sensibles aux rayonnements au stade de la mitose ; celles qui sont les moins différenciées sont les plus sensibles, ce qui est le cas des cellules cancéreuses. C'est pourquoi certains rayonnements sont utilisés dans le traitement des cancers.

Un organisme peut être exposé de deux façons différentes aux rayonnements ionisants :

- Par **irradiation**, lorsque la source se trouve en dehors de l'organisme.
- Par **contamination**, lorsque la source est absorbée par l'organisme (ingestion, respiration...). Ce dernier se trouve exposé tant que la source n'est pas évacuée ou « morte ».

Les effets pathologiques des rayonnements sur l'homme dépendent de la dose énergétique reçue. Pour concrétiser « la quantité de rayonnement » reçue, on définit deux grandeurs et deux unités correspondantes.

- la **dose énergétique reçue** est la quantité d'énergie reçue par unité de masse. Son unité dans le système international est le Gray noté Gy et telle que  $1 \text{ Gy} = 1 \text{ J.kg}^{-1}$ .

- L'**équivalent de dose** tient compte du fait que, à énergies égales, toutes les particules ne sont pas également ionisantes. A chaque type de particule est associé un facteur de qualité Q (voir tableau ci-après).

L'équivalent de dose est le produit de ce facteur par la dose énergétique reçue, on l'exprime en sievert noté Sv.

| Particule                | $\alpha$ | $\beta$ | $\gamma$ | x |
|--------------------------|----------|---------|----------|---|
| Q (Sv.Gy <sup>-1</sup> ) | 20       | 1       | 1        | 1 |

Selon la dose énergétique reçue par l'homme, on distingue :

\* **Les effets somatiques** résultent d'une exposition de l'individu aux rayonnements entraînant une irradiation aiguë à fort débit de dose (0.5 Sv en quelques minutes), ces effets peuvent être :

- **précoces**: on peut avoir une irradiation de la peau provoquant des brûlures, des infections, des cancers voire la mort quand la dose est importante ; une irradiation des intestins (risque de perforation) ; une irradiation des yeux (cataracte), des gonades (stérilité)...

- **tardifs**: cancers et leucémies, peuvent se manifester plus de dix ans après l'irradiation.

La gravité de ces effets ne dépend pas de la dose reçue. Par contre, leur probabilité d'apparition augmente avec cette dose.

Signalons, à cet effet, que Irène et Frédéric Joliot Curie sont morts d'une leucémie.

\* **Les effets foeto-embryonnaires** sont à l'origine de malformations ou de la mort des embryons. L'irradiation de la femme enceinte est donc contre-indiquée car les tissus des embryons sont particulièrement radiosensibles. La fréquence, mais non la gravité, des effets génétiques (action sur la descendance du sujet irradié), augmente avec la dose reçue. Ces effets résultent d'une dose supérieure à 0.05 Sv.

### Effet d'une dose sur l'homme ( très simplifié)

| Dose reçue (Sv) | Symptômes précoces  | Symptômes tardifs  | Diagnostic   |
|-----------------|---|--|--|
| < 1             | Aucun   | Aucun  |  |
| 1 – 2           | Vomissements (24h)<br>Lymphocytes :<br>< 1500/mm <sup>3</sup>             | Possibilité d'induction de<br>cancers à long terme         | Survie 100%  |
| 2 – 5           | Vomissements<br>(3 à 4 jours)<br>Lymphocytes :<br>< 1000/mm <sup>3</sup>  | Infection<br>La moelle est atteinte                        | Mortalité possible sans<br>traitement, rare après<br>soins |
| 5 – 9           | Vomissements ininter-<br>rompus<br>Lymphocytes :<br>< 500/mm <sup>3</sup> | Hémorragies<br>Système gastro - intesti-<br>nal détruit    | Mort très probable<br>même avec des soins                  |
| > 9             | Troubles du système<br>nerveux<br>Lymphocytes : ≈ 0                       | Le système nerveux<br>central est partiellement<br>détruit | Mortalité 100% quel que<br>soit le traitement              |

D'après : Electricité de France.

## Energie nucléaire et électricité

Dans une centrale thermonucléaire, comme dans une centrale thermique au charbon ou au fuel, on transforme l'énergie thermique libérée par un combustible en énergie mécanique, puis électrique.

L'énergie thermique produite transforme l'eau en vapeur. Celle-ci actionne ensuite une turbine qui entraîne un alternateur produisant de l'énergie électrique. La vapeur qui alimente la turbine peut être produite soit directement dans le réacteur, soit par l'intermédiaire d'un échangeur.

Dans une centrale thermique classique, l'énergie thermique provient de la combustion dans la chaudière d'un combustible fossile (charbon, fuel-oil, gaz...) alors que dans une centrale nucléaire, l'énergie thermique provient de la fission des noyaux d'uranium dans le réacteur nucléaire.

### Principe de fonctionnement

Si le principe de fonctionnement d'une centrale nucléaire est simple, la technologie mise en œuvre est, en revanche, très complexe en raison des puissances mises en jeu, des rendements recherchés et des problèmes variés que pose la domestication de l'atome et des précautions qu'elle impose.

Une centrale nucléaire est constituée essentiellement :

- **d'un réacteur** (Fig.2) qui comporte :

\* une partie active ou cœur composé du combustible, du modérateur et d'un fluide dit caloporteur. Il assure la production d'énergie thermique.

Le combustible le plus couramment utilisé est l'uranium 235.

Le modérateur ralentit les neutrons pour entretenir la réaction en chaîne.

Le fluide caloporteur qui transforme l'énergie thermique, gazeux ou liquide, évacue hors du réacteur l'énergie thermique libérée par la fission nucléaire.

\* un dispositif de réglage et de sécurité servant à maintenir la réaction en chaîne à un niveau déterminé et à l'arrêter immédiatement en cas de situation anormale

### - des échangeurs d'énergie thermique

L'énergie thermique extraite du cœur du réacteur par le fluide de refroidissement est transmise par des échangeurs d'énergie thermique au circuit eau-vapeur. La vapeur produite dans les échangeurs alimente la turbine qui entraîne l'alternateur produisant l'électricité.

### Sécurité dans les centrales nucléaires

Un contrôle rigoureux de l'installation nucléaire est indispensable car le réacteur concentre une énorme quantité d'énergie et dégage une intense radioactivité. De coûteux mais indispensables dispositifs de sécurité sont mis en place.

D'une façon générale, les réacteurs nucléaires sont conçus de telle sorte que la réaction en chaîne a tendance à se ralentir quand la température augmente.

Dans tous les cas, la sécurité de fonctionnement est obtenue par :

- les barres de réglage qui permettent de maintenir la puissance du réacteur à un niveau donné,
- les barres de sécurité dont la chute automatique arrête la réaction en cas de détection d'anomalie de fonctionnement.

Dans le but de bien protéger l'environnement contre les rayonnements radioactifs, on dispose une gaine autour du combustible pour retenir les produits de fission. De plus, le réacteur est placé dans une cuve étanche entourée par une protection biologique dont le rôle est d'arrêter les radiations, et enfin une enceinte de sécurité dite aussi enceinte de confinement entoure l'ensemble de la partie nucléaire de la centrale. L'ensemble constitue le bâtiment réacteur conçu pour résister par exemple, à la chute d'un avion.

Malgré les mesures draconiennes de sécurité, l'accident de la centrale de Tchernobyl en Ukraine (Russie), survenu le 26 Avril 1986, a fait immédiatement une trentaine de morts et plusieurs centaines de milliers de personnes contaminés par le césium 137. L'accident est survenu suite à l'explosion du quatrième réacteur, encore en essai, et dans lequel la réaction en chaîne échappe au contrôle. Un énorme incendie détruit le site (Fig.3) et une haute radiation contamine rapidement la zone dans un rayon d'une trentaine de kilomètres, obligeant les autorités à évacuer d'urgence 130000 habitants.

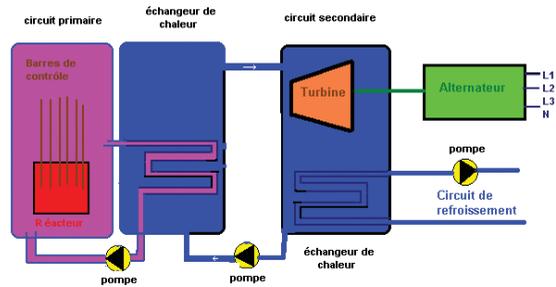


Fig.2 : Schéma simplifié d'une centrale nucléaire

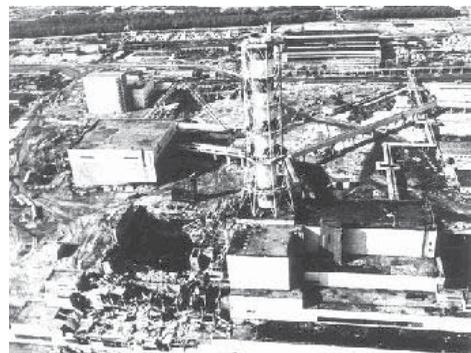


Fig.3 : Site dévasté de Tchernobyl

# Réponses aux exercices

## Chapitre 1

3. 1°)  $0,7 \mu\text{F}$ , 2°)  $8,8 \cdot 10^{-3} \text{ J}$   
 4. 1°)  $18 \mu\text{C}$ , 2°) a)  $0,9 \text{ V}$ , b)  $8,1 \cdot 10^{-6} \text{ J}$   
 5. 1°)  $0,24 \text{ s}$ , 2°) a)  $12 \text{ V}$ , b)  $3,6 \cdot 10^{-8} \text{ A}$   
 6. 1°)  $6 \cdot 10^{-4} \text{ A}$ , 2°)  $20 \text{ ms}$ , 3°)  $92 \text{ ms}$   
 7. 3°)  $1 \mu\text{s}$ , 4°)  $10^{-8} \text{ F}$   
 8. 1°)  $0,12 \text{ s}$ , 2°)  $12 \text{ k}\Omega$ , 3°)  $10 \mu\text{F}$   
 9. 3°)  $12 \text{ V}$ ,  $150 \text{ ms}$ , 4°)  $15 \text{ k}\Omega$

## Chapitre 2

3. a- Nord, b- Sud, c- Sud; d- Nord.  
 4. 1°) a)  $B_p$  et  $B_a$  sont opposés., b) La règle du bonhomme d'Ampère.  
 2°) a)  $B_p$  et  $B_a$  ont le même sens, b) La règle du bonhomme d'Ampère.  
 5. 1°)  $\frac{di}{dt} = -\frac{c}{L}$ . 2°)  $t \in [0, 5 \text{ ms}]$ ,  $\frac{di}{dt} = -6 \text{ A}\cdot\text{s}^{-1}$   
 $t \in [5, 8 \text{ ms}] \Rightarrow \frac{di}{dt} = 10 \text{ A}\cdot\text{s}^{-1}$ , 3°)  $t \in [0, 5 \text{ ms}]$ ,  
 $i = f(t)$  décroissante.  
 $t \in [5, 8 \text{ ms}]$ ,  $i = f(t)$  croissante.  
 6. 1°)  $u_{AB} = (12L.t + 6r.t^2) \cdot 10^{-3} \text{ V}$ . 2°)  $u_{AB} \simeq 6,06 \text{ V}$ .  
 7. 1°)  $t \in [0, 40 \text{ ms}] \Rightarrow u_{AB} = 3L$ ,  $-t \in [40, 50 \text{ ms}] \Rightarrow$   
 $u_{AB} = -12L$ , 2°)  $t \in [0, 40 \text{ ms}] \Rightarrow u_{AB} = 0,3V$   
 $-t \in [40, 50 \text{ ms}] \Rightarrow u_{AB} = -1,2V$   
 8. 1°)  $i(t)$  tend vers une limite  $I_0$ . 2°)  $I_0 = \frac{E}{r + R_0}$ .  
 3°)  $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{E}{L}$ . 4°) On remplace  $i$  par son expression. 5°)  $A = \frac{E}{R}$ ;  $\alpha = \frac{R}{L}$ . 6°)  $\tau = \frac{L}{R}$ ; pour  $t = 5 \cdot \tau$  le régime permanent s'établit.  
 9. a)  $I_0 = \frac{E}{R} = 0,1 \text{ A}$ . b)  $\tau = \frac{L}{R} = 0,83 \text{ ms}$ .  
 10. 1°)  $u_{AB} = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i$ . 2°)  $u_{BC} = R \cdot i$ . 3°) courbe 1:  $u_{BC}$ , courbe 2:  $u_{AB}$ . 4°)  $I_0 = \frac{E}{r + R} = 28,6 \text{ mA}$ .  
 5°)  $I_0 = \frac{u_{BC}}{R} \simeq 28,5 \text{ mA}$ . 6°) Méthode de tangente  
 7°)  $\tau = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ . 8°)  $\tau = \frac{L}{r + R}$ .  
 Donc,  $L = \tau \cdot (r + R) = 0,53 \text{ H}$ .  
 11. 2°)  $u_{AB} = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i$ . 3°) a)  $I_0 = \frac{u_r}{r'} = 0,1 \text{ A}$ . b)  $r' = 10 \Omega$ . 4°)  $\tau \simeq 10^{-3} \text{ s}$ . 5°)  $L = (r + r') \cdot \tau = 60 \text{ mH}$ .  
 6°)  $W = 0,3 \text{ mJ}$ .

12. 1°)  $I_0 = 50 \text{ mA}$ .  
 2°) a) la méthode de la tangente donne  $\tau = 22 \text{ ms}$ .  
 b)  $i(t_{1/2}) = \frac{I_0}{2} \rightarrow \tau = 22 \text{ ms}$ .  
 3°)  $L = R \cdot \tau = 1,1 \text{ H}$ .  
 4°)  $e \simeq 3,3 \text{ V}$ .

13. 1°) Le courant  $i$  circule de A vers B à travers la bobine.  $I = \frac{E}{R + r} = 0,6 \text{ A}$ .  
 2°) Le courant  $i$  circule de A vers B à travers la bobine, la diode est passante.  
 3°)  $W = m \cdot \|\vec{g}\| \cdot h = 36,3 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ .  
 $W_m = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 = 324 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ . Le rendement  $\tau = 11,2\%$ .

## Chapitre 3

3. 1°) Oscillations libres amorties;  
 2°)  $E = 1,52 \cdot 10^{-4} \text{ J}$ ; 4°)  $L = 2,67 \text{ H}$   
 4. 1°) L'amplitude décroît au cours du temps  
 2°)  $T = 6,5 \text{ ms}$ ; 3°)  $T_0 = 6,28 \text{ ms}$ . 4°)  $T_E = 3,3 \text{ ms}$ ;  
 5°)  $T = 2T_E$ .  
 7. 1°)  $T_0 = 4,0 \text{ ms}$  et  $T = 4,4 \text{ ms}$ , donc  $T > T_0$ .  
 2°)  $E_1 = 1,485 \mu\text{J}$  et  $E_7 = 0,145 \mu\text{J}$ .  
 3°b) L'énergie totale diminue au cours du temps.  
 9. 1°)  $Q_0 = 3 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ ; 2°b) Voir cours page 2°  
 d)  $U_m = 3 \text{ V}$ ,  $\phi = \pi/2 \text{ rad}$ ; 2°f)  $t_k = 0,75 T_0 + kT_0$ .  
 3°a)  $T > T_0$ ; 3°c)  $W_J = 32,2 \mu\text{J}$ .  
 10. 1°) L'amplitude des oscillations diminue.  
 2°b)  $L = 0,255 \text{ H}$ ; 25%  
 11. 1°a)  $A = t=0$ ,  $u_C = E$ , donc (2) correspond à  $u_C$ .  
 1°c)  $\tau = 0,7 \text{ s}$ ; 1°d)  $i \simeq 158 \mu\text{A}$ .

## Chapitre 4

3.  $C = 9,5 \cdot 10^{-7} \text{ F}$   
 5. 2°)  $I = U/Z$ ; 3°a)  $N = 48 \text{ Hz}$ ;  
 3°b)  $Z_0 = 32,5 \Omega$ ;  $I_0 = 3,077 \text{ A}$ .  
 6. 2°a) Résonance d'intensité. 2°b)  $\omega_0$  ne dépend que de  $L$  et de  $C$ . 2°c)  $Z = R$  et  $\Delta\phi = 0$ .  
 7. 1°)  $r = 15,4 \Omega$ ; 2°)  $Q = 10,445$ ;  $P = 0,26 \text{ W}$ .  
 9. 2°a)  $L_0 = 1 \text{ H}$ ; 2°b)  $Q = 6,28 > 1$ ; 3°)  $L < 1,6 \text{ H}$ .  
 10. 1°)  $E_0 = 2\pi U^2 / \omega_0 R$ ; 2°)  $E_t = LU^2 / R^2$ .  
 3°)  $E_t / E_0 = Q / 2\pi r$ .  
 11. 2°)  $L = 0,135 \text{ H}$ ;  $r = 60 \Omega$ .  
 12. 4°) a) Courbe (2)  
 b)  $N_0 = 210 \text{ Hz}$ ;  $N_r = 205 \text{ Hz}$ ;  
 $C = 5,75 \mu\text{F}$ ;  $R = 40,5 \Omega$ .

## Chapitre 5

3. 3.46 cm, 5.77 rad.s<sup>-1</sup>, 0 rad  
 4. 2°) 0.628 s  
 5. 1°) 0.89s, 2°) 0.14 m.s<sup>-1</sup>, 3°) X<sub>m</sub> diminue.  
 6. 1°) a) 0.628 s, b) 1.59 Hz, 2°) a) 0.8 s ;  
 T > T<sub>O</sub>, b) E<sub>O</sub> = 0.1 J ; E<sub>1</sub> = 0.036 J

## Chapitre 6

3. 2°) T<sub>O</sub> = 0,28 s ; 3) Risque de rupture  
 5. 1°) T = d/v ; N = v/d 2°) b) v<sub>O</sub> = 3 m.s<sup>-1</sup>  
 6. 2°) a) 68,2 tr.min<sup>-1</sup> ; 5 cm ; 2.27 Hz ; π/2 rad  
 b) T<sub>O</sub> = T, résonance de vitesse ;  
 d) F<sub>m</sub> = 1,29 N ; φ<sub>F</sub> = 0 rad ; P = 0,46 W  
 7. 3) a) 0,8 s, b) 3,14 N.m<sup>-1</sup>.

## Chapitre 7

3. 1°) N = 50Hz, λ = 0,2 m. 2°) b- M<sub>1</sub> et S vibrent en opposition de phase, M<sub>2</sub> et S vibrent en phase.  
 3°) N<sub>e</sub> = 25 Hz : immobilité ; N<sub>e</sub> = 49Hz : mouvement ralenti dans le sens réel ; N<sub>e</sub> = 51 Hz mouvement ralenti dans le sens inverse.  
 4. 1°) y<sub>S</sub>(t) = 5.10<sup>-3</sup>.sin(100πt)  
 2°) a) y<sub>M</sub>(t) = 5.10<sup>-3</sup>.sin(100πt - 2πd/λ),  
 b) y<sub>M</sub>(t) = 5.10<sup>-3</sup>.sin(100πt - π).  
 5. 1°) -a) v = 5 m.s<sup>-1</sup>. b) λ = 5.10<sup>-2</sup> m. 2°)  
 a) y<sub>M</sub>(t) = 2.10<sup>-3</sup>.sin(200πt - π). c) t = 6,75.T + k.T.  
 6. 1°) λ = 5.10<sup>-3</sup> m, 2°) v = 0,25 m.s<sup>-1</sup>. 3°) t<sub>1</sub> = 6.10<sup>-2</sup> s.  
 4°) y<sub>S</sub>(t) = 4.10<sup>-3</sup>.sin(100πt + π), 5) Points sur les cercles de rayons : x<sub>1</sub> = λ/2 ; x<sub>2</sub> = 3λ/2 ; x<sub>3</sub> = 5λ/2 .  
 7. 1°) b-λ = 8.10<sup>-3</sup> m. 2°) a) y<sub>M</sub>(t) = 2.10<sup>-3</sup>.sin(100πt)  
 b) v = 0,4 m.s<sup>-1</sup>. c) y<sub>O</sub>(t) = 2.10<sup>-3</sup>.sin(100πt + π).  
 4°) Deux cercles de rayons x<sub>1</sub> = λ et x<sub>2</sub> = 2λ.  
 8. 2°) a) λ = 0,3 m ; v = 30 m.s<sup>-1</sup> ; N = 100Hz.  
 b) y<sub>S</sub>(t) = 3.10<sup>-3</sup>.sin(200πt).  
 c) y<sub>A</sub>(t) = 3.10<sup>-3</sup>.sin(200πt - π).  
 9. I. 1°) T = 0,01 s ; λ = 0,2 m. 2°) v = 20 m.s<sup>-1</sup> ;  
 x<sub>A</sub> = 0,40 m ; t<sub>1</sub> = 0,02 s .  
 3°) y<sub>S</sub>(t) = 4.10<sup>-3</sup>.sin(200πt) ; y<sub>A</sub>(t) = 4.10<sup>-3</sup>.sin(200πt)  
 4°) c) 3 points situés à x = 5λ/12 + kλ (k = 0, 1, ou 2).  
 II- 1°) y<sub>M</sub>(t) = 10<sup>-3</sup>.sin(628t - 2π.x/λ), 2°) v = 0,4 m.s<sup>-1</sup>.  
 4°) immobilité : N<sub>e</sub> = N / k, pour k=1: N<sub>e</sub> = N = 100 Hz.  
 10. 1°) a) N = 50 Hz ; λ = 0,2m. b) v = 10 m.s<sup>-1</sup>.  
 c) x<sub>1</sub> = 0,55 m ; t<sub>O</sub> = 0,055 s.  
 2°) S et M<sub>1</sub> en quadrature de phase.  
 3°) t = (6,75.10<sup>-2</sup> + 0,02k) s ; t<sub>1</sub> = 6,75.10<sup>-2</sup> s.  
 4°) 3 points situés à x = λ/8 + kλ, avec k = 0, 1, ou 2.  
 11. 1°) a) 10<sup>-4</sup> s/div, b) dilution de l'énergie.  
 2°) b) d = 34 cm ; base de temps : 2.10<sup>-4</sup> s / div.  
 12. 1°) N = 500 Hz. 2°) λ = 0,68 m, 3°) v = 340 m.s<sup>-1</sup>.  
 13. b) N = 1000 Hz, c) λ = 0,34 m. d) v = 340 m.s<sup>-1</sup>  
 14. 1°) a) T = 68 ms, s = 0,1 ms/div.  
 b) θ = 0,15 ms ; Δt = n.T + θ = n / f + θ .  
 2°) U<sub>R</sub> = 300 mV ; U<sub>B</sub> = 250 mV.  
 3°) λ = d<sub>2</sub> - d<sub>1</sub> = 23 cm. v = λ.f = 338 m.s<sup>-1</sup>.  
 4°) d = v. Δt = v (n / f + θ) = λ.n + λ.f.θ,  
 d = 23.n + 5,1 (cm) ; d = 51,1 cm.  
 5°) Célérité constante, l'air est un milieu non dispersif.

## Chapitre 8

4. 1°) rides circulaires, 3°) diffraction,  
 4°) λ << l, pas de diffraction.  
 6. 1°) n=c/v, 2°) sin(i<sub>1</sub>)=n.sin(i<sub>2</sub>), 4°) une tache,  
 5°) oui, on obtient le spectre de la lumière blanche.  
 7. 1°) Une seule radiation, 2°) a) Tache centrale de  
 largeur L, b) λ/a = 6,3.10<sup>-6</sup> < 0,174, 3°) L' = 9,2.10<sup>-3</sup>m,  
 4°) L' < L, 5°) L = 0,63.10<sup>-3</sup>m, on mesure difficilement L.  
 8. 2°) θ<sub>1</sub> = X<sub>1</sub>/2D,  
 4°) X<sub>1</sub> = 2λ. D/a = 1,8.10<sup>-2</sup>m.  
 9. 1°) n<sub>1</sub>sin(i<sub>1</sub>) = n<sub>2</sub>sin(i<sub>2</sub>), 2°) sin(r<sub>j</sub>) = sin(i)/n<sub>j</sub>,  
 r<sub>i</sub> = 19,67°, 3°) i<sub>j</sub> > r<sub>j</sub> par la suite D = i<sub>j</sub> - r<sub>j</sub> = 10,3°.  
 4°) r<sub>b</sub> = 19,2° et D' = 10,8°, ainsi la radiation bleue est  
 la plus déviée, la dispersion de la lumière.

## Chapitre 9

3. 1°) (non) ; 2°) (non) .  
 4. 1°) E<sub>4,2</sub> = 2,27 eV = 3,63.10<sup>-19</sup>J, E<sub>3,1</sub> = 7,05 eV =  
 11,28.10<sup>-19</sup> J. 2°) λ<sub>4,2</sub> = 547 nm, λ<sub>3,1</sub> = 176 nm.  
 3°) spectroscopie à réseau.  
 5. 1°) E<sub>1</sub> = -13,6 eV ; E<sub>2</sub> = -3,4 eV ; E<sub>3</sub> = -1,5 eV ;  
 E<sub>4</sub> = -0,85 eV. E<sub>∞</sub> = 0 ; 2°) c) ionisé .  
 3°) λ<sub>4,1</sub> = 97,3 nm . 4°) v<sub>i</sub> = 3,29.10<sup>15</sup> Hz .  
 6. a) n=1, c) E<sub>i</sub> = 13,6 eV. d) λ<sub>4,1</sub> = 97,3 nm .  
 e) λ<sub>2,1</sub> = 121,7 nm  
 7. a) E<sub>i</sub> = 13,6 eV. b) E<sub>2,1</sub> = 10,2 eV. c) λ<sub>2,1</sub> = 121,7 nm  
 d) v<sub>n,2</sub> = (E<sub>n</sub> - E<sub>2</sub>) / h, série de Balmer, λ<sub>3,2</sub> = 656,7 nm.  
 8. 1°) a) (E=0 : ionisation). b) (E<sub>1</sub> = -13,6 eV).  
 c) (E<sub>i</sub> = 13,6 eV) . 3°) λ<sub>6,2</sub> = 411 nm .  
 9. 2°) v<sub>2,1</sub> = 3/4.E<sub>O</sub>/h. 3°) v<sub>3,2</sub> = v<sub>3,1</sub> - v<sub>2,1</sub>

## Chapitre 10

3. m = 4,0015 u  
 4. E<sub>O</sub> = 22,23. 10<sup>4</sup> MeV  
 5. 2°) E<sub>85</sub> = 739,685 MeV ; E<sub>89</sub> = 771,53 MeV  
 E<sub>85/A</sub> = 8,7 MeV ; E<sub>89/A</sub> = 8,67 MeV  
 3°) Rb(85) plus stable que Rb(89).  
 6. 1°) 2p et 2n 2°) Δm = 0,0304 u, 3°) E = 28,3176 MeV.  
 4°) H<sub>e</sub>(4) > H<sub>e</sub>(6) > H<sub>e</sub>(3)  
 7. 2°) E = 1755,67 MeV. 3°) E/A = 7,377 MeV ; 4°)  
 E = 1,7.10<sup>14</sup> J.  
 8. 2°) a) E = 1136,337 MeV = 1818,14.10<sup>-13</sup> J 2°) b)  
 E/A = 8,175 MeV ; 3°) a) y<sub>Se</sub> = 8,5 MeV ;  
 y<sub>U</sub> = 7,395 MeV. y = - 7,13.10<sup>-3</sup> A + 9,07.  
 9. 2°) E<sub>Mg</sub> = m<sub>Mg</sub>c<sup>2</sup>. 3°) E<sub>p</sub> = 938,28 MeV ; E<sub>n</sub> = 939,576 MeV.

## Chapitre 11

4. x = 3, y = 2, x' = 5, y' = 4  
 5. 1°) <sup>218</sup><sub>84</sub>Po → <sup>4</sup><sub>2</sub>He + <sup>214</sup><sub>82</sub>Pb ; 2°) T = 27 min ; λ = 4,27.10<sup>-4</sup> s<sup>-1</sup>  
 6. 1°) <sup>226</sup><sub>88</sub>Ra → <sup>4</sup><sub>2</sub>He + <sup>222</sup><sub>86</sub>Rn ; 2°) W = 7,9.10<sup>-13</sup> J.  
 8. 1°) a) x = 57, y = 3 ; b) défaut de masse ; 2°) a) X  
 un neutron <sup>1</sup><sub>0</sub>n, Y un électron <sup>0</sup><sub>-1</sub>e ; b) A = 239 Z = 94.  
 10. 1°) a) <sup>238</sup><sub>92</sub>U + <sup>1</sup><sub>0</sub>n → <sup>239</sup><sub>92</sub>U ; b) <sup>239</sup><sub>92</sub>U → <sup>2</sup><sub>-1</sub>e + <sup>239</sup><sub>94</sub>Pu ;  
 2°) a) A = 94, Z = 54 ; b) fission  
 11. 1°) <sup>77</sup><sub>35</sub>Br → <sup>0</sup><sub>1</sub>e + <sup>77</sup><sub>34</sub>Se ; 2°) 3,38.10<sup>-6</sup> s<sup>-1</sup> ;  
 3°) 1,68.10<sup>21</sup>.

# Sites Web intéressants

## Pour l'ensemble du programme

<http://www.web-sciences.com>  
<http://www.phys.free.fr/sommaire.htm>  
<http://fr.wikipedia.org/wiki/Portail:Physique>  
<http://www.ac-orleans-tours.fr/physique/default.htm>  
<http://www.perso-orange.fr/physique.chimie/>  
<http://perso.orange.fr/jf.noblet/index.htm>  
<http://www.futura-sciences.com>  
<http://formation.etud.u-psud.fr>  
<http://freephysique.free.fr>  
<http://www.walter-fendt.de/ph14f/>  
<http://www.ac-versailles.fr/etabliss/lyt/soutien/DPhysChimieT.htm>  
<http://www.discip.ac-caen.fr/physapp/lycee/1ie.htm>  
<http://www.ac-creteil.fr/mathsciences-lp/VECTEURS/InventCrocodileClips>  
<http://www.chimix.com>

## Evolution de systèmes

<http://www.physique-appliquee.net/>  
<http://www.lelectronique.com>  
<http://www.discip.ac-caen.fr/physapp/lycee>  
<http://www.ac-grenoble.fr/phychim/term/tp/dipolerl.htm>  
[http://www.maxicours.com/soutien-scolaire/electricite/bac-pro/index\\_1.html](http://www.maxicours.com/soutien-scolaire/electricite/bac-pro/index_1.html)  
[http://www.discip.crdp.ac-caen.fr/phch/lycee/terminale/COURS/4DIPOLE\\_RL/](http://www.discip.crdp.ac-caen.fr/phch/lycee/terminale/COURS/4DIPOLE_RL/)  
[http://www.ac-poitiers.fr/sc\\_phys/formatio/staglabo/elect1\\_2/inductif/inductif.htm](http://www.ac-poitiers.fr/sc_phys/formatio/staglabo/elect1_2/inductif/inductif.htm)  
<http://www4.ac-lille.fr/~physiquechimie/lycee/termS/proaca/schauing/circuirrl.xls>  
<http://www.physique.edunet.tn/gabes.html>  
<http://wwwphysique.edunet.tn/nabeul.html>  
<http://wwwphysique.edunet.tn/kébili.html>

## Ondes

<http://www.chimix.com/ifrance/pages/diffraction.htm>  
<http://www.sciences.univ-ntes.fr/physique/perso/blanquet/synophys/36opfer/36opfe>  
[http://www.cnrs.fr/cw/dossiers/doschim/decouv/couleurs/loupe\\_spect\\_lum.html](http://www.cnrs.fr/cw/dossiers/doschim/decouv/couleurs/loupe_spect_lum.html)  
<http://www.md.ucl.ac.be/didac/physique/didacphys/animations/animations.html>  
<http://www.montblancsciences.free.fr/terms/physique/cours/p3.htm>  
<http://www.chimix.com/T-fiches/ondes2.htm>  
<http://www.cours.cegep-st-jerome.qc.ca/203-301-r.f/partie1/chap2/section5.htm>  
[http://www.perso.orange.fr/physique.chimie/TS\\_Physique/Physique-ondes progressives.htm](http://www.perso.orange.fr/physique.chimie/TS_Physique/Physique-ondes progressives.htm)  
<http://www.ncf.ca/ch865/frenchdescr/movingwaves.html>  
<http://www.edunet.tn/ressources/sitetabl/sites/siliana/boarada/cours/Physique.html>

## Physique atomique et nucléaire

<http://www.thelin.net/laurent/nucleaire/index.html>  
<http://www.cea.fr/fr/jeunes/livret/Radioactivite/definition.html>  
[http://tpe.radioactivite.free.fr/grand\\_1.htm#emissions\\_part](http://tpe.radioactivite.free.fr/grand_1.htm#emissions_part)  
<http://mendeleiev.cyberscol.qc.ca/carrefour/atomix/>  
[http://www.cea.fr/fr/magazine/dossier\\_noyau/](http://www.cea.fr/fr/magazine/dossier_noyau/)  
<http://www.infoscience.fr/histoire/portrait/einstein.html>  
<http://www.ac-grenoble.fr/webcurie/pedagogie/physique/saulaie/physfra/famille.htm>  
<http://ma.prehistoire.free.fr/datation.htm>  
<http://www.eduscol.education.fr/D0056/datation>  
<http://www.sfen.org/fr/intro/atomes.htm>  
<http://molaire1.club.fr/radioactiv.html>